

# Primjena proširenog Markowitzevog modela na Zagrebačkoj burzi

---

Kurta, Luka

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:148:008155>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported/Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-27**



Repository / Repozitorij:

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



**Sveučilište u Zagrebu**

**Ekonomski fakultet**

**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij  
Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje**

**PRIMJENA PROŠIRENOG MARKOWITZEVOG MODELA  
NA ZAGREBAČKOJ BURZI**

Diplomski rad

**Luka Kurta**

**Zagreb, rujan 2023.**

**Sveučilište u Zagrebu**  
**Ekonomski fakultet**  
**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij**  
**Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje**

**PRIMJENA PROŠIRENOG MARKOWITZEVOG MODELA  
NA ZAGREBAČKOJ BURZI**  
**APPLICATION OF EXTENDED MARKOWITZ MODEL ON  
ZAGREB STOCK EXCHANGE**

Diplomski rad

**Student: Luka Kurta**

**JMBAG studenta: 0067540421**

**Mentor: Doc. dr. sc. Krunoslav Puljić**

**Zagreb, rujan 2023.**

## Sažetak

Moderna teorija portfelja i Markowitzev model temelj su za donošenje investicijskih odluka. Teorija se oslanja na prinos, rizik i korelaciju kao osnovne varijable u procesu optimizacije portfelja. U širokoj je upotrebi na tržištima kapitala, iako izložena kritikama zbog ograničenja modela. Jedna od pretpostavki modela podrazumijeva nepostojanje transakcijskih troškova prilikom kupnje ili prodaje vrijednosnica. Model ujedno podrazumijeva prisutnost normalne distribuciju prinosa. Obje pretpostavke ne odgovaraju realnim uvjetima na hrvatskom tržištu kapitala. Dodatni ograničavajuć faktor je to što hrvatsko tržište kapitala karakterizira niska likvidnost i nerazvijenost. U ovom radu analizira se mogućnost uspješne primjene Markowitzevog modela proširenog transakcijskim troškovima na hrvatskom tržištu kapitala koristeći tržišni indeks CROBEX kao benchmark.

**Ključne riječi:** moderna teorija portfelja, transakcijski troškovi, hrvatsko tržište kapitala, Markowitz, prinos, rizik

## Summary

Modern portfolio theory and Markowitz model are the basis for making investment decisions. The theory relies on return, risk and correlation as basic variables in the portfolio optimization process. It is widely used in the capital markets, although it has been criticized due to the limitations of the model. One of the assumptions of the model implies the absence of transaction costs when buying or selling securities. The model also implies the presence of a normal distribution of returns. Both assumptions do not correspond to the real conditions on the Croatian capital market. An additional limiting factor is that the Croatian capital market is characterized by low liquidity and underdevelopment. This paper analyzes the possibility of successful application of the Markowitz model extended by transaction costs on the Croatian capital market using the CROBEX market index as a benchmark.

**Key words:** modern portfolio theory, transaction costs, croatian capital market, Markowitz, return, risk

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog izvora te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

---

(vlastoručni potpis studenta)

---

(mjesto i datum)

# SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
1.1. Problem i predmet istraživanja.....	1
1.2. Metode istraživanja .....	3
1.3. Struktura rada .....	4
2. MODERNA TEORIJA PORTFELJA .....	6
2.1. Definicija moderne teorije portfelja .....	6
2.2. Postavke Markowitzevog modela .....	8
2.2.1. Osnovne pretpostavke modela .....	8
2.2.2. Prinos portfelja.....	9
2.2.3. Rizik portfelja .....	12
2.3. Efikasna granica .....	15
2.3.1. Transakcijski troškovi.....	18
2.4. Kritike modela.....	20
3. HRVATSKO TRŽIŠTE KAPITALA.....	22
3.1. Pojmovno određenje tržišta kapitala .....	22
3.2. Zagrebačka burza .....	27
3.3. Značajke tržišta u Hrvatskoj.....	29
4. PRIMJENA MARKOWITZEVOG MODELA NA ZAGREBAČKOJ BURZI .....	31
4.1. Kriterij odabira dionica .....	31
4.2. Formiranje optimalnog portfelja .....	34
4.3. Analiza rezultata.....	38
5. ZAKLJUČAK.....	43
LITERATURA .....	45
POPIS SLIKA.....	47
POPIS TABLICA .....	48

# 1. UVOD

## 1.1. Problem i predmet istraživanja

Financiranje velikih poduzeća u modernom gospodarstvu i funkcioniranje tržišne ekonomije nezamislivo je bez financijskih tržišta. Ona uključuju sva mjesta na kojima se trguje različitim financijskim instrumentima. Postoji više vrsta financijskih tržišta poput tržišta novca, tržišta kapitala, deviznog tržišta, tržišta izvedenica i slično. Za potrebe ovog rada bit će važno razumijevanje tržišta kapitala. Ono čini skup različitih aktera koji trguju vrijednosnim papirima kao što su dionice i obveznice. Mishkin i Eakins (2019) navode da je osnovna svrha tržišta kapitala pribavljanje sredstava za razvoj što će omogućiti buduće prihode. Iz tih prihoda će se uloženi kapital vraćati investitorima uvećan za naknadu.

Investitori su sudionici tržišta kapitala koji odvajaju dio svojih sredstava za ulaganje u različite oblike imovine pritom očekujući primjerene zarade u dugom roku. Prilikom ulaganja suočavaju se sa izazovom kako na efikasan način uložiti svoju imovinu. Ono što je namjera svim investitorima je pronaći imovinu koja u najmanju ruku ima fer cijenu ili je podcijenjena (Graham, 2013). Stoga je cilj svakog investitora odabrati onaj oblik ulaganja koji mu donosi što veći prinos uz što manji rizik. Prema Jakšiću (2007), portfelj se najbolje može opisati kao kombinacija rizične imovine koju posjeduje pojedinac s ciljem ostvarivanja prihoda. Svrha sastavljanja portfelja za razumnog investitora je diversifikacija ulaganja. Diversifikacija podrazumijeva ulaganje u više različitih oblika imovine te se smatra strategijom ulaganja kojom investitor smanjuje rizik. Graham (2006) opisuje diversifikaciju kao utemeljenu doktrinu konzervativnog investitora.

Osnovne varijable na temelju kojih investitori donose odluke pri odabiru odgovarajućeg portfelja su prinos i rizik. Prinos označava povrat koji investitor ostvaruje na uložena sredstva kroz određeni vremenski period. S druge strane, postoji rizik svake investicije. Za investitora označava mogućnost lošijeg ishoda od očekivanog pri čemu se ne ostvaruje očekivani prinos. Orsag (2015) opisuje rizik kao mjeru neizvjesnosti čime se izražava nestalnost prinosa. Rizik i prinos su inače u takvom međudnosu da će tržište više nagraditi onog investitora koji preuzima veći rizik. Odnosno, što je veći rizik, veći je očekivani prinos i obrnuto.



Investitori su generalno neskloni riziku. Iz tog razloga želja svakog investitora je sastaviti takav portfelj koji donosi najveći očekivani prinos uz danu razinu rizika ili obrnuto, portfelj koji ima najniži rizik uz dani prinos. Orsag (2015) u svojoj knjizi tako sastavljeni skup investicija naziva efikasan portfelj. Za odabir najboljeg portfelja uzimajući u obzir očekivani prinos i rizik koristi se proces optimizacije.

Jedan od modela koji se koristi pri odabiru najboljeg portfelja je Markowitzev model optimizacije. Utemeljio ga je američki ekonomist Harry Markowitz 1952. godine, za što je dobio Nobelovu nagradu. Model se oslanja na aritmetičku sredinu i varijancu pojedinačnih dionica te uvodi očekivani prinos i rizik u procesu optimizacije. Podrazumijeva minimizaciju rizika diversifikacijom i pritom ostvarivanje maksimizacije prinosa (Bodie, Kane i Marcus, 2006). Ovaj model je temelj moderne teorije portfelja.

Markowitzev model zahtijeva određene pretpostavke o financijskim tržištima i investitorima koje često ne odražavaju realne uvjete na tržištu (Jerončić i Aljinović, 2011). To uključuje pretpostavke primjerice o normalnoj distribuciji prinosa, racionalnosti investitora ili likvidnosti tržišta. Model također ne uzima u obzir postojanje transakcijskih troškova iako je promet financijskom imovinom podložan porezima i brokerskim naknadama. Zbog toga nailazi na kritike vezane uz njegovu primjenjivost u praksi. Bez obzira na te činjenice, investitori ga redovito koriste pri ulaganju na tržištima kapitala.

Hrvatsko tržište kapitala vrlo je mlado te ga karakterizira nerazvijenost što je tipično za tržišta tranzicijskih zemalja. Olgić Draženović (2012) u svojoj disertaciji navodi najvažnije čimbenike koji demonstriraju nerazvijenost hrvatskog tržišta. To su primjerice netransparentnost, niski stupanj likvidnosti, nedostatak investicijske kulture i nedovoljno razvijeni standardi korporacijskog upravljanja. Tržište je također vrlo malo s malim brojem transakcija te na njemu sudjeluju uglavnom banke, mirovinski fondovi i drugi institucionalni investitori. Upravo “veliki igrači” u kombinaciji s odgovarajućim državnim politikama lako mogu utjecati na kretanje tržišta što nije povoljna klima za individualne investitore.

S obzirom na navedene probleme sastavljanje efikasnog portfelja predstavlja izazov za investitore iz čega proizlazi i problem ovog istraživanja. Postavlja se pitanje može li se Markowitzev model optimizacije adekvatno primijeniti na hrvatskom tržištu kapitala,

odnosno na Zagrebačkoj burzi s obzirom na nemogućnost ispunjenja svih pretpostavki modela.

Stoga će predmet ovog rada biti analiza portfelja dobivenog Markowitzevim modelom proširenog transakcijskim troškovima pri čemu će se performanse portfelja usporediti sa performansama tržišnog indeksa CROBEX na Zagrebačkoj burzi. Burzovni indeks nam služi za usporedbu prilikom ocjene o uspješnosti optimizacije portfelja (Benninga, 2000).

Na temelju opisanog problema proizlazi i osnovna hipoteza istraživanja:

Markowitzev model proširen transakcijskim troškovima može se koristiti za formiranje portfelja sa većim prinosom u odnosu na tržišni indeks na Zagrebačkoj burzi unatoč tome što hrvatsko tržište kapitala ne zadovoljava sve pretpostavke modela.

Doprinos ovog rada će biti u davanju uvida u primjenjivost Markowitzevog modela optimizacije na tržištima kapitala poput hrvatskog, unatoč problemima slabe razvijenosti i nelikvidnosti.

Konačno, cilj rada je ispitati mogućnost kreiranja efikasnog portfelja na Zagrebačkoj burzi koji daje bolje performanse od tržišnog indeksa.

## **1.2. Metode istraživanja**

Za ispitivanje primjenjivosti Markowitzevog modela na Zagrebačkoj burzi i analizu rezultata potrebno je osloniti se na odgovarajuće znanstvene metode. U istraživanju koristit će se sljedeće metode istraživanja koje Zelenika (2000) opisuje u svojoj knjizi.

Metoda analize – postupak raščlanjivanja složenih zaključaka i pojmova na jednostavnije dijelove i elemente.

Metoda sinteze – postupak sastavljanja i spajanja jednostavnih zaključaka i pojmova u složene, složenih u složenije, povezujući izdvojene elemente i pojave u jedinstvenu cjelinu.

Metoda deskripcije – postupak opisivanja činjenica, pojmova i procesa te potvrđivanja njihovih odnosa i veza.

Metoda indukcije – postupak u kojem se na temelju pojedinačnih činjenica dolazi do zaključka o općem sudu, od zapažanja konkretnih slučajeva dolazi se do općih zaključaka.

Metoda dedukcije – postupak u kojem se iz općih stavova izvode posebni, odnosno iz općih postavki dolazi se do konkretnih pojedinačnih zaključaka.

Metoda komparacije – postupak uspoređivanja činjenica, pojava i odnosa te utvrđivanje njihovih sličnosti i razlika.

Za opis stanja tržišta kapitala u Hrvatskoj koristit će se metode analize, sinteze i deskripcije, za procjenu parametara koristit će se metode statističke analize, a za formiranje efikasnog portfelja koristit će se optimizacija odgovarajućim metodama nelinearnog programiranja. Pri računanju i obradi podataka koristit će se Microsoft Excel i njegov alat Solver. Za usporedbu modela s troškovima s onim bez troškova koristit će se metoda komparacije. Metode indukcije i dedukcije će se koristiti prilikom objašnjenja rezultata istraživanja i donošenja zaključka.

### **1.3. Struktura rada**

Diplomski rad sastoji se od 5 poglavlja uključujući uvod i zaključak.

U uvodnom dijelu definirani su problem i predmet istraživanja. Navodi se istraživačka hipoteza koja će u nastavku istraživanja biti prihvaćena ili odbačena. Definiiraju se doprinos te cilj istraživanja. Na kraju se navode metode koje će se koristiti u istraživanju i ukratko opisuje sadržaj samog rada.

U drugom poglavlju rada predstaviti će se moderna teorija portfelja te njene teorijske postavke, osnovne definicije i pojmovi. Opisati će se Markowitzev model kao temelj moderne teorije portfelja te će se objasniti njegovi doprinosi, ali i kritike. Posebno će se istaknuti transakcijski troškovi kojima će model biti proširen za potrebe istraživanja.

U trećem poglavlju opisat će se temeljne odrednice tržišta kapitala, njegova uloga i svrha u

gospodarstvu, čimbenike koji su važni za funkcioniranje tržišta. Zatim će se istaknuti povijest razvoja hrvatskog tržišta kapitala, posebno Zagrebačke burze. Na kraju će se navesti specifičnosti i karakteristike hrvatskog tržišta kapitala te izazovi i problemi koji ga prate.

U četvrtom poglavlju provesti će se optimizacija portfelja. Formirati će se efikasan portfelj primjenjujući Markowitzev model optimizacije proširen transakcijskim troškovima. Zatim će se performanse dobivenog portfelja usporediti sa performansama tržišnog indeksa CROBEX.

U petom poglavlju izvest će se konačni zaključci na temelju provedenog istraživanja. Na osnovu provedene usporedbe podataka i analize rezultata odredit će se hoće li se hipoteza istraživanja prihvatiti ili odbaciti.

