

# Analiza portfelja dionica odabranih sastavnica CROBEXa upotrebom programskog jezika R

---

Štefek, Goran

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:148:065692>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported/Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-05**



Repository / Repozitorij:

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



**Sveučilište u Zagrebu**

**Ekonomski fakultet**

**Integrirani prijediplomski i diplomski sveučilišni studij**

**Poslovna ekonomija – Smjer Financije**

**ANALIZA PORTFELJA DIONICA ODABRANIH  
SASTAVNICA CROBEXA UPOTREBOM PROGRAMSKOG  
JEZIKA R**

**Diplomski rad**

**Goran Štefek**

**Zagreb, rujan, 2023.**

**Sveučilište u Zagrebu**

**Ekonomski fakultet**

**Integrirani prijediplomski i diplomski sveučilišni studij**

**Poslovna ekonomija – Smjer Financije**

**ANALIZA PORTFELJA DIONICA ODABRANIH  
SASTAVNICA CROBEXA UPOTREBOM PROGRAMSKOG  
JEZIKA R**

**ANALYSIS OF THE SHARE PORTFOLIO OF SELECTED  
COMPONENTS OF CROBEX USING THE R  
PROGRAMMING LANGUAGE**

**Diplomski rad**

**Student: Goran Štefek**

**JMBAG studenta: 0067581715**

**Mentor: prof. dr. sc. Mirjana Čižmešija**

**Zagreb, rujan 2023.**

## **Sažetak**

Cilj ovog rada je sastavljanje optimalnog portfelja s tri dionice sastavnice CROBEX indeksa u programskom jeziku R koristeći povijesne prinose u periodu između 20. srpnja 2023. godine i 31. kolovoza 2023. godine. Analiza će biti provedena po uzoru na Markowitzev standardni model. Rezultati analize ukazuju da se programskom jeziku R može sastaviti velik broj različitih kombinacija portfelja s većim očekivanim prinosom i nižim rizikom, mjeranim standardnom devijacijom, u odnosu na CROBEX indeks. Također će se ponuditi optimalni portfelji za konzervativnije investitore koji imaju veliku averziju prema riziku i za agresivnije investitore čija averzija prema riziku nije značajna.

**Ključne riječi:** Optimalni portfelj, očekivani prinos, standardna devijacija, minimalna varijanca, programski jezik R

## **Abstract**

The aim of this paper is to compile an optimal portfolio with three constituent stocks of the CROBEX index in the programming language R using historical returns in the period between July 20, 2023 and August 31, 2023. The analysis will be conducted according to Markowitz's standard model. The results of the analysis indicate that the programming language R can be used to compile a large number of different combinations of portfolios with a higher expected return and lower risk, measured by the standard deviation, compared to the CROBEX index. Optimal portfolios will also be offered for more conservative investors who have a high risk aversion and for more aggressive investors whose risk aversion is not significant.

**Key words:** Optimal portfolio, expected return, standard deviation, minimum variance, programming language R

## **IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI**

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad / seminarski rad / prijava teme diplomskog rada isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem da nijedan dio rada / prijave teme nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog izvora te da nijedan dio rada / prijave teme ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem, također, da nijedan dio rada / prijave teme nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

---

(vlastoručni potpis studenta)

---

(mjesto i datum)

## **STATEMENT ON THE ACADEMIC INTEGRITY**

I hereby declare and confirm by my signature that the final thesis is the sole result of my own work based on my research and relies on the published literature, as shown in the listed notes and bibliography.

I declare that no part of the thesis has been written in an unauthorized manner, i.e., it is not transcribed from the non-cited work, and that no part of the thesis infringes any of the copyrights.

I also declare that no part of the thesis has been used for any other work in any other higher education, scientific or educational institution.

---

(personal signature of the student)

---

(place and date)

## Sadržaj

Sažetak .....	1
1. Uvod.....	5
1.1. Predmet i cilj rada.....	5
1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja .....	5
1.3. Struktura i sadržaj rada .....	6
2. Tržište kapitala.....	7
2.1 Sudionici tržišta kapitala .....	7
2.2 Instrumenti tržišta kapitala .....	9
2.3 Povijest i rad Zagrebačke burze .....	10
2.4 Regulatorni okvir tržišta vrijednosnica u Hrvatskoj .....	12
2.5 CROBEX i njegova uloga u praćenju dinamike cijena na Zagrebačkoj burzi..	16
3. Moderna teorija portfelja .....	19
3.1 Standardni Markowitzev model .....	19
3.2 Očekivani prinos i rizik imovine u portfelju .....	21
3.3 Efikasna granica .....	25
3.4 Odabir optimalnog portfelja.....	28
4. Empirijska analiza i rezultati .....	31
4.1 Programski jezik R u tehničkoj analizi i odabiru optimalnog portfelja .....	31
4.2 Kriteriji odabira sastavnica CROBEX-a za empirijsku analizu portfelja .....	32
4.3 Osnovna grafička i numerička analiza zaključnih cijena odabranih dionica ....	33
4.4 Kreiranje potencijalnih portfelja iz odabranih dionica.....	36
4.5. Analiza i odabir optimalnog portfelja po kriteriju očekivanog prinosa i rizika portfelja	39
5. Zaključak.....	60
Popis literature .....	61

Popis slika.....	63
Popis tablica.....	64
Životopis .....	65

# 1. Uvod

## 1.1. Predmet i cilj rada

Ulaganje novčanih sredstava u svrhu ostvarivanja dobiti je osnovni cilj financijski pismenih sudionika na tržištu kapitala, bilo da se radi o individualnim (privatnim) ili poslovnim ulagačima. Investitori mogu ulagati u različite vrste imovine kao što su dionice, obveznice, nekretnine, fondovi ili kriptovalute. Dionice i kriptovalute su jedne od više rizičnih vrsta ulaganja te mogu biti privlačnije ulagačima jer potencijalno nude viši prinos od ostalih financijskih instrumenata zbog višeg rizika. Mogu se pronaći oni ljudi koji preferiraju veći prinos uz određenu razinu rizika ili niži rizik uz niži prinos, ali u oba slučaja je potrebno sastaviti dobar portfelj za ostvarivanje profita. Kroz ovaj rad se upravo takav portfelj nastoji pronaći. Predmet ovog rada je analiza 15 dionica Zagrebačke burze od kojih je sastavljen CROBEX index te je cilj sastavljanje optimalnog portfelja s tri dionice koristeći programski jezik R. Optimiziranje portfelja u R-u provodi se kombiniranjem kriterija maksimalnog očekivanog prinosa i minimalnog rizika portfelja. Cilj rada je prezentirati jedan od relativno jednostavnih načina optimiziranja portfelja sastavljenog od hrvatskih dionica koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi uz potencijalnu implementaciju ove vrste analize na stranicama burze što bi u početku poboljšalo financijsku pismenost građana Republike Hrvatske te u konačnici dovelo do povećanja BDP-a preko porasta investicija i povećanja konkurentnosti financijskog sektora.

## 1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja

Teorijski dio temelji se na relevantnoj stručnoj i znanstvenoj literaturi iz područja financija i statistike. Empirijski dio rada temelji se na sekundarnim izvorima podataka o zaključnim cijenama dionica koje su preuzete sa stranica Zagrebačke burze. U empirijskom dijelu istraživanja korištenjem sekundarnih podataka u programskom jeziku R koristiti metode statističke analize. Prvotno će se provesti grafička analiza vremenskih nizova zaključnih cijena odabranih dionica i izračunati osnovni pokazatelji dinamike vremenskog niza u odabranom vremenskom periodu trgovanja. Optimiziranje portfelja bazirat će se na upotrebi teorije vjerojatnosti. Pri tome će se prinosi pojedinih dionica analizirati kao slučajne varijable. Odluka o izboru optimalnog portfelja temeljiti će se na dva osnovna parametra



distribucije vjerojatnosti slučajnih varijabli: očekivanoj vrijednosti slučajne varijable odnosno očekivanom prinosu i na varijanci (standardnoj devijaciji) kao mjeri rizika.