## 2. MODERNA TEORIJA PORTFELJA

### 2.1. Definicija moderne teorije portfelja

Portfelj je kombinacija različitih oblika ulaganja u financijsku ili nefinancijsku imovinu. Može biti sastavljen od novca, raznih financijskih instrumenata, nekretnina, roba i drugih oblika imovine (Bodie, Kane i Marcus, 2006). Logika sastavljanja portfelja polazi od misli da nije dobro držati “sva jaja u istoj košari”, odnosno glavni princip kojim se vode investitori je diversifikacija rizika. Prema Jerončiću i Aljinović (2011), motiv svakog racionalnog investitora biti će sastaviti takav portfelj koji će mu donositi što veći prinos uz određenu razinu rizika. Vrijedi i obrnuto, portfelj se može sastaviti tako da za određeni prinos donosi što manji rizik.

Upravljanje portfeljem je disciplina koja je danas uobičajena i bez koje je teško zamisliti moderna financijska tržišta, međutim, to nije uvijek bio slučaj. Metode analize vrijednosnica i imovine koje bi trebale činiti efikasan portfelj razvijale su se kroz povijest. Leković (2021) dijeli povijest teorije portfelja u 3 velike faze:

- Tradicionalna teorija portfelja
- Moderna teorija portfelja
- Post-moderna teorija portfelja

Tradicionalna teorija portfelja oslanja se na jednostavan i subjektivan pristup u formiranju efikasnog portfelja. U ovom razdoblju teško je govoriti o postojanju discipline upravljanja portfeljem. Pojavila se na početku 20. stoljeća te se može podijeliti na 2 razdoblja. Prvo razdoblje trajalo je do 1933. godine. Obilježava ga oblik investiranja koji je više nalikovao na kockanje, bez ikakve analitičke i znanstvene podloge. Drugo razdoblje trajalo je od 1934. do 1952., te je razdoblje kada se investitori pri donošenju odluka počinju oslanjati na fundamentalnu analizu. Općenito, tradicionalna teorija podrazumijevala je fokus na prinos pojedinačnih vrijednosnica. Investitori preferiraju više prinose, stoga su portfelji bili formirani od vrijednosnica sa višim prinosom. Pritom se nije uzimala u obzir korelacija prinosa između različitih vrijednosnica. Također, pogled na rizik je bio izrazito površan te se zagovarala jednostavna diversifikacija. To je podrazumijevalo smanjivanje rizika povećavanjem broja vrijednosnica u portfelju oslanjajući se na zakon velikih brojeva. Vjerovalo se da se rizik može u potpunosti isključiti takvom diversifikacijom zanemarujući sistemske rizike koji utječu na

čitavo gospodarstvo.

Moderna teorija portfelja oslanja se na analizu i objektivan pristup čime je bila velika prekretnica u svijetu financija. Početak ove teorije označava članak "Portfolio Selection" kojeg je napisao Harry Markowitz 1952. godine, što je bio veliki korak naprijed za područje financija i praksu investiranja. Prema Markowitzu (1959), moguće je pronaći ravnotežu između rizika i prinosa prilikom sastavljanja odgovarajuće kombinacije vrijednosnica u portfelju. Nadalje, svojim modelom omogućuje sastavljanje portfelja koji donosi makimalan prinos za danu razinu rizika ili minimalnu razinu rizika uz određeni prinos, odnosno efikasnog portfelja. Najvažnija razlika u odnosu na tradicionalnu teoriju se očituje u analizi performansa portfelja kao cjeline, a ne pojedinačnih vrijednosnica. Iz toga slijedi uvođenje nove varijable u proces optimizacije portfelja, korelacije. Dakle, investitoru je važnija korelacija prinosa i rizika vrijednosnica u portfelju od performansi svake pojedinačne vrijednosnice. Stoga im je cilj sastaviti portfelj u kojem vrijednosnice imaju nižu ili čak negativnu korelaciju prinosa kako bi minimizirali rizik umjesto da samo ulažu u velik broj vrijednosnih papira. Time se napušta jednostavna diversifikacija u korist efikasne diversifikacije. Unatoč tome što predstavlja veliki korak naprijed u upravljanju portfeljem, moderna teorija portfelja ima i određene nedostatke. Oni se odnose na pojednostavljivanje ili potpuno ignoriranje stvarnosti i uvjeta na tržištu. Leković (2021) nabroja čimbenike koje teorija zanemaruje:

- 1) Transakcijski troškovi i porezi
- 2) Asimetričnost informacija
- 3) Neefikasnost tržišta
- 4) Oblik distribucije prinosa tijekom velikog rasta ili kriza
- 5) Volatilitnost korelacije
- 6) Iracionalno ponašanje investitora
- 7) Odnos investitora prema riziku.

Unatoč nedostacima, moderna teorija portfelja je u raširenoj upotrebi na tržištima kapitala. Za investitore moderna teorija portfelja je neizostavan dio upravljanja portfeljem.

Post-moderna teorija portfelja je na određeni način ekstenzija moderne teorije portfelja. Njen cilj je ispraviti greške moderne teorije portfelja s obzirom na nesklad između njenih pretpostavki i stvarnih uvjeta na tržištu. Nastala je krajem 20. stoljeća kao pokušaj da se moderna teorija portfelja prilagodi realnim uvjetima na tržištu. Polazi od istih pretpostavki kao

i moderna teorija portfelja u smislu diversifikacije, ali se razlikuje u definiranju rizika. Prema tome, investitori prvo definiraju minimalni prinos koji im je prihvatljiv (MAR). Njegova svrha je da služi kao bazna vrijednost prema kojoj investitor temelji svoju analizu. Tu se krije i glavna razlika sa modernom teorijom portfelja. U okviru post-moderne teorije investitori će imati uži pogled na rizik jer razlikuje dobre i loše ishode. Kao rizik podrazumijeva samo vjerojatnost ostvarivanja prinosa manjih od ciljanog, odnosno od MAR-a.

## 2.2. Postavke Markowitzevog modela

### 2.2.1. Osnovne pretpostavke modela

Prema Jerončiću i Aljinović (2011), ideja Markowitzevog modela je pronaći ravnotežu između rizika (mjenog varijansom) i prinosa. Uz poštivanje određenih pretpostavki moguće je koristiti Markowitzev model za formiranje portfelja koji uz određeni stupanj rizika daje najviši prinos i obratno, portfelj koji za zadani prinos ima minimalni rizik.

Postoje različiti tipovi investitora, ali svima je zajednička veća ili manja averzija prema riziku i želja za postizanjem maksimalnog mogućeg prinosa. S obzirom da investiranje pretpostavlja dugoročno ulaganje u financijske instrumente, investitori moraju pažljivo donositi odluke i voditi se logikom Markowitzevog modela. Tako će u izboru više različitih vrijednosnih papira, uz istu razinu rizika, birati one vrijednosne papire koji donose više prinosa. Isto tako, u izboru više vrijednosnih papira s jednakim prinosom, izabrat će one s nižim rizikom.

Jerončić i Aljinović (2011) navode osnovne pretpostavke Markowitzevog modela:

- prinosi na dionice su distribuirani po normalnoj distribuciji,
- investitori žele maksimizirati svoju ekonomsku korisnost,
- investitori su racionalni i imaju averziju prema riziku,
- investitori su dobro obaviješteni o svim relevantnim činjenicama potrebnima za donošenje investicijske odluke,
- nema transakcijskih i poreznih troškova,
- vrijednosnice su savršeno djeljive.

### 2.2.2. Prinos portfelja

Prinos određene imovine ili nekog portfelja odnosi se na zarađivanje od držanja imovine (Van Horne i Wachowicz, 2014). Prinos sam po sebi se odnosi na prošlo vrijeme pa se može govoriti o ostvarenom prihodu, zaradama ili dohotku koje je ostvarila neka imovina. S druge strane, očekivani prinos odnosi se na budućnost. Njegova veličina ovisi o novčanim tokovima koje će investitor ostvariti u budućnosti na osnovu držanja neke imovine.

Pri definiranju prinosa portfelja prvo je potrebno definirati prinos svake dionice u portfelju. Pretpostavka je da je poznata cijena dionice  $i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  za posljednjih  $t$  razdoblja  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ . Razdoblje  $t$  označava proizvoljnu vremensku jedinicu (dan, tjedan, mjesec itd.). Cijena  $i$ -te dionice u razdoblju  $t$  označava se sa  $P_i(t)$ . Formule i definicije za prinos i rizik u nastavku ovog potpoglavlja opisali su Aljinović, Marasović i Šego (2008) u svojoj knjizi.

Prinos dionice uz kontinuirano ukamaćivanje definiraju formulom:

$$R_i(t) = \ln\left(\frac{P_i(t)}{P_i(t-1)}\right).$$

Diskretni prinos dan je izrazom:

$$R_i(t) = \frac{P_i(t)}{P_i(t-1)} - 1.$$

$P_i(t)$  je cijena dionice  $i$  u razdoblju  $t$ , a  $P_i(t-1)$  cijena dionice  $i$  u razdoblju  $t-1$ .

U slučaju da je u promatranom vremenskom razdoblju dividenda isplaćena, dodat će se u brojnik gornjih izraza te prikazati oznakom  $Div_i(t)$  što označava dividendu dionice u vremenu  $t$ . Tada će formula glasiti:

$$R_i(t) = \ln\left(\frac{P_i(t) + Div_i(t)}{P_i(t-1)}\right).$$

Prinos izračunat kontinuiranim ukamaćivanjem uvijek je manji od prinosa diskretnim ukamaćivanjem. Razlika nije velika kada se koriste dnevni prinosi, ali postaje izraženija za dulja vremenska razdoblja. Kada se koriste prinosi dobiveni kontinuiranim ukamaćivanjem



pretpostavka je da vrijedi:  $P_i(t) = P_i(t - 1) * e^{R_i(t)}$ , gdje je  $R_i(t)$  stopa prinosa za period  $(t - 1, t)$  i  $P_i(t)$  cijena dionice  $i$  u trenutku  $t$ . Pretpostavimo da su prinosi  $R_i(1), R_i(2), \dots, R_i(12)$  dobiveni kontinuiranim ukamaćivanjem za 12 razdoblja. Vrijednost vrijednosnice na kraju 12-og razdoblja tada će biti:

$$P_i(12) = P_i(0) * e^{R_i(1)+R_i(2)+\dots+R_i(12)}.$$

Prosječni prinos u jednom razdoblju onda je:

$$\frac{R_i(1) + R_i(2) + \dots + R_i(12)}{12}.$$

Kada prinosi prethodnih razdoblja određuju distribuciju prinosa za tekuće razdoblje, složeni kontinuirani prinos prikladnija je mjera prinosa u odnosu na složeni diskretni prinos.

Uz pretpostavku da u portfelju imamo  $N$  dionica  $i$  da je  $\pi_i$  udio dionice  $i$  u portfelju, vektor

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_N \end{bmatrix}$$

nazivamo vektorom portfelja investitora.

Očito je da vrijedi:

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1.$$

Moguće je da udjeli  $\pi_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  poprime negativnu vrijednost. U praksi se to odnosi na kratku prodaju (short sale). Mnogi investitori pokušati će zaraditi na gubitku vrijednosti određenih dionica. Stoga se nadaju da će kupiti dionicu po nižoj cijeni i prodati je po većoj s razlikom da je proces kupnje i prodaje kod kratke prodaje obrnut. Kratka prodaja funkcionira tako da investitor procjenjuje kojoj dionici bi cijena u budućnosti mogla pasti. Dionicu posuđuje od druge osobe te ju zatim prodaje nadjući se da će ju u budućnosti kupiti po nižoj cijeni. Na kraju čitave transakcije investitor kupuje dionicu te ju vraća početnom vlasniku. Početni vlasnik koji je posudio dionicu ima pravo na dividende od dionice koje investitor mora vraćati. Opasnost za investitora koji ima kratku poziciju je u naglom rastu cijene dionice što će

ga tjerati na što brže zatvaranje pozicije da smanji gubitke. Investitor ostvaruje pozitivan prinos ukoliko su investitorski troškovi manji od cijene po kojoj je na početku prodao dionicu.

Ako imamo primjer portfelja koji se sastoji od dvije dionice koje označimo sa X i Y te njihove udjele  $\pi_X$  i  $\pi_Y$ , onda se radi o portfelju  $R_P = \pi_X R_X + \pi_Y R_Y$ . Očekivana vrijednost slučajnih varijabli X i Y jednaka je zbroju njihovih očekivanih vrijednosti, odnosno vrijedi:

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

Također vrijedi da je očekivana vrijednost umnoška konstante i slučajne varijable jednaka umnošku konstante i očekivane vrijednosti slučajne varijable, to jest vrijedi:

$$E(\alpha X) = \alpha E(X).$$

Prema tome, očekivani prinos portfelja dviju vrijednosnica dan je izrazom:

$$E(R_P) = E(\pi_X R_X + \pi_Y R_Y) = E(\pi_X R_X) + E(\pi_Y R_Y) = \pi_X E(R_X) + \pi_Y E(R_Y).$$

Dakle, očekivana vrijednost prinosa portfelja zadanog ranije definiranim vektorom  $\pi$  je vagona aritmetička sredina očekivanih prinosa pojedinih ulaganja, gdje su ponderi udjeli pojedinih vrijednosnica u portfelju.

Portfelj jasno može sadržavati i više od dvije dionice. Očekivani prinos portfelja sa N brojem dionica je predstavljen izrazom:

$$E(R_\pi) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(R_i).$$

Uvede li se oznaka  $E(R)$  za vektor očekivanih prinosa pojedinih ulaganja:

$$E(R) = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ \vdots \\ E(R_N) \end{bmatrix},$$

očekivana vrijednost portfelja može se izračunati kao skalarni umnožak vektora  $\pi$  i  $E(R)$ :

$$E(R_\pi) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(R_i) = \pi' E(R) = E(R)' \pi.$$

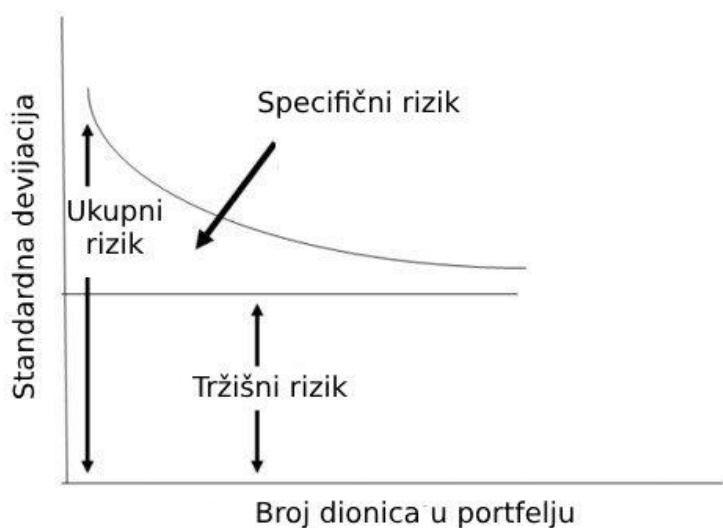
### 2.2.3. Rizik portfelja

Rizik općenito označava vjerojatnost nastupa nepovoljnog događaja. S obzirom da se prinos od držanja neke imovine ostvaruje u budućnosti, rizik i prinos su usko povezani. Prema Grahamu (2006), donošenje investicijskih odluka mora se činiti imajući na umu neodvojivost rizika i prinosa.