### **1.3. Struktura i sadržaj rada**

Rad je podijeljen u 5 poglavlja. Nakon uvoda u kojem se navode predmet i cilj rada, izvori podataka i metode prikupljanja, te sadržaj i struktura rada, slijedi drugo poglavlje o karakteristikama tržišta kapitala, točnije o njegovim sudionicima i instrumentima poput vrijednosnih papira s naglaskom na dionice jer se one promatraju u ovome radu, povijesti Zagrebačke burze i njenom djelovanju danas te regulatornom okviru u Hrvatskoj i o CROBEXu kao skupnom indeksu cijena odabranih dionica na Zagrebačkoj burzi. Treće poglavlje ukratko prezentira modernu teoriju portfelja počevši od standardnog Markowitzevog modela, preko vrsta prinosa i rizika, efikasne granice do kriterija i načina odabira efikasnog portfelja. U četvrtom poglavlju provedena je empirijska analiza i prikazani rezultati različitih potencijalnih portfelja među kojima će se tražiti optimalni. Peto poglavlje donosi zaključak provedenog istraživanja u kojem se, između ostaloga, navodi potencijalni aplikativni doprinos istraživanja za ulagače i ograničenja ovakvog pristupa optimiziranju portfelja.

## **2. Tržište kapitala**

Tržište kapitala je podvrsta financijskog tržišta prema roku dospijeca financijskih instrumenata koji iznosi više od godine dana dok je na tržištu novca on kraći od godine dana.

### **2.1 Sudionici tržišta kapitala**

Tržište kapitala je uži dio financijskog tržišta, na kojem se može trgovati financijskim instrumentima preko uređenog tržišta ili izvan. Tržište kapitala Republike Hrvatske se sastoji od slijedećih sudionika: ulagači, posrednici, izdavatelji, Središnje klirinško depozitarno društvo (SKDD) i Zagrebačka burza.

Ulagaci u financijske instrumente mogu biti građani, trgovačka društva, investicijski i mirovinski fondovi, društva za osiguranje i kreditne institucije poput poslovnih banaka. Najveći kupci vrijednosnica tržišta kapitala su kućanstva. Ulagaci se mogu podijeliti, ovisno o znanju i stupnju zaštite koju ostvaruju, na profesionalne i male ulagače.

Profesionalni ulagači su uglavnom financijske institucije, a iznimno pojedinci, koje imaju dovoljno znanja, iskustva, novčanih sredstava te su svjesni rizika koji postoje na tržištu.

Za male ulagače se pretpostavlja da su relativno novi na tržištu te im je potrebna pomoć pogotovo da ne ostvare financijske gubitke. zbog čega postoje mnogi zakoni zaštite te brojne pomoći.

Posrednici u trgovini su uglavnom investicijska društva i kreditne institucije. Izdavatelji financijskih instrumenata su kompanije ili država kojima je potreban dodatni kapital. Ulagaci i izdavači trebaju imati otvoren račun kod SKDD-a. Zagrebačka burza, prema odobrenju Hanfe, je operater uređenog tržišta te multilateralne trgovinske platforme, točnije to je sustav koji spaja ponudu i potražnju za financijskim instrumentima. U Europi to može biti na dva odvojena mjesta, ali treba se paziti da se burza vodi načelima učinkovitosti, ažurnosti, nepristranosti i jednakosti. Na tim načelima i počiva glavna odlika tržišta kapitala, a to je transparentnost koja je određena Zakonom o tržištu kapitala.

Po navedenom zakonu izvješća se dijele na periodična, odnosno ona koja su izdavatelji dužni dostaviti u dogovorenom roku koji može biti kvartal, polugodište ili godina i ad hoc izvješća koja se objavljuju kada dođe do neke promjene poput strukture ili glasačkih prava. Javnost mora biti obaviještena ako se radi o nekoj vrsti povlaštene informacije koja se odnosi na nju

kao što je promjena veličine temeljnog kapitala, važni pravni sporovi, nove licence i patenti. Ukoliko je neki pojedini ulagač u posjedu povlaštene informacije koja nije poznata javnosti, utoliko mu je zabranjeno trgovanje financijskim instrumentom na koje se ta informacija odnosi, preporuka drugima da trguju i dijeljenje te informacije. Zabranjeno je manipulirati tržištem putem neistinitih ili obmanjujućih naloga za trgovanje koje za cilj imaju bogaćenje osobe koja to radi utječući na druge, davajući lažne signale o smjeru kretanju nekog instrumenta kojim dolazi do promjene cijene te posredno ostvarivanjem dobiti osobe koja je to pokrenula (Hanfa, 2023.)

Tržište kapitala dijeli se na primarno i sekundarno tržište koje povezuju financijski posrednici. Primarno tržište je sastavljeno od izdavatelja koji prvi put izdaju emisije u svrhu povećanja kapitala te se prodaja odvija samo jedan put, ostala trgovina se odvija na sekundarnom tržištu. Ulagачi su potrebni da svojim viškovima novčanih sredstava financiraju emisiju izdavača. Posrednici mogu biti investicijske banke koje otkupe cijeli iznos inicijalne javne ponude poduzeća preuzimajući rizik. Sekundarno tržište se, zbog većeg broja transakcija koja se odvijaju na njemu jer novi ulagači otkupljuju od prijašnjih vlasnika, naziva transakcijsko tržište. Događa se samo promjena strukture vlasnika jer primarni izdavači ne ostvaruju dodatnu financijsku korist (Foley, 1993.).

Sudionici sekundarnog tržišta dijele se na portfolio investitore, špekulante, arbitražere i preuzimatelje, ovisno o motivima kojima su vođeni do cilja koji je ostvarivanje profita ili zarade preko financijskih instrumenata.

Portfolio investitori uglavnom ulažu na duži rok, posjeduju određena znanja o tržištu, provode brojne analize instrumenata prije ulaganja i svoj portfolio nastoje diverzificirati na način da ne ulažu svoju imovinu u jedan instrument, već nastoje podijeliti na više njih i na različite industrije minimalizirajući rizik.

Špekulanti su zainteresirani isključivo na cijenu vrijednosnih papira jer im je glavni motiv brza zarada te ulažu po svojim preferencijama umjesto da provode analizu i sagledaju makroekonomsko okruženje. Ovisno o pretpostavci smjera kretanja instrumenata, mogu se podijeliti na bikove koji zbog očekivanja rasta zauzimaju dugu poziciju ili na medvjede koji očekuju pad cijene te kratkom pozicijom žele stvoriti profit.

Arbitražeri zarađuju putem istovremene kupnje i prodaje vrijednosnih papira na različitim tržištima zbog razlike u cijenama (eng. spread). Provode transakcije sve dok se ne izjednače

cijene i time omogućavaju ostalim ulagačima jednake uvjete, poznatije kao zakon jedne cijene.

Preuzimači su bogati pojedinci koji putem različitih strategija žele doći do većinskog udjela u kompanijama tako da mogu obavljati poslovanje bez prepreka. U većini slučajeva poslovanje se sastoji od minimiziranja troškova društva putem masovnih otpuštanja zaposlenika čime se poboljšava bilanca i zaključno dolazi do povećanja vrijednosti te profita (Orsag, 2011.).