Postoji više vrsta i načina podjele rizika. Miloš Sprčić (2013) u svojoj knjizi dijeli rizike na različite vrste pa tako postoje tržišni rizici, rizici likvidnosti, kreditni rizici, operativni rizici i ostali. Postoji i drugačiji pogled na rizik koji je prisutan među investitorima i portfelj menadžerima. Odnosi se na podjelu rizika prema mogućnosti diversifikacije. Orsag (2015) navodi 2 komponente rizika kada govorimo o riziku portfelja, a to su:

- 1) Specifični rizik – Unutarnji rizik na kojeg se može utjecati. Povećanjem broja investicija u portfelju ovaj rizik se smanjuje zbog čega se naziva diversificirajućim rizikom.
- 2) Tržišni (sistemski) rizik – Rizik koji je rezultat vanjskih okolnosti na kojeg poduzeća ne mogu utjecati. Uključuje makro elemente tržišta koji utječu na sva poduzeća. Zbog toga se ne može izbjeći diversifikacijom pa se može nazvati nediversificirajućim rizikom.

Slika 1: Specifični i tržišni rizik



Izvor: Obrada autora prema <https://seekingalpha.com/article/4006697-how-many-stocks-make-up-well-diversified-portfolio>

Slika 1 prikazuje ilustraciju specifičnog i tržišnog rizika. Jasno se vidi da povećavanjem broja investicija specifični rizik opada. Dio ukupnog rizika ostaje konstantan bez obzira na broj investicija te se odnosi na tržišni rizik. U efikasnom portfelju važan je samo tržišni rizik, a portfelj koji ne eliminira specifični rizik nije efikasan (Sharpe, 1970).

Prema Markowitzu (1952), rizik je oznaka volatilnosti. Odnosi se na nestalnost očekivanog rezultata neke investicije. Rizik je drugi važan parametar portfelja, a Markowitz ga mjeri varijancom ili standardnom devijacijom. Dakle, svaka dionica koja više odstupa u odnosu na očekivanu vrijednost je rizičnija. S obzirom da se odstupanje od srednje vrijednosti mjeri varijancom, ona je prikladna mjera rizika. Miloš Sprčić (2013) navodi da varijanca portfelja nije funkcija samo varijanci individualnih investicija i njihovih vrijednosnih učešća u portfelju, već i korelacija među prinosima odabranih investicija.

Prije prikaza rizika portfelja, računa se varijanca prinosa dionice  $i$ . Izračun za razdoblje  $T$  je predstavljen izrazom:

$$\sigma_i^2 = E[R_i - E(R_i)]^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (R_i(t) - E(R_i))^2}{T}.$$

Za izračun varijance portfelja potrebni su udjeli svake pojedine dionice, varijance dionica i kovarijanca prinosa. Ako pretpostavimo da imamo dionice  $i$  i  $j$ , kovarijancu ćemo lako izračunati formulom:

$$Cov(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)] [R_j - E(R_j)]\} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_i(t) - E(R_i)) (R_j(t) - E(R_j)).$$

Kovarijanca je mjera stupnja linearne povezanosti promjena prinosa dvaju vrijednosnica. Predznak određuje korelaciju između vrijednosnica. Ukoliko je pozitivan vrijednosnice su pozitivno korelirane, a ukoliko je negativan vrijednosnice su negativno korelirane. Uz kovarijancu važno je spomenuti i koeficijent korelacije kao još jednu mjeru stupnja linearne povezanosti. Razlika u odnosu na kovarijancu je to što koeficijent korelacije može poprimiti vrijednosti samo od -1 do 1 i definiran je izrazom:

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j}.$$

$\rho = 0$  – vrijednosnice nisu korelirane

$\rho = 1$  – prinosi vrijednosnica su u linearnoj vezi s pozitivnim koeficijentom smjera

$\rho = -1$  – prinosi vrijednosnica su u linearnoj vezi s negativnim koeficijentom smjera

Varijanca portfelja bit će definirana izrazom:

$$\sigma_{\pi}^2 = \sum_{i=1}^N \pi_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N 2\pi_i \pi_j \text{Cov}(R_i, R_j).$$

Ako uvedemo jednakost  $\text{Cov}(R_i, R_j) = \sigma_{ij}$ , onda možemo pisati:

$$\sigma_{\pi}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij}.$$

Ako se radi o primjeru portfelja sa dvije dionice koje označimo sa X i Y varijanca se računa izrazom:

$$\sigma_p^2 = \pi_X^2 \sigma_X^2 + \pi_Y^2 \sigma_Y^2 + 2\pi_X \pi_Y \text{Cov}(R_X, R_Y).$$

S obzirom da u stvarnosti portfelji sadrže puno više od dvije dionice, matični zapis je puno prikladniji za prikaz varijance portfelja. Prvo je potrebno uvesti matricu varijanci i kovarijanci  $S = \sigma_{ij}$  koja u  $i$ -tom retku i  $j$ -tom stupcu ima element  $\sigma_{ij}$ :

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}.$$

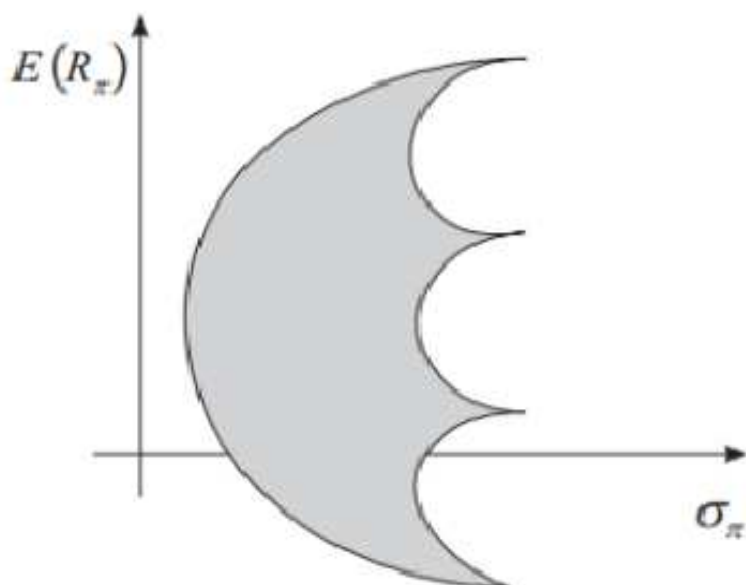
Tada matični zapis varijance portfelja ima oblik:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi}^2 &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N \pi_i \left( \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} \pi_j \right) = \pi^T \begin{bmatrix} \sigma_{11}\pi_1 + \sigma_{12}\pi_2 + \dots + \sigma_{1N}\pi_N \\ \sigma_{21}\pi_1 + \sigma_{22}\pi_2 + \dots + \sigma_{2N}\pi_N \\ \vdots \\ \sigma_{N1}\pi_1 + \sigma_{N2}\pi_2 + \dots + \sigma_{NN}\pi_N \end{bmatrix} = \\ &= \pi^T \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \pi = \pi^T S \pi. \end{aligned}$$

## 2.3. Efikasna granica

Portfelji koje je moguće formirati određeni su prinosom koji donose i rizikom kojeg investitor preuzima za konkretni prinos. Uz pomoć Markowitzevog modela, moguće je iz skupa portfelja izabrati onaj koji odgovara svakom pojedinom investitoru. Oni sa većom averzijom prema riziku birat će sigurniji portfelj žrtvujući razinu postignutog prinosa, a oni koji su spremniji više riskirati birat će portfelj koji donosi viši prinos.

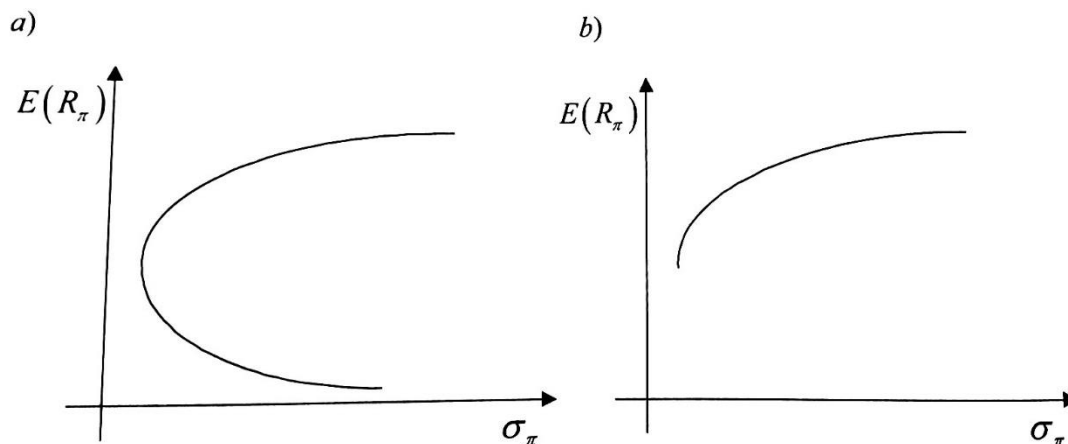
Slika 2: Skup mogućih portfelja



Izvor: Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2008.), *Financijsko modeliranje*. Zagreb: Zgombić & partneri, str. 135

Slika 2 prikazuje skup svih mogućih portfelja u koordinatnom sustavu, pri čemu je portfelj prikazan kao uređen par rizika i prinosa. Pretpostavka je da je investitor racionalan i želi što veći prinos. Međutim, zbog averzije prema riziku investitor će tražiti vrijednosnice sa nižim rizikom. U označenom dijelu nalaze se portfelji koje investitor može sastaviti od određenog broja zadanih dionica. Kako se pri analizi portfelja investitori oslanjaju na prinos i rizik, te dvije varijable prikazane su na slici. Na osi apscisa nalazi se standardna devijacija, a na osi ordinata očekivani prinos.

Slika 3: a) Skup minimalne varijance, b) Efikasna granica



Izvor: Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2008.), *Financijsko modeliranje*. Zagreb: Zgombić & partneri, str. 136

Slika 3 prikazuje na prvom grafu pod a) skup minimalne varijance. To je lijeva granica skupa mogućih portfelja. Odnosi se na točke koje za danu razinu prinosa imaju najmanju varijancu. Drugi graf pod b) prikazuje efikasnu granicu. Ona označava portfelje koji za zadani rizik imaju maksimalan prinos. Investitora će iz skupa portfelja zanimati oni portfelji koji leže na efikasnoj granici. Ako portfelji koji se nalaze na krivulji minimalne varijance za zadani rizik imaju maksimalan prinos, onda se nalaze na efikasnoj granici. Tada se ti portfelji nazivaju efikasnim portfeljima.

Efikasan portfelj može se definirati kao rješenje slijedećeg problema:

$$\max E(R_\pi) = \pi^T E(R) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(R_i),$$

uz ograničenja:

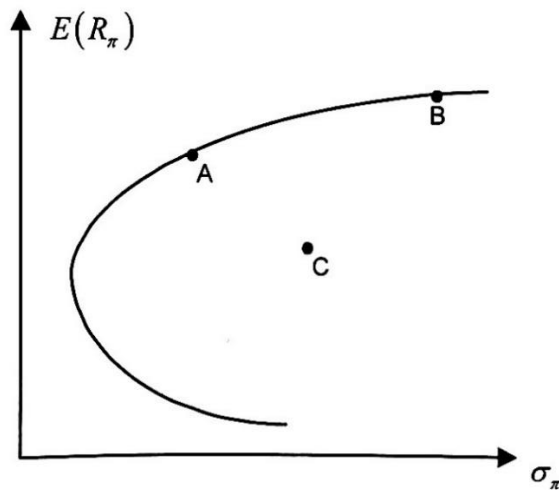
$$\sigma_\pi^2 = \pi^T S \pi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij} \leq s^2$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$$

$$\pi_i \geq 0, i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

gdje je  $s^2$  konstanta koja prikazuje rizik mjeren varijancom kojeg je investitor spreman prihvatiti.

Slika 4: Efikasni i neefikasni portfelj

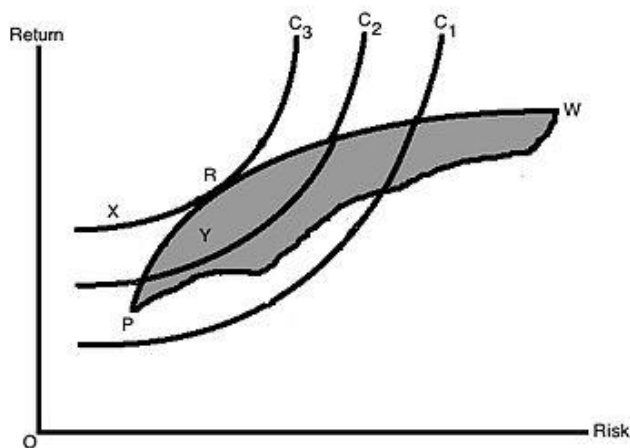


Izvor: Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2008.), *Financijsko modeliranje*. Zagreb: Zgombić & partneri, str. 137

Na slici 4 prikazana su tri portfelja označena sa A, B, i C. Vidljivo je da portfelj C nije efikasan jer se ne nalazi na efikasnoj granici, a postoje portfelji koji imaju veći očekivani prinos. Portfelji koji na slici jesu efikasni su portfelji A i B. Oni predstavljaju dominantnu poziciju ulaganja. Investitor koji se pozicionira na efikasnoj granici je efikasan investitor u Markowitzevom smislu (Aljinović, Marasović i Šego, 2008).

Slika 5: Efikasna granica i krivulje indiferencije





Izvor: [https://en.wikipedia.org/wiki/Markowitz\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Markowitz_model)

Na slici 5 prikazan je skup portfelja sa krivuljama indiferencije investitora. Prema Orsagu (2015), krivulja indiferencije prikazuje sve kombinacije investicija koje imaju identičnu korisnost za investitora. Pri izboru optimalnog portfelja investitori će birati onaj koji se nalazi u točki koja čini tangentu krivulje indiferencije i efikasne granice. To čini jer je pretpostavka da je investitor racionalan pa neće izabrati neefikasan portfelj, a birat će onu krivulju indiferencije koja mu donosi najvišu korisnost. Krivulja indiferencije konzervativnijeg investitora će se zbog veće averzije prema riziku nalaziti u nižoj, lijevoj strani efikasne granice. Kod agresivnijeg investitora ona će biti na krajnjoj desnoj strani efikasne granice.