## **2.2 Instrumenti tržišta kapitala**

Na tržištu kapitala novčano suficitarne jedinice kupuju od novčano deficitarnih jedinica financijske instrumente s dospijećem većim od jedne godine preko uređenog tržišta ili izvan njega. Na njemu se odvija trgovina prenosivih vrijednosnih papira koji se mogu podijeliti na dužničke, poput obveznica, i vlasničke koji su različite vrste dionica te još postoje i izvedenice. Svi instrumenti kojima se ulaže na Zagrebačkoj burzi postoje kao elektronički zapisi u sustavu SKDD-a (Leko, 2018.).

### **2.2.1. Dužnički vrijednosni papiri**

Obveznice su dugoročni dužnički vrijednosni papir kojim se izdavatelj obvezuje isplatiti imatelju obveznice iznos glavnice uvećan za kamatu koja je dogovorena pri izdavanju. Imaju fiksno dospijeće i fiksnu kamatnu stopu što ih čini manje rizičnima u odnosu na dionice, ali zbog toga nose i manje prinose. Njihova cijena i prinosi su u inverznom odnosu što znači da visoka cijena obveznice za sobom nosi niske prinose. Brojni rizici su prisutni kod ulaganja u dionice, no glavni rizik ovisi o mogućnosti izdavatelja da je isplati pri dospijeću. Mogu se podijeliti na mnoge podvrste, ali to nije cilj ovog rada (Leko, 2018.).

### **2.2.2. Vlasnički vrijednosni papiri**

Vlasničkim vrijednosnim papirima ulagač dokazuje svoj udio u temeljnom kapitalu dioničkog društva. To su dionice koje se pojavljuju kao pismene isprave ili elektronički zapisi koje predstavljaju pravo vlasništva. Trgovina dionica se odvija na uređenom tržištu ili izvan njega, a njihovu cijenu određuju ponuda i potražnja. Mogu se podijeliti prema pravima koje daju imateljima na redovne i preferencijalne dionice. Redovne dionice osim cijene mogu donijeti profit putem dividende ukoliko poduzeće odluči isplatiti istu nakon uspješnog poslovnog ciklusa, nose glasačka prava na skupštinama te raspodjelu imovine u slučaju propasti društva. Navedeni opis običnih dionica su motivi zbog kojih se investitori mogu

odlučiti na ulaganje u vlasničke vrijednosne papire. Preferencijalne dionice, uz prava koje imaju redovne, ostvaruju povlaštena prava poput ranije isplate dividendi i to po unaprijed određenom iznosu. U ovom radu se veća važnost pridaje običnim dionicama kao što slijedi u nastavku rada (Mishkin, 2012.).

Dionice u pravilu nose veće prinose ali su i rizičnije od obveznica jer u slučaju likvidacije poduzeća prednost u isplati imaju imatelji obveznica nakon kojih na red dolaze držatelji dionica. Pozitivna stvar je da investitori mogu izgubiti samo onoliko novca koliko su uložili. Veći je rizik trgovanje dionicama na OTC (Over the Counter) tržištu nego na burzi jer se nude udjeli u manjim i novijim poduzećima koje imaju manju aktivnost. (Andrijanić, 2015.).

### **2.2.3. Izvedenice**

Izvedenice su financijski instrumenti kojima je vrijednost izvedena iz vezane imovine ili pojave. Mogu se definirati kao i dogovori između dviju strana čija se isplata vrši po unaprijed dogovorenim standardima ili je izvedena iz istih. Primarno se koriste za obranu od šokova i brojnih rizika, zbog svoje dostupnosti i niske cijene, a ne za ulaganje po konvencionalnim pravilima. Dije se na Terminalske ugovore, swap operacije, opcije i ostale derivate. Nećemo ulaziti u dublju razdiobu istih jer to nije tema ovog rada (Orsag, 2011.)

## **2.3 Povijest i rad Zagrebačke burze**

Zagrebačka burza (engl. *Zagreb Stock Exchange*) je centralizirano mjesto trgovanja vrijednosnih papira čime je ona jedan od glavnih sudionika tržišta kapitala. Ona je tržišni operater uređenog tržišta i multilateralne trgovinske platforme (MTP) jer je za te funkcije dobila odobrenje od Hanfe. Oba mjesta trgovanja su multilateralni sustavi koji spajaju ponudu i potražnju za financijskih instrumentima između trećih strana koje su voljne kupiti ili prodati iste, ali razlika je što se na uređenom tržištu sve transakcije odvijaju prema određenim jednoznačnim pravilima (Hanfa, 2023.).

Poslovanje Zagrebačke burze se može podijeliti u dva razdoblja koje razdvaja prestanak poslovanja od 45 godina. Prvo razdoblje je trajalo od 1907. godine do 1945. godine, te je nastavak poslovanja u drugom razdoblju bio od 1991. godine i u takvom obliku posluje i danas.

### **2.3.1. Zagrebačka burza u periodu od 1907. do 1945. godine**

Kao datum za otvaranje tržišta kapitala u Republici Hrvatskoj se uzima 15. lipnja 1907. godine kada je stvoren Savez industrijalaca i trgovaca Hrvatske i Slavonije i Sekcija za robu i vrednote čime je otvoreno tržište domaćih dionica tvornica i novčarskih kuća. Dionice koje su bile uvrštene su one koje ostale burze poput one u Budimpešti i Beču prihvatiti. Od 1911. do 1919. burza nije poslovala, a po otvorenju se trgovalo robom, vrijednosnim papirima, mjenicama, devizama i plemenitim kovinama. Ministarstvo trgovine i industrije je postavilo predstavnika koji vršio nadzor nad poslovanjem burze. Burzom je upravljalo burzovno vijeće sastavljeno od 24 člana koje bira Glavna skupština na period od tri godine, s naglaskom da se godišnje biralo 8 novih članova. Burzovni mešetari su radili u posredničkim poslovima, posebna komisija je utvrđivala tečajevе domaćih vrijednosnih papira čija je cirkulacija ovisila o odobrenju ministarstva. Ograničenja izvoza, zakoni ministarstva i jaka konkurencija Beogradske burze koja je monopolizirala devizne i valutne poslove su negativno utjecali za Zagrebačku burzu čiji se promet konstantno smanjivao od 1920. godine. Tadašnje socijalističko društvo je na burzu gledalo kao na špekulantsku ustanovu koja se ionako mučila s finansijskim poteškoćama te je svoja vrata zatvorila 1945. godine.

### **2.3.2. Zagrebačka burza 1991. godine do danas**

Na Božić 1989. godine je započela priča o osnutku dioničkog društva Zagrebačkog tržišta kapitala koje je sredinom 1991. godine dobilo odobrenje te je burza upisana u sudski registar. Na početku su se brokeri nalazili u posebnim prostorijama burze gdje su iznosili ponude naglas dok bi voditelj dražbi unosio ponude i potraživanja u računalo tako da podaci budu dostupni svim prisutnim brokerima. Trgovina je bila ograničena na samo jedan vrijednosni papir u jednom trenutku. Inovacija stiže 1994. godine pod nazivom Telekomunikacijski Sustav Trgovine, poznat po kratici TEST-1. Više nije bilo potrebe za fizičkim odlaskom u Burzu jer su brokerima svi podaci bili dostupni preko internetske veze na vlastitim računalima. Također se moglo trgovati većim brojem vrijednosnih papira istovremeno temeljenim na konceptu knjige naloga. Godinu nakon, izradom vlastitih službenih internetskih stranica, postaje prva burza u Europi. Na njima su bila izložena kretanja cijena i dnevna izvješća o trgovanju. Računanje dioničkog indeksa CROBEX, koji je kratica za *Croatian Bourse Index*, započinje 1997. godine i to je prvi takav indeks na Zagrebačkoj burzi. Investitori su mogli pratiti cijene trgovanja u realnom vremenu na internetu preko sustava MOSTich. Idućih 10 godina sklapaju se suradnje s drugim europskim burzama,