### 2.3.1. Transakcijski troškovi

Jedna od pretpostavki Markowitzevog modela je nepostojanje transakcijskih troškova. Međutim, u stvarnosti to nije slučaj i transakcije pri trgovanju vrijednosnica podliježu različitim vrstama troškova poput poreza, naknada brokera i slično. Olsson (2005) u svom istraživanju dijeli troškove na implicitne i eksplicitne. Implicitni troškovi odnose se na neizravne troškove poput oportunitetnih troškova dok eksplicitni uključuju “vidljive” troškove koji se evidentiraju prilikom transakcije. Transakcijske troškove ne bi trebalo zanemariti s obzirom na mogućnost utjecaja na proces optimizacije. U ovom radu fokus će biti na eksplicitnim transakcijskim troškovima.

Pogue (1970) je u svom članku predstavio prošireni Markowitzev model. Njegov model

uključuje transakcijske troškove, kratku prodaju, financijsku polugu i poreze. Prikaz čitavog problema optimizacije na hrvatskom tržištu kapitala predstavile su Škarica i Lukač (2012) u svom istraživanju u kojem je pretpostavka da investitor već ima portfelj kojeg želi optimizirati ovoga puta uključujući transakcijske troškove u model. Na njihovom istraživanju temelje se slijedeći izrazi:

$$\pi = \bar{\pi} + u - v$$

gdje je  $\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n]$  vektor količina investiranih u novi portfelj,  $\bar{\pi} = [\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2, \dots, \bar{\pi}_n]$  vektor količina investiranih u inicijalni portfelj, a  $u = [u_1, u_2, \dots, u_n]$  i  $v = [v_1, v_2, \dots, v_n]$  vektori količine kupljenih i prodanih dionica  $i$ .

Slijedeća pretpostavka je da kupnja i prodaja vrijednosnica nosi određeni transakcijski trošak. Trošak kupovine jedinice  $i$ -te dionice označava se sa  $c_{B_i}$ , a prihod od prodaje  $i$ -te dionice označava se  $c_{S_i}$ . Ako s  $c_B = [c_{B_1}, c_{B_2}, \dots, c_{B_n}]$  označimo vektor troškova kupovine dionica, a s  $c_S = [c_{S_1}, c_{S_2}, \dots, c_{S_n}]$  vektor prihoda od prodaje dionica, tada izraz za ukupne transakcijske troškove  $\pi_0$  glasi:

$$\pi_0 = c_B^T u + c_S^T v.$$

Dakle,  $\pi_0$  je ukupan iznos transakcijskih troškova,  $\pi$  je vektor koji označava udjele svih vrijednosnica u portfelju,  $c_B$  i  $c_S$  vektori troškova kupovine i prodaje vrijednosnica u portfelju.

Nadalje, ukupni iznos investiran u novi efikasni portfelj je  $1 - \pi_0$ , odnosno vrijedi:

$$e^T \pi = 1 - c_B^T u - c_S^T v.$$

Ako vrijedi  $e^T \bar{\pi} = 1$ , izraz  $\pi = \bar{\pi} + u - v$  pomnožimo sa matricom  $e$  koja se sastoji samo od jedinica, dobijemo:

$$\begin{aligned} e^T \pi &= e^T \bar{\pi} + e^T u - e^T v \\ 1 - c_B^T u - c_S^T v &= 1 + e^T u - e^T v. \end{aligned}$$

Nakon rješavanja jednadžbe dobije se ograničenje:

$$(c_B + e)^T u + (c_S - e)^T v = 0.$$

Prošireni Markowitzev model kada se maksimizira prinos uz danu razinu rizika glasi:

$$\max E(R_\pi) = \pi^T E(R) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(R_i),$$

uz ograničenja:

$$\sigma_\pi^2 = \pi^T S \pi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij} \leq s^2$$

$$\pi - u + v = \bar{\pi}$$

$$(c_B + e)^T u + (c_S - e)^T v = 0$$

$$u, v, \pi \geq 0.$$

## 2.4. Kritike modela

Markowitzev model kao temelj moderne teorije portfelja bio je veliki iskorak u shvaćanju procesa investiranja i upravljanja portfeljem. Model je uspio kvantificirati rizik i efekte diversifikacije pri formiranju portfelja te uvesti korelaciju kao treću važnu varijablu u procesu formiranja portfelja. O važnosti modela govori činjenica da je u širokoj upotrebi u praksi bez obzira na nedostatke.

Međutim, glavne kritike modela odnose se na to što njegove pretpostavke nisu u potpunosti u skladu sa realnim uvjetima na tržištu. Mangram (2013) u svom članku navodi temeljne nedostatke modela. Primjerice, pretpostavka o racionalnom investitoru nije uvijek točna. Čest je slučaj da se individualni investitori uhvate u zamku euforije, mentaliteta krda te počnu trgovati na temelju emocija, a ne stručne analize. U tom smislu model zanemaruje čimbenike koje nije moguće kvantificirati. Nadalje, nemaju svi investitori pristup istim informacijama. Pogotovo se to odnosi na male, individualne investitore u usporedbi sa velikim institucijama koje sudjeluju u trgovanju na tržištima kapitala. Normalna distribucija prinosa također je jedna od pretpostavki koja nije točna u stvarnosti. Leković (2021) ističe da normalnost distribucije prinosa ne vrijedi uvijek i za sva tržišta, a pogotovo u vremenima jakog ekonomskog rasta ili velikih kriza. Nadalje, model se oslanja na savršenu efikasnost tržišta. Teorija efikasnosti tržišta tvrdi da cijene dionica u potpunosti odražavaju sve raspoložive informacije (Van Horne, 1997). Međutim, Mangram (2013) navodi da razdoblja strelovitog rasta i pada cijena, pojave

“balona”, prisutnost tržišnih neuspjeha i asimetrije informacija pobijaju tezu o savršenoj efikasnosti tržišta. U osnovnom obliku, Markowitzev model ne sadrži nikakve transakcijske troškove iako u stvarnosti svaka transakcija na tržištu kapitala sa sobom nosi troškove (brokerske naknade, poreze, razne administrativne troškove itd.) što može dovesti do rješenja problema koja nisu optimalna za investitora. Na kraju, model temelji svoje prognoze budućnosti na povijesnim podacima zanemarujući pritom nove uvjete na tržištu koji možda nisu bili prisutni ranije. Prognoze očekivanih varijabli temeljene na povijesnim podacima ne moraju uvijek biti točne te je moguće precjenjivanje ili podcjenjivanje vrijednosti prinosa i rizika. Nastavno na varijable, postavlja se pitanje jesu li prinos i rizik te njihov međuodnos jedino što utječe na investitora prilikom donošenja investitorske odluke. Mangram (2013) u svom članku navodi da investitori mogu imati strategije ulaganja koje se ne podudaraju sa onim što nalaže moderna teorija portfelja i s njom Markowitzev model.

Unatoč kritikama kojima je izložen Markowitzev model, on nije postao irelevantan. Razlog tomu je što daje dobar okvir za buduća istraživanja i proširenje spoznaja o upravljanju portfeljem. Osim teorijskog značaja koriste ga institucionalni investitori i portfelj menadžeri kojima pomaže pri donošenju odgovarajućih odluka.

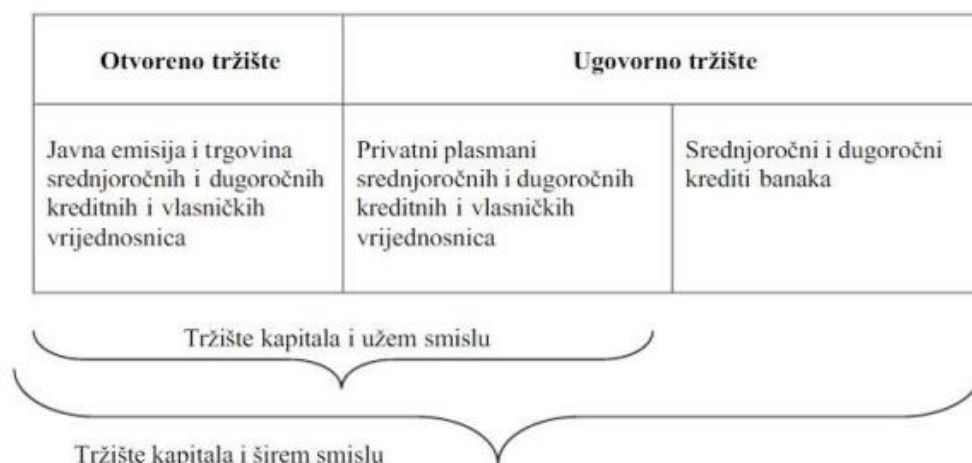
### 3. HRVATSKO TRŽIŠTE KAPITALA

#### 3.1. Pojmovno određenje tržišta kapitala

Moderna gospodarstva nezamisliva su bez funkcionalnih financijskih tržišta koja osiguravaju likvidnost poduzećima i priliku za zaradu ostalim sudionicima financijskih tržišta. Prema definiciji, financijska tržišta su tržišta gdje se financijska sredstva prenose od ljudi koji imaju višak raspoloživih sredstava ljudima koji imaju manjak sredstava (Mishkin i Eakins, 2019). Postoje različite vrste financijskih tržišta, ali prema kriteriju dospelosti financijskih instrumenata dijele se na tržište novca i tržište kapitala (Olgić Draženović, 2011). S obzirom da je predmet istraživanja ovog rada optimizacija dioničkog portfelja, fokus će biti na tržištu kapitala.

Tržišta kapitala su tržišta na kojima se odvija trgovina vrijednosnim papirima s razdobljem dospjeća duljim od jedne godine (Mishkin i Eakins, 2019). Služe kao mehanizam za prijenos sredstava za investiranja od subjekata sa financijskim viškom do subjekata sa financijskim manjkom. Uređena su pravnom regulativom kako bi se osiguralo transparentno, sigurno i likvidno tržište.

Slika 6: Tržište kapitala u užem i širem smislu



Izvor: Vidučić, Lj., Pepur, S., Šimić Šarić, M. (2018.), *Financijski menadžment*. Zagreb: RriF, str. 106

Kao što je vidljivo na slici 6, tržišta kapitala mogu se promatrati u užem i širem smislu (Vidučić, Pepur i Šarić Šimić, 2018). U užem smislu tržište kapitala podrazumijeva trgovinu

srednjoročnim i dugoročnim vrijednosnim papirima javnih i privatnih emitenata. Kada se ovome pridodaju srednjoročni i dugoročni krediti banaka, dobije se tržište kapitala u širem smislu.

Unutar institucionalnog okvira kojeg čine burze, nadzorna tijela, mediji i druge institucije djeluju različite interesne skupine sa svojim motivima i zahtjevima. Efikasno funkcioniranje i razvoj tržišta podrazumijeva velik broj različitih sudionika. Prema Olgic Draženović (2011), četiri vrste sudionika na tržištima kapitala su:

- emitenti
- investitori
- posrednici
- ostali sudionici.

Emitenti, odnosno izdavatelji na tržištima kapitala su državne i lokalne vlasti, dionička društva i financijske institucije. Vlasti izdaju dugoročne obveznice kako bi financirali projekte od javnog interesa, poput izgradnje škola, bolnica, cesta i slično. Vlasti ne izdaju dionice jer ne mogu prodavati prava vlasništva. Izdaju isključivo dužničke vrijednosne papire za financiranje javne potrošnje, budžetskih deficita, otplatu duga i investicijske projekte. S druge strane, dionička društva i financijske institucije izdaju i obveznice i dionice za financiranje sadašnjih aktivnosti ili investicijskih projekata. To znači da, za razliku od državnih tijela, mogu svoje aktivnosti financirati dugom i prodajom vlasničkih udjela. Zahvaljujući postojanju tržišta kapitala, emitenti imaju pristup većim količinama kapitala nego u slučaju da se moraju osloniti samo na vlastiti kapital.

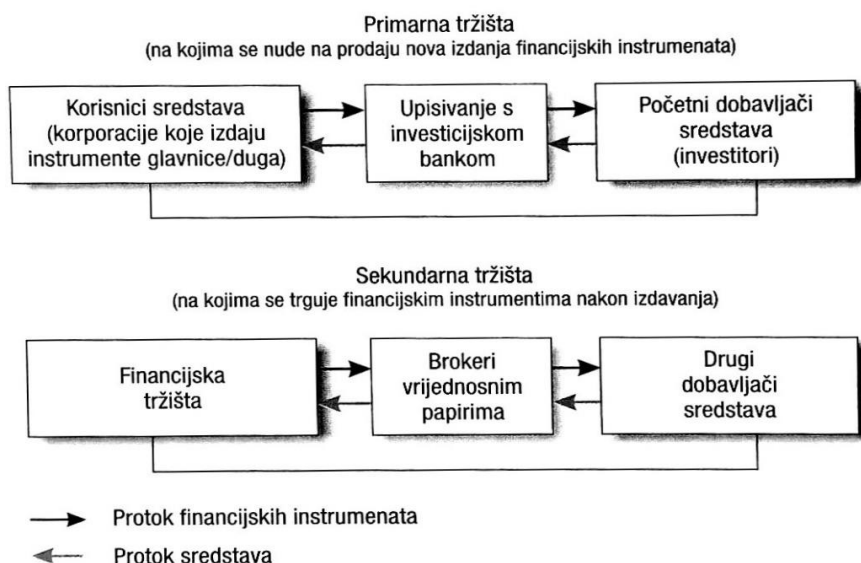
Investitori predstavljaju kupce vrijednosnih papira na tržištima kapitala. Uključuju pravne ili fizičke osobe ulažu svoj novac u sadašnjosti očekujući prinos u budućnosti. U žargonu pojam investitor se odnosi na sve kupce vrijednosnih papira, a dijele se na individualne i institucionalne. Individualni investitori su fizičke osobe koje samostalno kupuju i prodaju vrijednosnice na tržištu. Često to rade tako da svoja sredstva polažu kod različitih vrsta fondova koji prikupljena sredstva koriste za kupnju instrumenata tržišta kapitala (Saunders i Cornett, 2006). S druge strane, institucionalni investitori podrazumijevaju organizirane financijske institucije poput investicijskih fondova, banaka, osiguravajućih društava i slično. Zahvaljujući većoj količini dostupnih sredstava mogu obavljati transakcije puno većeg volumena nego pojedinci. Odluke temelje na temeljitoj analizi svakog ulaganja te imaju pristup kvalitetnijim

informacijama. Kada se zanemari žargon, onda se kupci vrijednosnih papira mogu razvrstati na investitore, špekulante i arbitražere. Pojam investitor u tom slučaju označava fizičku ili pravnu osobu koja ulaže svoja sredstva po principu diversifikacije, očekujući primjerene zarade u dugom roku. Špekulanti kupuju vrijednosne papire bez temeljite analize poduzeća ili industrije, već ih zanima samo cijena vrijednosnog papira. Pokušava predvidjeti kretanja cijena na tržištu te u kratkom roku zaraditi na razlici. Prema tome, kupuje one vrijednosne papire za koje očekuje rast cijena, a prodaje one za koje očekuje pad cijena. Zaključno, arbitražeri istovremeno kupuju i prodaju iste vrijednosnice na različitim tržištima. Na tržištu viših cijena zauzimat će kratke pozicije. Zatim će zaradu od kratke prodaje iskoristiti za kupnju vrijednosnih papira na tržištu nižih cijena jer tamo očekuju rast.

Posrednici su sudionici na tržištima kapitala koji povezuju emitente sa investitorima tako što prikuplja novac investitora i omogućuje financiranje pojedinaca ili kompanija (Brelay, Myers i Marcus, 2007). Djeluju unutar određenog zakonodavnog okvira i pod nadzorom odgovarajućih tijela. Prema Olgic Draženović (2011), najvažniji posrednici su brokери, dileri i investicijske banke. Brokери su posrednici koji su članovi organiziranih burzi, odnosno zaposlenici brokerskih kuća. Oni jedini imaju dozvolu za trgovanje na burzi čiji su članovi. Djeluju kao agenti između kupaca i prodavača vrijednosnih papira. Oni posluju za tuđe ime i za tuđi račun. Stoga ne ostvaraju prinos od investicije niti preuzimaju rizik. Zaradu ostvaruju od brokerske naknade za odrađenu uslugu. Dileri omogućuju klijentima da u svakom trenutku obave kupnju ili prodaju nekog vrijednosnog papira. Oni posluju za svoje ime i svoj račun tako da preuzimaju znatan rizik za razliku od brokera. Pokušavaju zaraditi na cjenovnom rasponu, odnosno razlici u cijeni između kupovnih i prodajnih tečajeva vrijednosnih papira. Osim toga, imaju ulogu stvaratelja tržišta, omogućujući kupnju i prodaju vrijednosnih papira. Investicijske banke su posrednici koji se, za razliku od brokera i dilera, bave trgovinom na veliko. Primarno, posreduju pri emisiji vrijednosnih papira tako da otkupljuju čitavu emisiju od emitenata i plasiraju je investitorima. Također imaju savjetodavnu ulogu u pripremi emisije, poslovanju dioničkih društava, ali i ulogu stvaratelja tržišta.

Ostali sudionici tržišta kapitala uključuju financijske analitičare, revizore, medije. Oni osiguravaju transparentnost tržišta kapitala. Snose odgovornost za provjeru informacija i njihov prijenos široj javnosti te zainteresiranim skupinama.

Slika 7: Princip rada primarnih i sekundarnih tržišta



Izvor: Saunders, A., Cornett, M. M. (2006.), *Financijska tržišta i institucije: moderno viđenje*. Zagreb: Masmedia, str. 5

Kao što je prikazano na slici 7, trgovanje na tržištima kapitala odvija se na:

- primarnom i
- sekundarnom tržištu.

Primarno tržište je inicijalno tržište na kojem se ugovaraju potpuno nove emisije vrijednosnih papira koji se nude investitorima (Elton i Gruber, 1995). Prema tome, radi se o emisijskom tržištu. Na njemu će dionička društva emitirati nove dionice ili prvi put izlaziti na burzu u obliku inicijalne javne ponude s ciljem pribavljanja novčanih sredstava. Emisijom vrijednosnih papira prikuplja se višak novčanih sredstava investitora i povećava ili posuđuje kapital emitenta, ovisno o kojem se vrijednosnom papiru radi. Dakle, zadaća primarnog tržišta je mobilizacija decentralizirane štednje stanovništva.

Sekundarno tržište je tržište na kojem se obavlja trgovina postojećih vrijednosnih papira, odnosno onih koji su već ranije emitirani na primarnom tržištu (Elton i Gruber, 1995). Zapravo se radi o ponovnoj prodaji ili kupnji vrijednosnih papira. Naziva se i transakcijskim tržištem. Sekundarno tržište omogućuje realokaciju finansijskih sredstava između različitih investitora (Foley, 1993). Trgovina vrijednosnim papirama na sekundarnom tržištu ne utječe izravno na dionička društva koja su prvotno izvršila emisiju, već se jedino mijenja vlasnik vrijednosnog papira. Ipak, kupnja i prodaja vrijednosnih papira na sekundarnom tržištu utječe na vrijednost emitenta. Prema Olgić Draženović (2011), osnovne funkcije sekundarnog tržišta su



osiguravanje likvidnosti financijskih instrumenata i određivanje cijene u procesu trgovanja.

U suvremenom gospodarstvu prisutna je slojevitost tržišta kapitala koja se ne može opisati samo kroz postojanje primarnog i sekundarnog tržišta, nego tercijarnog i kvartarnog. Tercijarno tržište kapitala spona je između organiziranog trgovanja vrijednosnim papirima na burzi i trgovanja posredovanjem dilera (Orsag, 2015). Kvartarno tržište podrazumijeva trgovanje velikim blokovima vrijednosnih papira između velikih institucionalnih investitora.

Postoje različiti načini na koje se može trgovati vrijednosnim papirima i odnose se na tipove institucija koje djeluju u okviru tržišta kapitala. Dakle, osim izravne trgovine među zainteresiranim stranama, kupnja i prodaja vrijednosnih papira može se odvijati putem organiziranih tržišta kapitala.

Prema Orsagu (2015), organizirana tržišta kapitala su:

- burze
- tržišta preko šaltera (OTC – over-the-counter markets).

Burza je institucija na kojoj se organizira tržište te koja omogućuje susretanje ponude i potražnje za vrijednosnim papirima. Burza je organizirano mjesto s jasnim procedurama i pravilima kako bi se osiguralo efikasno i zakonito djelovanje svih sudionika na tržištu kapitala. Funkcionira kao udruženje registriranih članova koji imaju pravo trgovati na burzi na temelju jednog ili više plaćenih mjesta. Također, trguje se samo dionicama koje su uvrštene na burzu. Kako bi dionice bile uvrštene na burzu, emitent je dužan dostaviti dokaze o ispunjenju uvjeta za uvrštavanje na burzu. Nakon uvrštenja dionička društva dužna su prihvatiti visoke standarde izvještavanja u cilju zaštite investitora.

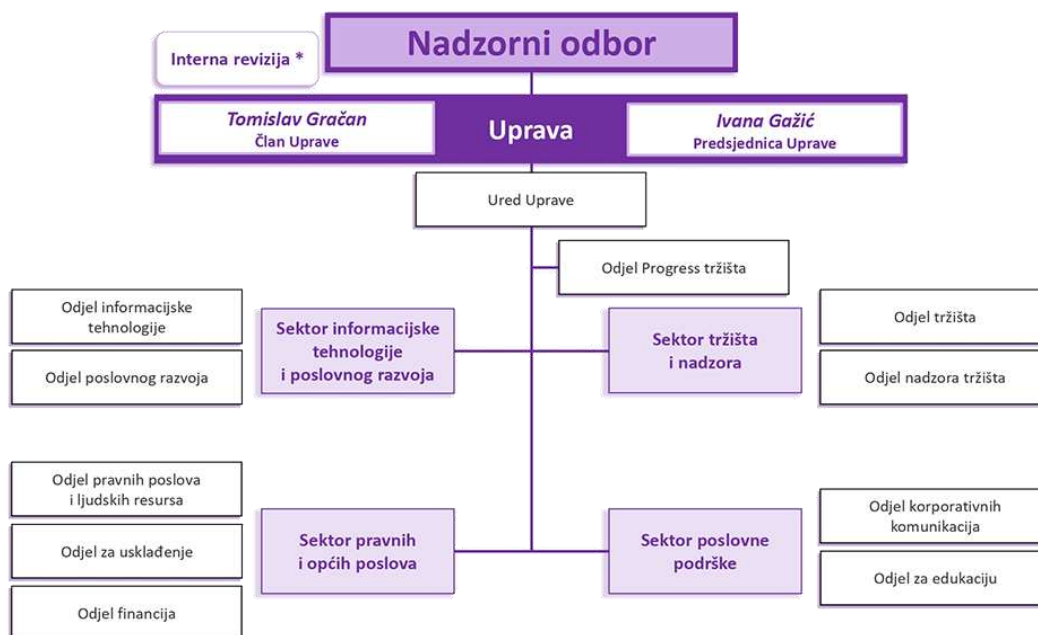
OTC tržište je oblik tržišta koje nema fizičko mjesto, već se na njemu trguje elektronski uz slabiju regulaciju. Vrijednosnice kojima se trguje na ovom tržištu su vrijednosnice manjih ili novijih poduzeća s kratkom poviješću trgovanja, koja nisu uvrštena na burzu. S obzirom na to, radi se o poduzećima koja uglavnom ne ispunjavaju kriterije za uvrštenje na burzu što OTC tržišta čini rizičnijim za ulaganje. Tržište funkcionira na mreži međusobno spojenih računala i kontinuirano na ekranima prikazuje kupovne i prodajne cijene. Uz to, ne zahtijeva članstvo kako bi se na njima trgovalo.

## 3.2. Zagrebačka burza

Hrvatsko tržište kapitala je relativno mlado iako povijest trgovanja na burzi neformalno traje od vremena Austro-Ugarske Monarhije. Tradicija trgovanja je zbog političkih okolnosti i dolaska socijalizma prekinuta, a burza zatvorena. Moderna povijest hrvatskog tržišta kapitala počinje 1991. godine kada je 25 banaka i dva osiguravajuća društva osnovalo Zagrebačku burzu (Andrijanić i Vidaković, 2015).

Zagrebačka burza jedino je uređeno tržište vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj. Svojevremeno postojala je Varaždinska burza, ali je nestala spajanjem sa Zagrebačkom burzom. U samim počecima trgovanje je funkcioniralo putem velikih dražbi koje su zahtijevale fizičku prisutnost brokera. Sredinom devedesetih uveden je elektronički sustav koji je omogućio uporabu telekomunikacija u povezivanju brokera s klijentima.

Slika 8: Organizacija Zagrebačke burze



Izvor: <https://zse.hr/hr/organizacijska-struktura/268>

Slika 8 prikazuje organizacijsku strukturu Zagrebačke burze. Po svojoj strukturi i organizaciji slična je organizaciji drugih poduzeća, osim što je prilagođena trgovanju vrijednosnim papirima. Organizaciju burze čine statut društva, nadzorni odbor, uprava te različiti odjeli i funkcije.

Rad burze definiran je statutom, a regulator domaćeg tržišta kapitala je HANFA (Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga). Djelokrug HANFA-e uređen je Zakonom o tržištu kapitala i Zakonom o preuzimanju dioničkih društava. Olgić Draženović (2011) navodi ostale sudionike domaćeg tržišta kapitala kao što su emitenti, investitori, brokerske kuće i SKDD (Središnje klirinško depozitarno društvo). Uloga SKDD-a je upravljanje središnjim depozitorijem nematerijaliziranih vrijednosnih papira, sustavom poravnanja i namire transakcija te određivanje jedinstvene identifikacijske oznake nematerijaliziranih vrijednosnih papira (Leko i Stojanović, 2018).

Djelatnost burze financiraju sudionici u trgovini na burzi. Članovi burze su investicijska društva, kreditne i financijske institucije koje ispunjavaju uvjete određene pravilima burze te plaćaju naknadu za članstvo. Dakle, financiranje burze se odvija članarinama, naknadama za trgovanje i uvrštenje vrijednosnih papira te naknadama za pružanje burzovnih informacija. Prema Leki i Stojanoviću (2018), predmet poslovanja burze čine slijedeće djelatnosti:

- upravljanje uređenim tržištem
- prikupljanje, obrada i objavljivanje podataka o trgovanju
- upravljanje multilateralnom trgovinskom platformom
- razvoj, održavanje i raspolaganje računalnim programima za upravljanje uređenim tržištem
- usluge organizacije i provedbe izobrazbe namijenjene sudionicima tržišta kapitala i izdavačka djelatnost
- dodjeljivanje i administriranje jedinstvenih identifikacijskih oznaka LEI.

Prema Andrijaniću i Vidakoviću (2015), jedna od značajki burzi je komunikacija s investorima o stanju u ekonomiji i kretanju vrijednosti pojedinih instrumenata. To burze čine putem burzovnih indeksa. Burzovni indeksi su pokazatelji kretanja cijena pojedinih dionica te mogu pokazivati kretanja čitave burze ili pojedinih sektora. Zagrebačka burza danas ima 11 dioničkih i 2 obveznička indeksa od kojih je najstariji dionički indeks naziva CROBEX.

Trgovanje na Zagrebačkoj burzi odvija se pomoću elektroničkog sustava NASDAQ (OMX) X-Stream koji je zamijenio do tada korištene sustave MOST i BTS (Leko i Stojanović, 2018). S obzirom na slab obujam trgovine i mali broj izlistanih poduzeća, Zagrebačka burza uvela je više definicija tržišta i pravila trgovanja kako bi se prilagodila uvjetima investiranja u

Hrvatskoj. Prema Andrijaniću i Vidakoviću (2015), tržište na Zagrebačkoj burzi podijeljeno je na dva segmenta, uređeno tržište i multilateralnu trgovinsku platformu.

Uređeno tržište je multilateralni sustav koji spaja ponudu i potražnju, koji ima odobrenje Agencije, a koji vodi tržišni operater (Madir, 2009). Dijeli se na:

- a) Vodeće tržište
- b) Službeno tržište
- c) Redovito tržište.

Svako od navedenih tržišta ima pravila koja se odnose na transparentnost. Svaka nova razina tržišta povećava transparentnost poslovanja poduzeća i informiranost investitora. U tom smislu redovito tržište ima najmanje zahtjeva, dok je vodeće tržište najzahtjevnije. S povećanjem transparentnosti raste i atraktivnost dionica pojedinih poduzeća.

MPT je multilateralni sustav koji spaja ponudu i potražnju, a kojim mogu upravljati investicijsko društvo ili burza, temeljem odobrenja Agencije (Madir, 2009). Dijeli se na domaći i strani MTP. U kontekstu transparentnosti MTP ima niže zahtjeve u odnosu na uređeno tržište. Stoga ulaganja u instrumente s MTP-a nose veći rizik u odnosu na ulaganja u instrumente s uređenog tržišta.