razvija se tržište javnog duga, uvrštavaju se municipalne obveznice, računaju se novi indixi, uvrštavaju se nove dionice te IPO-ovi, a promet dionicama na burzi konstantno raste, i do 80% godišnje, sve do 2007. godine. Tri dionice su bile paralelno uvrštene na Zagrebačku burzu i na ostale velike europske burze poput one u Londonu. Velika ekonomska kriza 2008. godine koja je pogodila cijeli svijet, nije zaobišla Hrvatsku te se CROBEX kretao u rasponu od 90% između najviše i najniže točke. Kotacija javnih dioničkih društava je ukinuta samo 5 godina nakon uspostavljanja. Nakon 2009. godine burza aktivno radi na edukaciji građana i potencijalnih sudionika tržišta kapitala na temu tržišta kapitala, investiranja te aktivnog pristupa vlastitim financijama putem Virtualne burze na kojoj se simulira burzovno trgovanje. Iste godine uspostavlja se Multilateralna Trgovinska Platforma (MTP) čime uz uređeno tržište čini cjelokupno tržište Zagrebačke burze. Uz potporu Europske banke za obnovu i razvoj se godinu nakon osniva edukativni odjel pod nazivom Akademija Zagrebačke burze koja je danas najveći pružatelj usluga edukacije o financijskim tržištima u Hrvatskoj. 2015. godine događa se akvizicija Ljubljanske burze te se tri godine kasnije uspostavlja Progress tržište koje za cilj ima lakši pristup kapitalu srednjim i malim poduzećima u Hrvatskoj i Sloveniji. COVID pandemija nije drastično utjecala na rad burze koja je te 2020. započela s trgovinom ETF-ovima (engl. *Exchange-traded funds*), a 2022. godine uvrštena je prva “zelena” obveznica (ZSE, 2023.)

## **2.4 Regulatorni okvir tržišta vrijednosnica u Hrvatskoj**

Regulatorni okvir tržišta vrijednosnica uključuje zakone, propise i smjernice koje upravljaju trgovinom vrijednosnicama u Hrvatskoj te su glavne regulatorne institucije Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (Hanfa) i Srednje klirniško depozitarno društvo (SKDD). HANFA je nadležna za nadzor tržišta vrijednosnica, osiguranje, mirovinske fondove i druge financijske institucije, koji je prije obavljala Komisija za vrijednosne papire. Regulatorni okvir obuhvaća usklađivanje s europskim zakonodavstvom, kao što su MiFID II (Directive on Markets in Financial Instruments) i Market Abuse Regulation (MAR) koji se primjenjuju u cijeloj Europskoj uniji. Ovi zakoni reguliraju niz aspekata trgovine vrijednosnicama, uključujući pravila o transparentnosti, trgovanju, zaštiti ulagača i sprečavanju zloupotrebe tržišta. Cilj regulatornog okvira tržišta vrijednosnica je osigurati fer, transparentno i sigurno tržište za ulagače te održavanje povjerenja u financijski sustav. Regulatori provode nadzor nad sudionicima tržišta, izdavateljima vrijednosnica, brokerskim kućama i drugim ključ (Leko, 2018.).

#### **2.4.1. Komisija za vrijednosne papire Republike Hrvatske**

Zakonom o izdavanju i prometu vrijednosnim papirima 1997. godine je osnovana Komisija za vrijednosne papire Republike Hrvatske kao pravna osoba koja za cilj ima nadzor nad izdavanjem vrijednosnih papira i njegovog trgovanja. Odgovara Hrvatskom saboru (isto kao Hanfa danas) koji imenuje članove Komisije na prijedlog Vlade koja uz prijedlog članova bira predsjednika Komisije. Sastavljena je od sljedećih stručnih službi: tajništvo Komisije, odjel za uređenje tržišta vrijednosnih papira, odjel za praćenje investicijskih fondova, odjel za praćenje izdavanja vrijednosnih papira, odjel za nadzor, pravna služba, služba računovodstva. Nadgledaju da se tržišna utakmica u trgovini vrijednosnim papirima odvija po poštenim pravilima i provodi nadzor nad društvima za poslovanje vrijednosnim papirima pod koje spadaju burze, različite vrste banaka i investicijskih fondova te uređena javna tržišta (NN, 1997.).

#### **2.4.2. Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga**

Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga je samostalna pravna osoba s javnim ovlastima u okviru svog djelokruga i nadležnosti pod koji spadaju nadzor financijskih tržišta, što automatski podrazumijeva tržište vrijednosnica, financijskih usluga te pružatelje istih usluga. Hanfa kao organizacija postoji od 2005. godine kada se ujedinjuju Komisija za vrijednosne papire, Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja te Direkcija za nadzor društava za osiguranje. Novonastala agencija postala je krovna nadzorna institucija u Republici Hrvatskoj čiji su ciljevi očuvanje stabilnosti financijskog sustava, edukacija o financijskoj pismenosti, nadzor zakonitosti svih poslovnih subjekata uključenih u financijski sustav i ispravljanje potencijalnih nepravilnosti. Utemeljena je na načelima transparentnosti jer ne želi nikoga dovesti u nepovoljan položaj čime povećava povjerenje među sudionicima financijskih tržišta.

Svako poduzeće koje želi uvrstiti svoje vrijednosne papire na uređeno tržište prvo mora sastaviti prospekt s bitnim informacijama potencijalnim investitorima i dati ga na odobrenje Hanfi. Prospekt treba obuhvatiti sve potrebne informacije koje ulagaču omogućuju procjenu imovine, dugova, financijskog položaja, dobiti i gubitaka, te razvojnih mogućnosti izdavatelja, uzimajući u obzir prirodu izdavatelja i vrijednosnih papira koji će biti ponuđeni javnosti. Također, treba sadržavati informacije o pravima koja proizlaze iz tih vrijednosnih papira.



Hanfa je zajedno sa Zagrebačkom burzom uspostavila Kodeks korporativnog upravljanja s ciljem olakšavanja pristupa kapitalu uz smanjene troškove. Njegova osnovna namjera je postaviti visoke standarde korporativnog upravljanja i transparentnosti poslovanja dioničkih društava. Zasniva se na prepoznatljivim međunarodnim standardima i jasno definiranim procedurama korporativnog upravljanja, koje su bitne smjernice prilikom donošenja odluka o ulaganju. To je jedna od glavnih regulativa korporativnog izvještavanja u Hrvatskoj uz zakone o računovodstvu, tržištu kapitala, trgovačkim društvima te pravilnike o registru godišnjih financijskih izvještaja, strukturi i sadržaju godišnjih financijskih izvještaja te pravilnika o obliku i sadržaju financijskih izvještaja izdavatelja za razdoblja tijekom godine (Hanfa, 2023.)

### **2.4.3. Središnje klirinško depozitarno društvo**

Na tržištu kapitala u Republici Hrvatskoj, Središnje klirinško depozitarno društvo (SKDD) u svojoj nadležnosti ima vođenje središnjeg depozitorija nematerijaliziranih vrijednosnih papira i ostalih nematerijaliziranih financijskih instrumenata. Također je operater sustava poravnanja i namire nematerijaliziranih vrijednosnih papira te operater Fonda za zaštitu ulagača. SKDD nije tijelo državne uprave niti ima javne ovlasti iako je osnovano 1997. godine kao dioničko društvo s većinskim udjelom države u temeljnom kapitalu koje odgovara Hanfi. Transparentno vođenje središnjeg registra, pravovremeno izvršavanje novčanih obveza i obveza predaje vrijednosnih papira za poslove sklopljene na uređenom tržištu i izvan njega, pružanje točnih i preciznih informacija javnosti te smanjenjem troškova trgovanja vrijednosnicama čini tržište kapitala kvalitetnije, učinkovitije, sigurnije i jednostavnije. U svom informacijskom sustavu vodi knjigovodstvenu evidenciju svih promjena nastalih na računima članova pod nazivom Glavna knjiga u koje se upisuju sva potraživanja i novčane obveze financijskih usluga. Postoje dvije vrste članova SKDD-a koje imaju pristup različitim uslugama te se oni dijele na izdavatelje i sudionike..