### **3.3. Značajke tržišta u Hrvatskoj**

Hrvatsko tržište kapitala dijeli karakteristike tržišta tranzicijskih zemalja te je nerazvijeno iz više razloga. Moderno tržište kapitala u Hrvatskoj vrlo je mlado te je nastalo u periodu kada je socijalistički ustroj gospodarstva zamijenjen slobodnim tržištem. S obzirom na činjenicu da je Hrvatska tranzicijska zemlja, ne postoji tradicija dugoročnog ulaganja, a financijska pismenost i zainteresiranost stanovništva za financijska tržišta izrazito je niska. Zbog slabog interesa za ulaganjem može se govoriti o niskoj likvidnosti tržišta.

Standardi korporacijskog upravljanja u Hrvatskoj veoma su niski. Primjena računovodstvenih standarda, izvještavanje investicijske javnosti i uloga nadzornih odbora, nisu razvijeni u mjeri koja bi pobudila veće povjerenje ulagača u tržište kapitala, a vlasnička struktura u srednjim i velikim kompanijama i dalje je uglavnom koncentrirana (Olgić Draženović, 2011).

Tržište kapitala i njegov razvoj pod utjecajem je političkih odluka koje donose vlade. Bez odluka zakonodavnih tijela nije moguće uspostaviti i ažurirati pravni okvir unutar kojeg tržište kapitala može efikasno funkcionirati. Hrvatsku prati problem čestih promjena fiskalnog sustava i tradicionalno nisko povjerenje u institucije koje utječe na sigurnost ulaganja iz perspektive investitora.

Problem male hrvatske ekonomije vidi se u malom broju izlistanih poduzeća na burzi te niskom volumenu transakcija. Investitori uglavnom nisu zainteresirani za dugoročno investiranje, a stanovništvo alternativu štednji vidi u ulaganju u nekretnine. Takva situacija ne omogućava da hrvatsko tržište kapitala bude alternativni izvor kapitala u odnosu na bankarski sustav. Također, jako je mali broj i utjecaj individualnih investitora dok tržištem dominiraju institucionalni investitori (banke, mirovinski i investicijski fondovi i slično).

Unatoč izazovima koje predstavlja mala tranzicijska ekonomija, tržište je bilježilo rast obujma trgovanja sve do financijske krize 2008. godine. Od tada se tržište nije oporavilo, a Altaras Penda (2019) u svom radu navodi da je razdoblje od financijske krize godine do 2019. godine izgubljeno desetljeće obilježeno stagnacijom. Sve specifičnosti i problemi hrvatskog tržišta kapitala prate ga i danas iako bi se perspektiva trebala popraviti ulaskom u Europsku uniju i eurozonu.

Prema Olgic Draženović (2011), iz prethodno navedenih činjenica mogu se izdvojiti slijedeće temeljne karakteristike hrvatskog tržišta kapitala:

- Tržište je usko i plitko
- Likvidnost tržišta je izrazito niska
- Standardi korporacijskog upravljanja kompanijama su nedovoljno razvijeni, a vlasništvo u većini velikih kompanija je izrazito koncentrirano
- Nedostatak investicijske kulture i tradicije ulaganja na dugoročnom financijskom tržištu
- Orijentacija (malih) tržišnih sudionika na špekulativne aktivnosti i nedostatak interesa za dugoročne investicije
- Netransparentnost tržišta.

## **4. PRIMJENA MARKOWITZEVOG MODELA NA ZAGREBAČKOJ BURZI**

### **4.1. Kriterij odabira dionica**

Predmet analize neće biti sve dionice koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi, već će se određenim kriterijima njihov broj umanjiti. Razlog tomu je smanjenje efekta diversifikacije nakon određenog broja dionica uvrštenih u portfelj, ali i pojednostavljen izračun. Stoga će optimalan portfelj sadržavati 9 dionica izabranih na temelju određenih kriterija.

Kriteriji za uvrštavanje dionica u portfelj su:

- Dionica mora biti uvrštena na Zagrebačkoj burzi
- Dionica mora biti uključena u indeks CROBEX, službeni indeks Zagrebačke burze
- Dionica mora zadovoljavati uvjete za uključenje u CROBEX
- Dovoljno velika tržišna kapitalizacija
- Dovoljno velika vremenska serija.

Primarni kriterij temeljem kojeg su dionice izabrane je likvidnost dionica. Likvidnost podrazumijeva da u svakom trenutku možemo kupiti ili prodati određenu dionicu bez značajnog rasta ili pada cijene. Prema Jerončić i Aljinović (2011), likvidnost bi trebala osigurati pravedno vrednovanje dionice jer velik broj transakcija osigurava konvergenciju cijene dionice ka ravnotežnoj cijeni ponude i potražnje.

Istraživanje će biti provedeno za vremensko razdoblje od 01.01.2018. do 01.01.2023. godine. Pritom će se u obzir uzeti mjesečne promjene cijene. Razdoblje od 5 godina sadrži 60 mjesečnih stopa prinosa što bi trebalo biti dovoljno za kvalitetnu primjenu modela. S obzirom da se povijesni podaci o cijenama na Zagrebačkoj burzi objavljuju na dnevnoj bazi, mjesečna cijena dobit će se kao aritmetička sredina dnevnih cijena u promatranom mjesecu. Prilikom izračuna vodilo se računa o neradnim danima i danima kada se dionicom nije trgovalo.

Iz mjesečnih promjena cijene dalje će se moći izračunati postotni prinosi. Zatim će se postotni prinosi koristiti za izračun očekivanih prinosa, varijance, matrice varijanci i kovarijanci te naposljetku formirati efikasna granica.

Što se tiče samog CROBEX indeksa, to je službeni indeks Zagrebačke burze uveden 03.09. 1997. godine. Bazni datum je 01.07.1997. godine, a bazna vrijednost 1000 (Wikipedia, 2023). Izračunava se na temelju free float tržišne kapitalizacije, pri čemu je težina pojedine dionice ograničena na 10%. Ako se nekom od dionica koje sačinjavaju CROBEX nije trgovalo predmetnog dana, uzima se zadnja cijena.

Revizija indeksa vrši se polugodišnje, treći petak u ožujku i rujnu. Redovna revizija obavlja se na temelju podataka o trgovini u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi trgovini. Osim redovne, u slučaju izvanrednih događaja može se vršiti izvanredna revizija indeksa. Izvanredni događaji uključuju korporativne akcije, prestanak uvrštenja pojedine dionice, dugotrajna obustava trgovine određene dionice, podnošenje prijedloga za otvaranje postupka predstečajne nagodbe, stečajnog postupka ili postupka likvidacije nad društvom. Prilikom izvanredne revizije nema uključivanja novih dionica u indeks, već indeks može imati samo manji broj dionica nakon revizije.

Prema kriterijima objavljenima na web stranici Zagrebačke burze (2023), dionice ulaze u sastav CROBEX-a ako ispunjavaju slijedeće preduvjete:

- 1) Dionice su uvrštene na uređeno tržište te se njima trgovalo više 75% trgovinskih dana u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji
- 2) Nije otvoren postupak predstečajne nagodbe, stečajnog postupka ili postupka likvidacije nad izdavateljem dionice
- 3) Rang svake dionice koja ispunjava uvjete iz stavka 1. i 2. ovog članka određuje se na osnovi dva kriterija:
  - udjel u free float tržišnoj kapitalizaciji
  - udjel u prometu ostvarenom unutar knjige ponuda u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji
- 4) Svakom od navedenih kriterija pripisuje se težina 50%, računa se srednjak udjela odnosno vagani tržišni udjel i dionice se rangiraju prema vaganom tržišnom udjelu
- 5) U sastav indeksa ulazi najmanje 15, a najviše 25 dionica s najvećim rangom
- 6) Ako izdavatelj ima više rodova dionica koje ispunjavaju uvjete za ulazak u sastav indeksa, u indeks će se uključiti samo jedan rod dionica i to onaj s većim rangom.

Izračun indeksa vrši se omjerom free float tržišne kapitalizacije i divizora indeksa što je prikazano izrazom:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i,t} * q_{i,T} * f_{i,T} * w_{i,T}}{D_T}$$

pri čemu je:

$I$  – vrijednost indeksa CROBEX

$p_{i,t}$  – zadnja cijena dionice  $i$  u trenutku  $t$

$q_{i,T}$  – broj izdanih dionice  $i$  u trenutku  $T$

$f_{i,T}$  – free float faktor u trenutku  $T$

$w_{i,T}$  – težinski faktor u trenutku  $T$

$D_T$  – vrijednost divizora indeksa u trenutku  $T$

$i$  – brojač koji predstavlja dionice uključene u sastav indeksa

$T$  – datum revizije indeksa

$t$  – trenutak izračuna indeksa.

Prema informacijama sa web stranice Zagrebačke burze (2023), divizor indeksa računa se u slučaju uključivanja novih dionica u indeks, isključivanja dionica iz indeksa, promjene free float faktora, te zbog promjene broja dionica uključenih u indeks. Time se osigurava vremenska usporedivost indeksa.

Divizor indeksa  $D_{T+1}$  na dan  $T + 1$  revizije predstavljen je izrazom:

$$D_{T+1} = D_T * \frac{I(T')}{I(T)}$$

pri čemu je:

$I(T')$  – vrijednost indeksa CROBEX nakon promjene na dan  $T$

$I(T)$  – vrijednost indeksa CROBEX prije promjene na dan  $T$

$T + 1$  – dan revizije

$T$  – dan revizije.



## 4.2. Formiranje optimalnog portfelja

Za formiranje optimalnog portfelja u obzir će se uzeti isključivo dionice koje su u razdoblju od 1. siječnja 2017. do 30. prosinca 2022. neprekidno bile u sastavu tržišnog indeksa CROBEX. Popis dionica koje ispunjavaju uvjete prikazan je u tablici 1.

Tablica 1: Odabrane dionice sa Zagrebačke burze

Simbol	Dioničko društvo
ADPL	AD Plastik d.d.
ADRS2	Adris grupa d.d.
ATGR	Atlantic Grupa d.d.
ATPL	Atlantska plovidba d.d.
ERNT	Ericsson Nikola Tesla d.d.
HT	HT d.d.
PODR	Podravka d.d.
RIVP	Valamar Riviera d.d.
ZABA	Zagrebačka banka d.d.

Izvor: Izrada autora

Nakon odabira dionica koje će biti dio analize računaju se parametri potrebni za formiranje portfelja. Za izračun očekivanog prinosa, varijance i standardne devijacije pojedinih vrijednosnica potrebno je preuzeti podatke o zaključnim cijenama dionica na kraju svakog mjeseca. Podaci su dostupni na web stranici Zagrebačke burze. Zatim se izračuna postotna promjena cijena, odnosno mjesečni prinosi uz pomoć formule  $R_X(t) = \ln\left(\frac{P_X(t)}{P_X(t-1)}\right)$ , gdje je  $P_X(t)$  cijena dionice X u razdoblju  $t$ , a  $P_X(t-1)$  cijena dionice X u razdoblju  $t-1$ . Očekivani prinos dionice računa se kao prosjek mjesečnih prinosa. Prema načinu izračuna prikazanom u istraživanju Jerončić i Aljinović (2011.), u Excel-u se očekivani prinos računa funkcijom AVERAGE, a varijanca i standardna devijacija funkcijama VAR.P i STDEV.P. U tablici 2

prikazani su očekivani prinosi, varijance i standardne devijacije svih 9 dionica u uzorku za formiranje optimalnog portfelja.

Tablica 2: Očekivani prinosi, varijance i standardne devijacije odabranih dionica

Dionica	Očekivani prinos	Varijanca	Standardna devijacija
<b>ADPL</b>	0,26%	0,00714	8,45%
<b>ADRS2</b>	-0,24%	0,00258	5,08%
<b>ATGR</b>	1,02%	0,00279	5,28%
<b>ATPL</b>	0,20%	0,02086	14,44%
<b>ERNT</b>	0,64%	0,00214	4,63%
<b>HT</b>	0,11%	0,00137	3,70%
<b>PODR</b>	0,74%	0,00339	5,82%
<b>RIVP</b>	-0,29%	0,00550	7,42%
<b>ZABA</b>	0,14%	0,00379	6,15%

Izvor: Izrada autora

Iz priloženog je vidljivo da sedam dionica ima pozitivan, a dvije negativan očekivani prinos. Najveći očekivani prinos ima dionica poduzeća Atlantic Grupa d.d. koji iznosi 1,02%, dok najmanji očekivani prinos ima dionica poduzeća Valamar Riviera d.d. sa -0,29%. Od dionica sa pozitivnim očekivanim prinosom, najniži očekivani prinos ima dionica poduzeća Hrvatski telekom d.d. sa 0,11%.

Uspoređujući rizik mjeren standardnom devijacijom, vidi se da je najrizičnija dionica poduzeća Atlantska plovidba d.d. čija standardna devijacija iznosi 14,57%. Najniži rizik ima dionica poduzeća Hrvatski Telekom d.d. čija standardna devijacija iznosi 3,73%.

Slijedeći korak je izrada matrice varijanci i kovarijanci. Prvo je potrebno sastaviti R-E(R) tablicu koja prikazuje razliku odgovarajućih prinosa i očekivanog prinosa za svaku dionicu u uzorku. Zatim se uz pomoć Excel funkcija MMULT i TRANSPOSE formira matrica varijanci i kovarijanci koja je predstavljena kao Tablica 3.

Tablica 3: Matrica varijanci i kovarijanci

Matrica varijanci i kovarijanci									
	ADPL	ADRS2	ATGR	ATPL	ERNT	HT	PODR	RIVP	ZABA
ADPL	0,00714	0,00347	0,00162	0,00588	0,00196	0,00105	0,00225	0,00383	0,00245
ADRS2	0,00347	0,00258	0,00143	0,00335	0,00139	0,00087	0,00161	0,00253	0,00149
ATGR	0,00162	0,00143	0,00279	0,00015	0,00130	0,00081	0,00163	0,00152	0,00157
ATPL	0,00588	0,00335	0,00015	0,02086	0,00127	0,00038	0,00123	0,00428	0,00256
ERNT	0,00196	0,00139	0,00130	0,00127	0,00214	0,00060	0,00103	0,00176	0,00154
HT	0,00105	0,00087	0,00081	0,00038	0,00060	0,00137	0,00089	0,00083	0,00062
PODR	0,00225	0,00161	0,00163	0,00123	0,00103	0,00089	0,00339	0,00160	0,00137
RIVP	0,00383	0,00253	0,00152	0,00428	0,00176	0,00083	0,00160	0,00550	0,00183
ZABA	0,00245	0,00149	0,00157	0,00256	0,00154	0,00062	0,00137	0,00183	0,00379

Izvor: Izrada autora

Nakon izračuna svih potrebnih varijabli, slijedi formiranje efikasne granice uz pomoć Excel-ovog alata Solver. Formira se na temelju povijesnih podataka i prethodno izračunatih varijabli prikazanih u Tablici 2 i Tablici 3. Za zadani rizik formira se 11 različitih portfelja minjenjajući iznos standardne devijacije od 3,30% do 5,20%. Popis svih 11 efikasnih portfelja u modelu prikazan je u Tablici 4.