#### **2.4.3.1. Članovi izdavatelji**

Član depozitorija je izdavatelj kojem SKDD pruža uslugu pohrane financijskih instrumenata i vođenje računa nematerijaliziranih vrijednosnih papira u informacijskom sustavu središnjeg depozitorija te je za neke poslovne subjekte obvezno sukladno Zakonu o tržištu kapitala, dok ostali izdavatelji mogu postati članovi ukoliko žele. Svi vrijednosni papiri dobivaju međunarodne oznake prilikom upisa u depozitorij čime se postiže određena razina transparentnosti te olakšava međunarodna trgovina. Promjene vezane za račune i podatke o

vlasnicima, o prijenosu pozicija među računima. o isplati novčanih sredstava iz korporativnih akcija i otvaranje novih računa vrijednosnih papira provodi SKDD. Brojni izvještaji su uključeni u usluge pohrane te se objavljuju na dnevnoj, mjesečnoj, kvartalnoj i godišnjoj bazi ovisno o vrsti. Nositeljima računa se dnevno dostavljaju stanja na računu, dok im se mjesečno javljaju promjene ako je istih bilo, a godišnji izvještaji o stanjima se dostavljaju samo vlasnicima koji su ujedno i domaće pravne osobe. Izdavatelje se mjesečno izvještava o vlasnicima računa, pozicijama i drugim podacima iz depozitorija sa stanjem zadnjeg dana prethodnog mjeseca te se oko glavne skupštine javi o broju računa za točan broj glasova. Članovi depozitorija trebaju najaviti planirane korporativne akcije da SKDD može izraditi plan obračuna i prava svim ulagačima ovisno o stanju na računu. Korporativnih akcija postoji mnogo, a jedne od češćih su: glavna skupština, dividende, promjene u strukturi temeljnog kapitala, podjele i spajanja dionica, konverzije vrijednosnica, preuzimanja i spajanja, javne ponude i druge akcije izdavatelja vrijednosnih papira koje se odnose na ostvarivanje prava iz vrijednosnih papira njihovih imatelja.

#### **2.4.3.2. Članovi sudionici**

Ovisno o vrsti usluge, članovi sudionici se dijele na: brokere, društva za upravljanje računima portfelja, skrbnike, sudionike novčanog tržišta, Središnja druga ugovorna strana (CCP ) i središnji depozitorij. Razlika između brokera i sudionika novčanog tržišta je što sudionici koriste usluge vezane za kupoprodaju vrijednosnih papira isključivo u svoje ime i za svoj račun, dok brokeri pored toga mogu i koristiti usluge u svoje ime, ali za tuđi račun. Središnji depozitorij je sličan brokerima, ali kada posluje u svoje ime, a za račun svojih članova onda se prema SKDD-u odnosi kao sekundarni depozitorij. Sudionici samostalno u sustavu mogu upisivati skrbničke račune i račune portfelja, predbilježavati se za upis, preknjižavati vrijednosnice u skladu s uputama SKDD-a. Za prethodno navedene radnje su im dostupni brojni podaci o ostalim sudionicima, izdavateljima, osnovne informacije o vrijednosnim papirima poput vrste, međunarodno priznate oznake, količine dostupne u depozitoriju, podaci o vlasnicima i povijest preknjižbe (SKDD, 2023.)

## **2.5 CROBEX i njegova uloga u praćenju dinamike cijena na Zagrebačkoj burzi**

CROBEX je službeni dionički indeks u vlasništvu Zagrebačke burze te je on glavni pokazatelj trenda hrvatskog tržišta kapitala i referenca domaćim i stranim investitorima. Kada se biraju dionice za CROBEX® indeks, uzimaju se u obzir samo one koje su uvrštene na uređeno tržište, da se pritom njima trgovalo minimalno 75% ukupnog broja dana trgovanja u polugodišnjem razdoblju prije revizije koja može biti izvanredna i redovna. Rang svake dionice koja ispunjava prethodne uvjete se određuje na temelju udjela u free float tržišnoj kapitalizaciji i udjelu u prometu ostvarenom unutar knjige ponuda u šestomjesečnom razdoblju pred reviziju. U slučaju da izdavatelj ima više rodova dionica koje ispunjavaju uvjete za ulazak, u indeks će se uključiti samo jedan rod dionica, onaj s većim rangom. Indeks se može sastojati od minimalno 15, a maksimalno 25 dionica s najvećim rangom. Posljednja redovna revizija je izvršena u ožujku 2023. godine čime je CROBEX smanjen s 18 na 15 dionica sastavnica, dok je slijedeća planirana po završetku trgovine trećeg petka u rujnu. Izvanredna revizija može stupiti ako dođe do korporativne akcije, dugotrajne obustave trgovine određenom dionicom ili prestanka uvrštenja neke dionice čime broj sastavnica može pasti ispod minimalnog propisanog broja jer do redovne revizije neće doći do uvrštenja nove dionice. Promjene vezane uz indeks se dostavljaju članovima, Hanfi, objavljuju na internetskim stranicama Zagrebačke burze i upisuju u knjigu odluka uprave.

### Metoda izračuna indeksa

Indeks CROBEX® se računa kao omjer free float tržišne kapitalizacije i divizora indeksa pri čemu se za bazni datum uzima 1. srpnja 1997. godine. s vrijednošću 1000,00 baznih poena. Free float tržišna kapitalizacija određene dionice računa se kao umnožak broja izdanih dionica, free float faktora i zadnje cijene dionice i njegov udio ne može preći 10% zbog postojanja i primjene težinskih faktora. Težinski faktor iznosi jedan za dionice čiji je udjel u ukupnoj free float kapitalizaciji indeksa manji ili jednak 10%, a ako je veći onda je faktor manji od jedan. S obzirom da je potrebno da se dionicom trguje 75% dana, za dane kojima se nije trgovalo se uzima zaključna cijena prethodnog trgovinskog dana (ZSE, 2023.).

Indeks se računa kontinuirano tijekom trgovine prema sljedećoj formuli:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i,t} \cdot q_{i,T} \cdot f_{i,T} \cdot w_{i,T}}{D_T} \quad (1)$$

pri čemu je

$I$  - vrijednost indeksa CROBEX®

$p$  - zadnja cijena dionica

$q$  - broj izdanih dionica

$f$  - free float faktor

$w$  - težinski faktor

$D$  - divizor indeksa

$i$  - brojač koji predstavlja dionice uključene u sastav indeksa

$T$  - datum revizije indeksa

$t$  - trenutak izračuna indeksa

Tablica 1 prikazuje 15 dionica sastavnica CROBEX indeksa na datum 01. rujna 2023. godine. Prvi stupac označava simbole koji su kraći zapisi imena dionice da se omogući lakši prikaz. Drugi stupac ISIN (engl. *International Securities Identification Number*) je kod od 12 znakova koji se koristi za sve vrijednosnice na globalnoj razini. Treći stupac je puni naziv dioničkog društva koje je izdalo svoje dionice, a njihova količina je vidljiva u četvrtom stupcu. Prva 4 stupca se u pravilu ne mijenjaju, dok se podaci u ostalim stupcima kontinuirano prate u realnom vremenu i korigiraju zbog izračuna CROBEX indeksa po formuli 1 (ZSE, 2023.).