Tablica 4: Efikasni portfelji dobiveni proširenim Markowitzevim modelom za različite vrijednosti rizika s

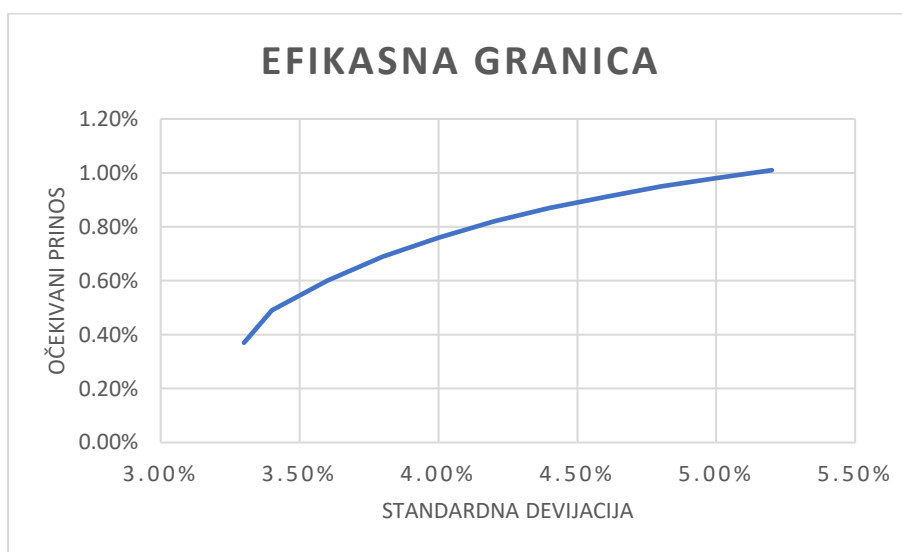
s	E(R)	ADPL	ADRS2	ATGR	ATPL	ERNT	HT	PODR	RIVP	ZABA
3,30%	0,37%	0,00	0,00	0,09	0,02	0,27	0,56	0,05	0,00	0,01
3,40%	0,49%	0,00	0,00	0,20	0,02	0,29	0,42	0,07	0,00	0,00
3,60%	0,60%	0,00	0,00	0,30	0,01	0,30	0,29	0,10	0,00	0,00
3,80%	0,69%	0,00	0,00	0,37	0,01	0,31	0,19	0,12	0,00	0,00
4,00%	0,76%	0,00	0,00	0,43	0,01	0,32	0,11	0,13	0,00	0,00
4,20%	0,82%	0,00	0,00	0,49	0,01	0,33	0,03	0,14	0,00	0,00
4,40%	0,87%	0,00	0,00	0,59	0,00	0,28	0,00	0,13	0,00	0,00
4,60%	0,91%	0,00	0,00	0,70	0,00	0,20	0,00	0,10	0,00	0,00
4,80%	0,95%	0,00	0,00	0,80	0,00	0,12	0,00	0,08	0,00	0,00
5,00%	0,98%	0,00	0,00	0,88	0,00	0,06	0,00	0,06	0,00	0,00
5,20%	1,01%	0,00	0,00	0,96	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00

Izvor: Izrada autora

Izbor portfelja prikazanih u tablici 4 kreće se od portfelja sa najnižim rizikom od 3,30% sa

očekivanim prinosom 0,37%, do najrizičnijeg portfelja sa standardnom devijacijom od 5,20% i očekivanim prinosom 1,01%. Portfelj sa najnižim rizikom sadrži 6 dionica, a vidljivo je da se povećanjem rizika smanjuje broj dionica koje ulaze u efikasni portfelj. Izbor optimalnog portfelja među ponuđenim portfeljima u Tablici 4 ovisit će o pojedinom investitoru te njegovoj averziji prema riziku. Na temelju podataka o standardnoj devijaciji i očekivanom prinosu može se konstruirati efikasna granica i grafički prikazati navedeni skup portfelja. Efikasna granica prikazana je na slici 9.

Slika 9: Efikasna granica dobivena proširenim Markowitzevim modelom



Izvor: Izrada autora

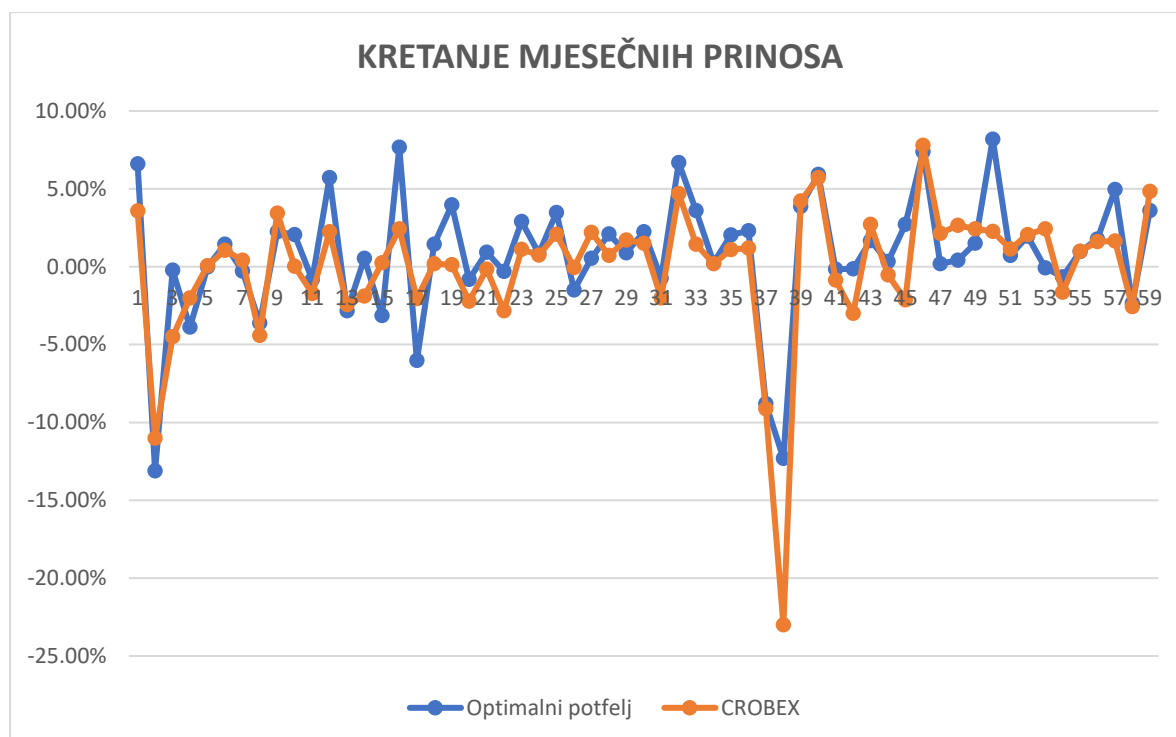
Model je proširen transakcijskim troškovima koji su izraženi kao proporcionalni, izravni troškovi, poput primjerice naknade brokera. Na identičan način troškove su u model implementirale Lukač i Škarica (2012) u svom istraživanju. S obzirom da su naknade za transakcije na Zagrebačkoj burzi izrazito niske, nisu jednake za sve transakcije te se mogu s vremenom mijenjati, u korištenom modelu pretpostavljeni su transakcijski troškovi od 0,30% za sve dionice u uzorku.

Od svih portfelja na efikasnoj granici u nastavku analize koristit će se portfelj čiji očekivani prinos iznosi 0,76% te čija standardna devijacija iznosi 4,00%. Portfelj sadrži 5 dionica od početnih 9 izabranih u uzorak. U portfelju dionica ATGR sadrži 43%, ATPL 1%, ERNT 32%, HT 11% i PODR 13%.

### 4.3. Analiza rezultata

Za ocjenu uspješnosti formiranja portfelja proširenim Markowitzevim modelom, usporediti će se pokazatelji izabranog portfelja i indeksa CROBEX Zagrebačke burze.

Slika 10: Kretanje mjesečnih prinosa optimalnog portfelja i CROBEX-a



Izvor: Izrada autora

Na slici 10 vidljivo je kretanje mjesečnih prinosa optimalnog portfelja i CROBEX-a. Prinosi povremeno značajno odstupaju od prosjeka, a u dva slučaja je zabilježen ekstremno negativan prinos optimalnog portfelja i CROBEX-a. Razlog prvog pada može se naći u krizi oko Agrokora, dok je drugi vezan uz početak pandemije Covid-19 i prve protupandemijske mjere.

U nastavku su izračunate određene varijable deskriptivne statistike te konstruirani histogrami. Osim očekivanog prinosa, standardne devijacije i varijance, prikazani su mjera asimetrije, mjera zaobljenosti, medijan te minimum i maksimum. Svi izračuni napravljeni su uz pomoć programa Microsoft Excel.

Slika 11: Statistički pokazatelji

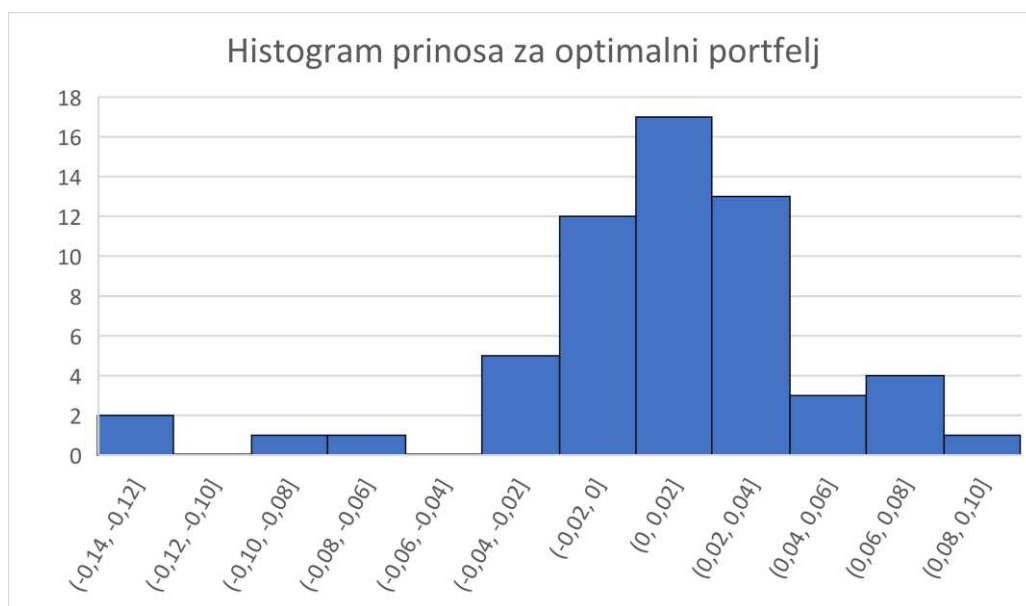
<i>Optimalni portfelj</i>		<i>CROBEX</i>	
Aritmetička sredina	0,0076	Aritmetička sredina	-0,0005
Medijan	0,0088	Medijan	0,0074
Standardna Devijacija	0,0402	Standardna Devijacija	0,0431
Varijanca	0,0016	Varijanca	0,0019
Koeficijent zaobljenosti	3,1864	Koeficijent zaobljenosti	13,2026
Koeficijent asimetrije	-1,2046	Koeficijent asimetrije	-2,8605
Raspon	0,2130	Raspon	0,3080
Minimum	-0,1311	Minimum	-0,2300
Maksimum	0,0819	Maksimum	0,0780

Izvor: Izrada autora

Na slici 11 prikazani su izračuni varijabli za optimalni portfelj i CROBEX. Aritmetička sredina predstavlja očekivani prinos pri čemu se vidi da optimalni portfelj ima viši očekivani prinos od tržišnog indeksa čiji očekivani prinos je negativan te iznosi -0,05%. S druge strane, standardna devijacija za optimalni portfelj iznosi približno 4%, dok CROBEX ima standardnu devijaciju 4,31%. Prema tome se može zaključiti da ulaganje u CROBEX nosi viši rizik od ulaganja u optimalni portfelj.

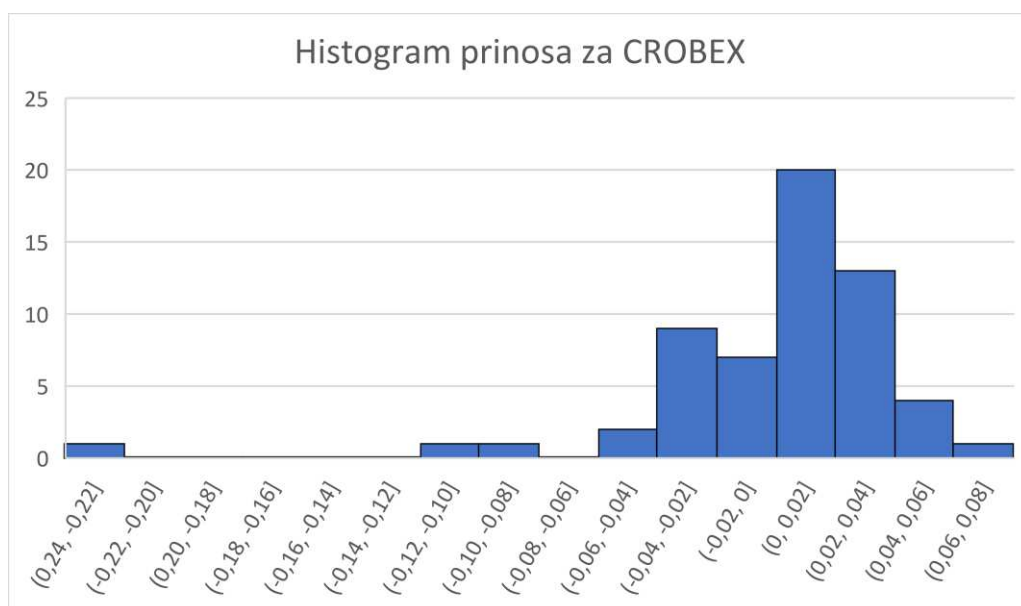
Kod interpretiranja koeficijenata asimetrije i zaobljenosti treba naglasiti da za normalnu distribuciju koeficijent asimetrije iznosi 0, a koeficijent zaobljenosti 3. Međutim, Excel prilikom izračuna koeficijenta zaobljenosti oduzima 3 stoga će za normalnu distribuciju primjenom funkcije KURT koeficijent zaobljenosti u Excel-u biti 0. Koeficijent zaobljenosti za optimalni portfelj iznosi 3,1864, a koeficijent asimetrije -1,2046. To znači da je distribucija prinosa optimalnog portfelja negativno asimetrična s vrhom zaobljenijim od normalne distribucije. Isto vrijedi i za distribuciju prinosa indeksa CROBEX čiji koeficijent zaobljenosti iznosi 13,2026, a koeficijent asimetrije iznosi -2,8605. Grafički prikaz obje distribucije prinosa predstavljen je histogramima na slikama 12 i 13.