Tablica 1 Dionice sastavnice CROBEX indeksa

Simbol	ISIN	Izdavatelj	Broj dionica	Free float faktor	Težinski faktor	Zadnja cijena	Free float trž.kap.	Težina
ADPL	HRADPL RA0006	AD PLASTIK d.d.	4.199.58 4,00	0,7	1	15,85	46.594.384,48	3,34 %
ADRS 2	HRADRS PA0009	ADRIS GRUPA d.d.	6.784.10 0,00	0,95	0,360817 22	58	134.874.887,63	9,68 %
ARNT	HRARNT RA0004	Arena Hospitality Group d.d.	5.128.72 1,00	0,5	1	35	89.752.617,50	6,44 %
ATGR	HRATGR RA0003	ATLANTIC GRUPA d.d.	13.337.2 00,00	0,45	0,432289 14	51	132.318.838,18	9,49 %
ATPL	HRATPL RA0008	ATLANTSKA PLOVIDBA d.d.	1.395.52 0,00	0,8	1	47	52.471.552,00	3,76 %
ERNT	HRERNT RA0000	ERICSSON NIKOLA TESLA d.d.	1.331.65 0,00	0,55	0,699806 54	208	106.609.060,16	7,65 %
HT	HRHT00 RA0005	HT d.d.	78.775.8 42,00	0,45	0,140013 78	26,1	129.543.866,56	9,29 %
JDPL	HRJDPL RA0007	JADROPLOV d.d.	1.636.67 4,00	0,3	1	9,65	4.738.171,23	0,34 %
KOEI	HRKOEI RA0009	KONCAR d.d.	2.572.11 9,00	1	0,378456 61	180	175.218.378,71	12,57 %
KTJV	HRKTJV RA0002	Kutjevo d.d.	5.726.42 9,00	0,07	1	5,1	2.044.335,15	0,15 %
PODR	HRPODR RA0004	PODRAVKA d.d.	7.120.00 3,00	0,85	0,215686 36	145,5	189.926.155,30	13,63 %
RIVP	HRRIVP RA0000	Valamar Riviera d.d.	126.027. 542,00	0,55	0,410799 7	4,31	122.725.707,21	8,81 %
SPAN	HRSPAN RA0007	SPAN d.d.	1.960.00 0,00	0,55	1	58,8	63.386.400,00	4,55 %
VLEN	HRVLEN RB0001	BRODOGRADI LISTE VIKTOR LENAC d.d.	16.813.2 47,00	0,14	1	3,42	8.050.182,66	0,58 %
ZABA	HRZABA RA0009	Zagrebacka banka d.d.	320.241. 955,00	0,04	0,813526 29	13	135.473.129,77	9,72 %

Izvor: Izrada autora prema podacima s internetskih stranica Zagrebačke burze

### 3. Moderna teorija portfelja

Portfelj vrijednosnih papira je kombinacija matematičkih, financijskih i pravnih elemenata koji predstavljaju pregled svih vrsta vrijednosnih papira koji se nalaze na jednom računu ili su u vlasništvu pojedinačnog ili institucionalnog ulagača, čak i ako su raspoređeni na više računa. Ovaj portfelj može uključivati i nekretnine. Primjerice, pojedinačni ulagač može imati cijeli portfelj na jednom brokerskom ili bankovnom računu, koji se sastoji od različitih dionica, obveznica, udjela u investicijskim fondovima, financijskih izvedenica, te također sadrži gotovinu na računu i nekretnine u vlasništvu ulagača. 'Čista vrijednost' ovog portfelja se izračunava na temelju tržišne vrijednosti svih vrijednosnih papira koje ulagač posjeduje, uz dodatak procijenjene vrijednosti nekretnina i ostalih vrijednosti. Iz te svote se oduzimaju sve obveze ili dugovi pojedinca, kako bi se dobila čista neto vrijednost imovine (Cvjetinčanin, 2004.).

Kod korištenja portfelja, važno je da se on diverzificira na učinkovit način. To je razlog zašto moderna teorija portfelja, poznata i kao *Modern Portfolio Theory* (MPT), proučava efikasnu diverzifikaciju to jest kako postići najbolji odnos između rizika i prinosa portfelja koju je najbolje opisao Harry M. Markowitz u članku "Portfolio Selection" objavljenog u časopisu *The Journal of Finance* 1952. godine. Zbog toga se on naziva ocem moderne teorije portfelja. Prema toj teoriji kombiniraju se vrijednosni papiri s instrumentima koji imaju nisku korelaciju kretanja vrijednosti u istom smjeru čime se značajno može reducirati rizik portfelja i u isto vrijeme unaprijediti stopa prinosa portfelja, odnosno stopa investicijske dobiti jer su do tada investitori ulagali vrlo rizično u vrijednosni papir od kojeg se očekivao maksimalan prinos (Bodie, Kane i Marcus, 2006.).

#### 3.1 Standardni Markowitzev model

Cilj moderne teorije portfelja nije samo maksimizacija očekivanog prinosa, već optimizacija omjera očekivanog prinosa i pripadajućeg rizika. Markowitz predlaže da investitori fokusiraju svoj izbor portfelja na temelju karakteristika prinosa i rizika, umjesto da jednostavno kombiniraju dionice koje imaju atraktivne karakteristike prinosa i rizika pojedinačno. Osnovna ideja Markowitzeva modela bila je pronaći ravnotežu između rizika i prinosa te odabrati portfelj dionica koji donosi najveći mogući prinos uz najmanji mogući rizik što se može iščitati iz efikasne granice koju svaki investitor gleda iz vlastite perspektive

ovisno o osobnim preferencijama. U svome radu je dokazao da bilo koje pravilo ponašanja investitora koje ne uzima u obzir prednosti diverzifikacije trebalo odbaciti. Nadalje, u članku se ističu dva glavna parametra - prinos i rizik. Prinos ulaganja se smatra slučajnom varijablom s pripadajućom očekivanom vrijednosti i mjerom disperzije, koje će biti dobra procjena nagrade i preuzetog rizika (Markowitz, 1952.)

Svaki investitor koji počinje ulagati mora donijeti nekoliko odluka. Za početak, mora odrediti koliko novca želi uložiti na tržištu. Također mora odlučiti u koje financijske instrumente želi uložiti svoj novac, posebice koliko novca želi uložiti u svaki od tih instrumenata. Srećom, financijski analitičari i portfolio menadžeri su tu da pomognu investitorima u donošenju tih odluka. Oni mogu pomoći investitorima da pronađu optimalan portfelj koji odgovara njihovim preferencijama i stavu prema riziku. Prvi ozbiljan pokušaj matematičkog modeliranja tržišta dogodio se 1952. godine kada je Markowitz razvio temelje moderne teorije portfelja. Markowitz je predložio model za odabir optimalnog portfelja u uvjetima nesigurnosti i rizika na način da investitori trebaju diverzificirati svoj portfelj kako bi ostvarili najveći mogući prinos uz minimalni rizik, uzimajući u obzir njihove preferencije. Kasnije se, razvitkom teorije, uključila nerizična imovina u analizu zajedno s rizičnim instrumentima (Tobin, 1958.).

Jedna od važnih posljedica teorije odabira portfelja je da imovina ne može biti odabrana samo na temelju jedinstvenih karakteristika pojedine vrste imovine. Ulagatelj bi trebao sagledati portfelj kao cjelinu u kojoj pazi na korelaciju jedne vrste imovine s drugom. Također, uzimanje u obzir korelacije između imovine omogućava kreiranje portfelja s jednakim očekivanim prinosom, ali s manjim rizikom u usporedbi s portfeljem koji ignorira međusobnu povezanost imovine. Upravo to je i smisao diverzifikacije koju je Markowitz zamislio (Elton & Gruber, 1997.).

Markowitzev model se temelji na pretpostavkama za koje su kasnije drugi ekonomisti kritizirali (Mangram, 2013.):

- Racionalnost investitora koji staloženo ulažu svoja sredstva u imovinu i vrijednosnice od kojih očekuju što veći prinos uz što niži rizik, dok u realnosti investitori odbacuju racionalnost prateći na koji način ulaže ostatak sudionika financijskog tržišta bez prethodnog provođenja analize.
- Spremnost prihvaćanja većeg rizika ukoliko ga očekivani prinos prati te je mogućnost zarade veća, zapravo suprotno tome većina igrača na tržištu koristi

rizičnije instrumente kao svojstvenu obranu putem hedžinga, ne očekujući veće prinose već samo smanjivanje ukupnog rizika.

- Jednakost informacija svim sudionicima da lakše mogu donositi odluke o ulaganju, zanemarujući postojanje asimetričnih informacija i agencijskog problema
- Mogućnost neograničenog kreditiranja po danj rizičnoj kamatnoj stopi
- Savršena efikasnost tržišta u kojem se zanemaruju problemi poput eksternalija i javnih dobara
- Nepostojanje poreza i transakcijskih troškova koji mogu utjecati na izbor optimalnog portfelja jer je financijska imovina podložna oporezivanju čime se umanjuju prinosi.
- Vrijednosnice su savršeno djeljive iako ih je nemoguće savršeno usitniti.

Osim Markowitzevog modela postoje brojni drugi poput Michaudove metode optimizacije koja se kroz brojna istraživanja pokazala jednako efikasna ili čak lošija od Markowitzeve. Neka metoda ili model može pokazati bolje rezultate u jednom specifičnom slučaju dok u nekoj drugoj situaciji može biti puno lošiji od ostalih pogotovo kada se radi o različitim vremenskim razdobljima. Za specifični vremenski niz dobra metoda se može pokazati lošom, a loša metoda dobrom (Becker, Gürtler i Hibbeln, 2015.).

U ovom radu će se analizirati Markowitzev model za optimizaciju portfelja jer se njime lako služiti bez obzira na ograničenja i kritike te nije čudno ga investitori koriste još od pojavljivanja 1952. godine oko koje je Markowitz razvio modernu teoriju portfelja i 1990. godine dobio Nobelovu nagradu za ekonomiju (Bodie, Kane i Marcus, 2014.).

### **3.2 Očekivani prinos i rizik imovine u portfelju**

Prinos predstavlja odnos zarade ili gubitka koji se ostvaruje na određenom obliku imovine, bilo pojedinačno ili ukupno, a koji se obično izražava u postocima. Kako bi se moglo provesti uspoređivanje, također izražava u jedinici vremena, najčešće u razdoblju jedne godine i on može biti ostvareni ili očekivani.

Očekivani prinos rezultat je očekivanja investitora glede ekonomskih dohodaka koje će ostvariti određena investicijska imovine te je kao takav neizvjestan i rizičan. Pojedinci subjektivno ocjenjuju vjerojatnost nastupa određenih akcija, pritom dolaze do različitih prinosa čiji zbroj daje očekivani prinos, a on se može izračunati formulom:



$$E(R_p) = \sum_{i=1}^i R_i P(R_i) \quad (2)$$

Pri čemu je  $E(R_p)$  očekivani prinos imovine,  $R_i$  očekivani prinos imovine u pojedinom scenariju,  $P(R_i)$  vjerojatnost nastupa pojedinog scenarija te je potrebno naglasiti da zbroj svih vjerojatnosti mora biti jednak broju jedan.

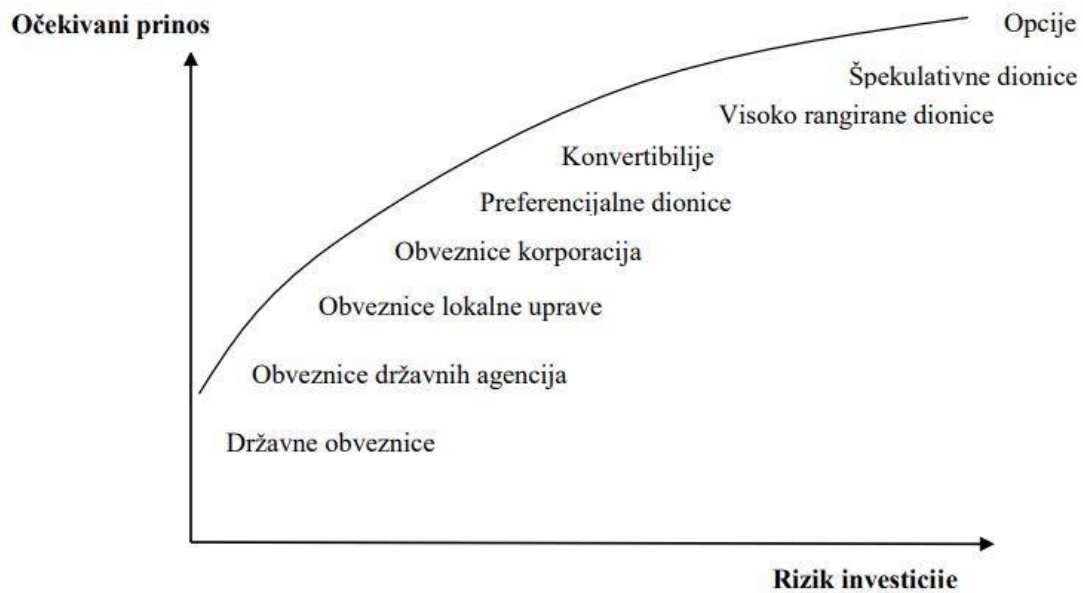
Očekivani prinos imovine se dobije tako da se pomnoži očekivani prinos te imovine za pojedino kretanje tržišta s vjerojatnošću tog kretanja. Izračunati očekivani prinos predstavlja dobru aproksimaciju budućeg prinosa koji investitor može očekivati ukoliko je proveo kvalitetnu analizu tržišta koja je dosta zahtjevana te je zbog pojednostavljivanja Markowitz koristio povijesno kretanje prinosa za izračun.

Očekivani prinos portfelja je zapravo predmet ovog rada te se on računa kao vagana to jest ponderirana aritmetička sredina očekivanih prinosa svih investicija portfelja po sljedećoj formuli:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^p E(R_i) w_i \quad (3)$$

U formuli je:  $E(R_p)$  očekivani prinos portfolija,  $E(R_i)$  očekivani prinos  $i$ -te investicije,  $w_i$  vrijednosni udjel  $i$ -te investicije (Orsag, 2011).

Slika 1 Odnos očekivanog prinosa i rizika investicije prema vrsti vrijednosnih papira



Izvor Jones, R. G., Dudley, D. (1978) *Essentials of Finance*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall

Ranije je spomenuto da Markowitz u svom modelu koristi povijesne prinose za izračun očekivanih prinosa jer ga je lakše procijeniti s obzirom da se isti temelji na vjerojatnosti koju svaki investitor odabire proizvoljno vodeći se vlastitim nahođenjem. Ukoliko je distribucija prinosa portfelja normalna, utoliko se mogu izračunati prinos i varijanca koji će se služiti kao mjera očekivanog prinosa i mjera rizika portfelja (Markowitz, 1959.).