Slika 12: Histogram - Optimalni portfelj



Izvor: Izrada autora

Slika 13: Histogram - CROBEX



Izvor: Izrada autora

U nastavku analize uspješnosti optimizacije koristit će se beta koeficijent. Beta mjeri rizičnost određene investicije u odnosu na tržište. Beta za tržište iznosi 1 pa će dionice sa betom većom od 1 predstavljati rizičnija ulaganja, dok će dionice sa betom nižom od 1 predstavljati ulaganja koja su sigurnija.

Tablica 5: Izračuna beta koeficijenta

Dionica	Beta	Udjeli
ATGR	0,826858	0,44
ATPL	1,457323	0,01
ERNT	0,732581	0,32
HT	0,439632	0,10
PODR	0,935717	0,13
<b>Beta portfelja</b>		
		0,77842

Izvor: Izrada autora

Tablica 2 prikazuje izračun bete za svaku dionicu koja je dio izabranog optimalnog portfelja zajedno sa njihovim udjelima. Na temelju tih podataka izračunat je beta koeficijent za čitav portfelj koji iznosi 0,77842. Ako prinos tržišnog indeksa poraste 1%, prinos optimalnog portfelja porast će za otprilike 0,78% i obrnuto. Na temelju ove vrijednosti bete može se zaključiti da je optimalni portfelj manje rizičan od tržišnog indeksa.

Još jedan pokazatelj koji se koristi prilikom ocjenjivanja performansi portfelja je Sharpe-ov omjer. To je mjera koja u omjer stavlja prinos portfelja iznad nerizične kamatne stope i standardnu devijaciju prinosa. Sharpe-ov omjer predstavljen je izrazom:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

gdje je  $r_p$  prinos portfelja,  $r_f$  nerizična kamatna stopa i  $\sigma_p$  standardna devijacija portfelja. Iz navedene formule vidljivo je da portfelji s višim Sharpe-ovim omjerom donose viši prinos po jedinici rizika u odnosu na portfelje sa nižim Sharpe-ovim omjerom.

Tablica 6: Sharpe-ov omjer za optimalni portfelj i CROBEX

	Optimalni portfelj	CROBEX
$r_p$	0,76%	-0,05%
$r_f$	0,48%	0,48%
$\sigma_p$	4,00%	4,31%
<b>Sharpe-ov omjer</b>	0,0702	-0,1228

Izvor: Izrada autora



U tablici 6 prikazan je izračun Sharpe-ovog omjera za optimalni portfelj i CROBEX. Za prinos i rizik korišteni su očekivani prinosi i standardne devijacije ranije izračunati na temelju mjesečnih prinosa. Za nerizičnu kamatnu stopu korištena je kamatna stopa državne obveznice H247E koja iznosi 5,75%. S obzirom da je prikazana kamatna stopa na godišnjoj razini, a prinos i standardna devijacije se temelje na mjesečnim prinosima, potrebno je svesti kamatnu stopu na mjesečnu razinu. Potom se omjer računa prema prikazanoj formuli. Ono što je očito prije samog izračuna je da će omjeri za optimalni portfelj i CROBEX biti različitih predznaka s obzirom na negativan očekivani prinos CROBEX-a u promatranom razdoblju. Sharpe-ov omjer za optimalni portfelj iznosi 0,0702, a za CROBEX je negativan te iznosi -0,1228. Prema tome, optimalni portfelj ima veći Sharpe-ov omjer pa ostvaruje viši prinos po jedinici rizika u odnosu na CROBEX.

Na temelju izračuna relevantnih pokazatelja te njihove usporedbe može se zaključiti da je moguća uspješna primjena proširenog Markowitzevog modela na Zagrebačkoj burzi unatoč neispunjenju svih pretpostavki modela. Također, moguće je formirati portfelj koji će, uzimajući u obzir transakcijske troškove, ostvariti bolje performanse od tržišnog indeksa CROBEX.

## 5. ZAKLJUČAK

Američki ekonomist Harry Markowitz prvi je uveo modernu teoriju portfelja u svom eseju iz 1952. godine. Teorija je nastavak ideje diverzifikacije portfelja, ali daje matematički model koji pruža podlogu za donošenje investicijskih odluka. Kao glavne varijable pri donošenju odluka Markowitz navodi rizik, prinos i međuodnos vrijednosnica unutar portfelja. Očekivani prinos je aritmetička sredina prinosa promatranih u određenom razdoblju, a rizik je mjeren varijancom, odnosno standardnom devijacijom.

Markowitzev model temelji se na određenim pretpostavkama koje su ujedno i izvor kritika modela. Model pretpostavlja savršenu racionalnost i informiranost investitora, normalnu distribuciju prinosa, nepostojanje bilo kakvih troškova vezanih uz kupnju i prodaju vrijednosnica. U stvarnosti ljudi nisu savršeno informirani niti racionalni, svaka transakcija na burzi sa sobom vuče određene troškove, a distribucija prinosa ne mora biti normalnog oblika što je slučaj na hrvatskom tržištu kapitala. Upravo zbog navedenih pretpostavki i ograničenja dolazi do potrebe za proširenjem modela kako bi se što bolje mogli simulirati realni uvjeti na tržištu.

U ovom diplomskom radu provedena je analiza primjene proširenog Markowitzevog modela na Zagrebačkoj burzi pri čemu je model proširen proporcionalnim transakcijskim troškovima. Hrvatsko tržište kapitala je i dalje nedovoljno razvijeno te ne zadovoljava sve pretpostavke klasičnog Markowitzevog modela. Cilj rada bio je ispitati može li se Markowitzev model proširen transakcijskim troškovima koristiti za formiranje portfelja sa boljim performansama u odnosu na tržišni indeks CROBEX na Zagrebačkoj burzi unatoč tome što hrvatsko tržište kapitala ne zadovoljava sve pretpostavke modela.

U prvom dijelu rada prikupljeni su povijesni podaci o cijenama dionica te su dobiveni mjesečni prinosi potrebni za izračun ključnih varijabli u razdoblju od 01.01.2017. do 31.12.2021. Da bi se osiguralo da dio istraživanja čine samo najlikvidnije dionice, u uzorak su uzete dionice koje su neprekidno tijekom promatranog razdoblja bile u sastavu indeksa CROBEX. Na temelju 59 mjesečnih prinosa formirano je 11 efikasnih portfelja te je prikazan efikasna granica koja je grafički prikazala rezultate koje je dao model.

U drugom dijelu istraživanja provedena je usporedba različitih statističkih pokazatelja kako bi se dobio odgovor o uspješnosti formiranja optimalnog portfelja. Prikazano je kretanje mjesečnih prinosa izabranog optimalnog portfelja i CROBEX-a pri čemu je vidljiv utjecaj dva neočekivana događaja na tržišna kretanja. U promatranom razdoblju zabilježen je izrazito negativan prinos uslijed krize u Agrokoru i početka pandemije Covid-19. Nadalje, izračunom koeficijenta asimetrije i zaobljenosti zaključeno je da optimalni portfelj i CROBEX nemaju normalnu distribuciju prinosa čime ne zadovoljavaju jednu od temeljnih pretpostavki Markowitzevog modela.

Uspješnost primjene proširenog Markowitzevog modela ogleda se u boljim konačnim performansama optimalnog portfelja u odnosu na CROBEX. Izabrani optimalni portfelj postigao je viši očekivani prinos od CROBEX uz istovremeno niži rizik te viši Sharpe-ov omjer. Treba napomenuti da je CROBEX u promatranom razdoblju imao negativan prinos što može biti posljedica kriza koje su pogodile hrvatsko tržište kapitala, ali i općenita nerazvijenost tržišta.

Unatoč ograničenjima modela i nedostacima koji prate hrvatsko tržište kapitala, ovaj diplomski rad pruža vrijedan doprinos u razumijevanju i primjeni proširenog Markowitzevog modela na tržištu koje se ne smatra razvijenim i ne zadovoljava sve pretpostavke koje model zahtijeva. Rezultati istraživanja ukazuju na važnost korištenja fleksibilnijih i sofisticiranijih modela koji mogu bolje uzeti u obzir stvarnost tržišta. U budućnosti se preporučuje daljnje istraživanje kako bi se model dodatno unaprijedio i prilagodio uvjetima tržišta, poput proširenja modela porezima.

# LITERATURA

1. Altaras Penda, I. (2019), Devastacija hrvatskog tržišta kapitala - što dalje?. FIP - Financije i pravo, 7 (1), 125-156
2. Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2008.), Financijsko modeliranje. Zagreb: Zgombić & partneri
3. Andrijanić, I., Vidaković, N. (2015.), Poslovanje na burzama: načela i praksa. Zagreb: Visoko učilište Effectus
4. Benninga, S. (2000.), Financial Modeling, the MIT press, London.
5. Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A.J. (2006.), Počela ulaganja. Zagreb: Mate
6. Brealy, R. A., Myers, S. C., Marcus, A. J. (2007.), Osnove korporativnih financija. Zagreb: Mate
7. Elton, E. J., Gruber, M. J. (1995.), Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. New York: John Wiley & Sons
8. Foley, B. J. (1993.), Tržišta kapitala. Zagreb: Mate
9. Graham, B., Dodd, D. L. (2013.), Fundamentalna analiza: analiza vrijednosnih papira. Zagreb: Masmedia
10. Graham, B. (2006.), Inteligentni investitor. Zagreb: Masmedia
11. Jakšić, S. (2007.), Primjena Markowitzve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze. Zagreb: Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu: Ekonomski fakultet Zagreb, str. 331 – 344
12. Jerončić, M. & Aljinović, Z. (2011.), Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija. Ekonomski pregled : mjesečnik Hrvatskog društva ekonomista Zagreb, 62 (9-10), 583-606.
13. Leko, V., Stojanović, A. (2018) Financijske institucije i tržišta. Zagreb, Ekonomski fakultet Zagreb
14. Leković, M. (2021.), Historical development of portfolio theory. Tehnika, Vol. 76, No. 2, str. 220-227
15. Madir, J. (2009.), Tržišta kapitala: karakteristike financijskih instrumenata i pravni okvir poslovanja. Zagreb: Mate
16. Mangram, M. E. (2013.), A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory. Global Journal of Bussines Research, Vol. 7, No. 1, str. 59-70
17. Miloš Sprčić, D. (2013.), Upravljanje rizicima - temeljni koncepti, strategije i instrumenti. Zagreb, Sinergija

18. Markowitz, H. (1952.), Portfolio Selection. Journal of Finance, str. 77-91
19. Markowitz, H. (1959.), Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, John Wiley and Sons
20. Mishkin, F. S., Eakins, S. G. (2019.), Financijska tržišta i institucije. Zagreb: Mate
21. Olgic Draženović, B. (2012.) 'Uloga i utjecaj institucionalnih investitora na razvoj tržišta kapitala odabranih tranzicijskih zemalja i Republike Hrvatske', doktorska disertacija, Ekonomski fakultet, Rijeka
22. Olsson, R. (2005.) Portfolio management under transaction costs: Model development and Swedish evidence, doctoral thesis, Umea School of Business
23. Orsag, S. (2015.), Investicijska analiza. Zagreb: Avantis
24. Orsag, S. (2015.), Poslovne financije. Zagreb, Avantis i HUFA
25. Pogue, G. A. (1970.), An Extension of the Markowitz Portfolio Selection Model to Include Variable Transactions' Costs, Short Sales, Leverage Policies and Taxes, The Journal of Finance, Vol. 25, No. 5, str. 1005-1027
26. Saunders, A., Cornett, M. M. (2006.), Financijska tržišta i institucije: moderno viđenje. Zagreb: Masmedia
27. Sharpe, W. F. (1970.), Portfolio Theory and Capital Markets. New York: McGraw-Hill
28. Škarica, B., Lukač, Z. (2012.), A comparison of basic and extended markowitz model on croatian capital market. Croatian Operational Research Review, str. 236-244.
29. Van Horne, J. C., Wachowicz, J. M. (2014.), Osnove financijskog menadžmenta. Zagreb: Mate
30. Van Horne, J. C. (1997.) Financijski menadžment i politika. Zagreb: Mate
31. Vidučić, Lj., Pepur, S., Šimić Šarić, M. (2018.), Financijski menadžment. Zagreb: RriF
32. Zelenika, R. (2000.), Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela. Rijeka: Ekonomski fakultet Sveučilišta u Rijeci
33. <https://zse.hr>
34. <https://en.wikipedia.org>

## POPIS SLIKA

Slika 1: Specifični i tržišni rizik.....	12
Slika 2: Skup mogućih portfelja .....	15
Slika 3: a) Skup minimalne varijance, b) Efikasna granica .....	15
Slika 4: Efikasni i neefikasni portfelj.....	17
Slika 5: Efikasna granica i krivulje indiferencije.....	17
Slika 6: Tržište kapitala u užem i širem smislu .....	22
Slika 7: Princip rada primarnih i sekundarnih tržišta.....	25
Slika 8: Organizacija Zagrebačke burze .....	27
Slika 9: Efikasna granica dobivena proširenim Markowitzevim modelom.....	37
Slika 10: Kretanje mjesečnih prinosa optimalnog portfelja i CROBEX-a .....	38
Slika 11: Statistički pokazatelji.....	39
Slika 12: Histogram - Optimalni portfelj .....	40
Slika 13: Histogram - CROBEX.....	40

## POPIS TABLICA

Tablica 1: Odabrane dionice sa Zagrebačke burze .....	34
Tablica 2: Očekivani prinosi, varijance i standardne devijacije odabranih dionica .....	35
Tablica 3: Matrica varijanci i kovarijanci .....	36
Tablica 4: Efikasni portfelji dobiveni proširenim Markowitzevim modelom .....	36
Tablica 5: Izračuna beta koeficijenta .....	41
Tablica 6: Sharpe-ov omjer za optimalni portfelj i CROBEX.....	41