Postoji nekoliko pristupa definiranju rizika. Većina ljudi smatra rizik kao mogućnost gubitka ulaganja ili štetnih događaja. Drugi pristup, koji je dominantniji, shvaća rizik mnogo šire i javlja se kada nismo sigurni u budući rezultat neke akcije ili događaja. Na primjer, ulaganje u budućnost može imati više rezultata, izraženih kroz različite prinose na investiciju. Neki rezultati mogu biti pozitivni, dok se drugi mogu smatrati negativnima. Stoga, rizik na ovaj način predstavlja nestabilnost potencijalnih rezultata u odnosu na očekivane, odnosno vjerojatnost da će se dogoditi rezultat koji se razlikuje od očekivanog (Besley i Brigham, 2007.).

Općenito se rizik može definirati kao vjerojatnost uspjeha ili neuspjeha i svaka investicijska odluka koja ima više od jednog mogućeg prinosa za vrijeme držanja to jest ako ne postoji siguran prinos, ta odluka se smatra riskantnom. Nijedno ulaganje u vrijednosnice ne dolazi bez određene razine rizika koji se kao i prinos može podijeliti na individualni rizik i rizik portfelja. Kvantitativne mjere nam mogu ukazati na očekivane prinose i potencijalni rizik te se normalnoj simetričnoj distribuciji, kao što Markowitz pretpostavlja, mogu koristiti dvije

mjere disperzije: varijanca i standardna devijacija. Varijanca je srednje kvadratno odstupanje niza podataka od njihova prosjeka, a standardna devijacija je njen drugi korijen (Few Lee, 2012.).

Individualni rizik podrazumijeva da se svakom vrijednosnom papiru s aspekta rizičnosti pristupa odvojeno jer bi ta imovina trebala biti izolirana od ostalih oblika financijske imovine. Osim već spomenutih mjera poput varijance i standardne devijacije mogu se koristiti manje popularne mjere kao MAD (eng. *Median Absolute Deviation*) ili MSE (eng. *Mean Squared Error*). Varijanca pojedine imovine se može izračunati po formuli:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_i(t) - E(R_i))^2 \quad (4)$$

U kojoj je  $\sigma_i^2$  varijanca imovine,  $R_i(t)$  prinos imovine u razdoblju  $t$ ,  $E(R_i)$  ukupni očekivani prinos imovine. Izvlačenjem drugog korijena iz jednadžbe 4 dobije se standardna devijacija  $\sigma_i$ . Pretpostavkom o normalnoj distribuciji prinosa portfelja se varijanca portfelja može izračunati kao formula:

$$\sigma_p^2 = w_{i1} \sigma_{i1}^2 + w_{i2} \sigma_{i2}^2 + 2w_{i1} w_{i2} \text{cov}(R_1, R_2) \quad (5)$$

Pri čemu je  $\sigma_p^2$  varijanca portfelja,  $w_{ii}$  vrijednosno učešće pojedine investicije u portfelju,  $\sigma_{ii}^2$  varijanca pojedine investicije,  $\text{cov}(R_1, R_2)$  kovarijanca između investicija.

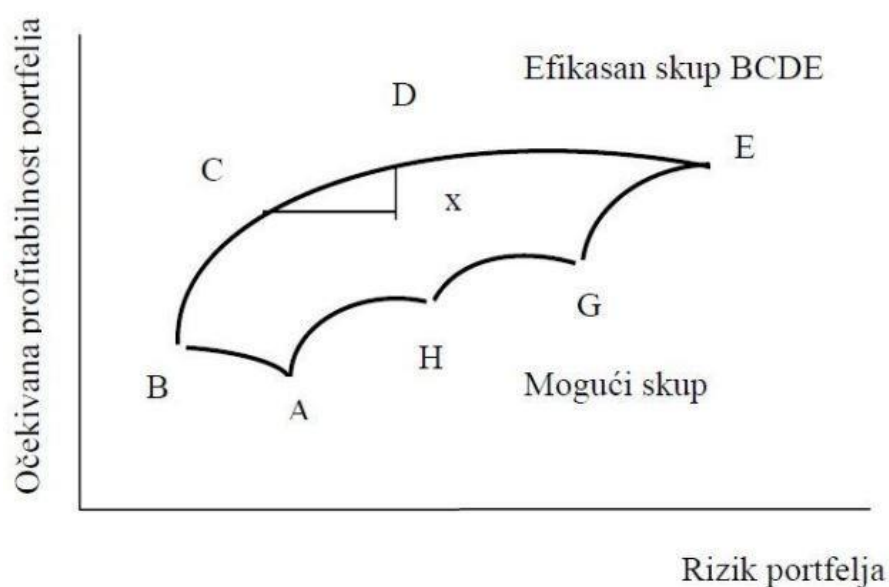
Kovarijanca predstavlja međusobnu povezanost u kretanju prinosa investicija, odnosno ukazuje na njihovu usklađenost ili neusklađenost u kretanju. Kovarijanca nema konačnu vrijednost pa se iz nje izvodi koeficijent korelacije koji se može kretati u rasponu od -1 do 1 u kojem bi vrijednost 1 ukazivala na jak, pozitivan linearan odnos između varijabli te bi rast jedne varijable bio praćen rastom i druge varijable. Kod vrijednosti od -1 jedna varijabla raste, a druga pada čime se ne ostvaruje prinos. Ukratko koeficijent korelacije je relativna mjera koja ukazuje na smjer i jakost povezanosti prinosa imovine unutar portfelja te se može izračunati po formuli:

$$\rho_{R_1 R_2} = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma_{R_1} \sigma_{R_2}} \quad (6)$$

### 3.3 Efikasna granica

Jedan od efikasnih portfelja je taj koji ima najmanji rizik među svim kombinacijama koje donose isti prinos, ili najveći prinos među svim kombinacijama istog rizika. Drugim riječima, efikasan portfelj prevladava nad drugim kombinacijama investicija, bilo po pitanju prinosa ili rizika, pa će stoga svaki racionalan investitor odabrati samo između efikasnih portfelja.

Slika 2 Efikasni portfelj s obzirom na očekivani prinos i rizik portfelja



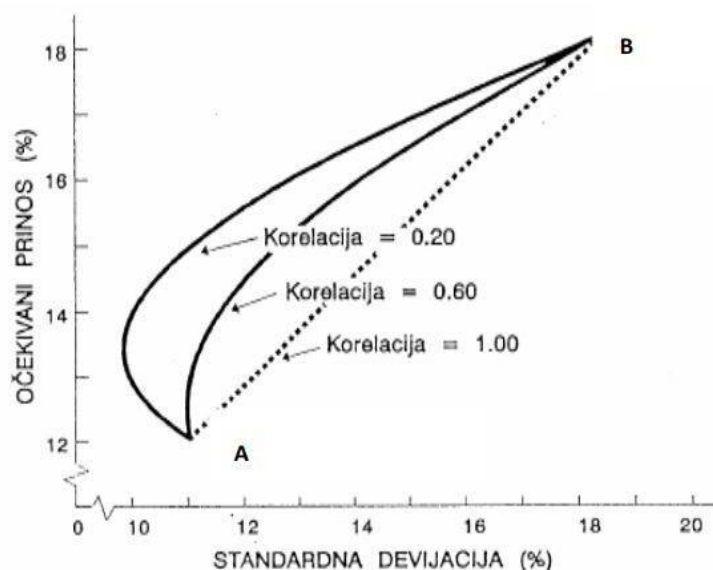
Izvor: Orsag; S. (2015) *Investicijska analiza: Uvod u investicijsku teoriju*. Zagreb: Avantis

Efikasan skup kombinacija investicija za portfelje prikazane na slici 2 nalazi se na krivulji BCDE koja se naziva efikasnom granicom, a obuhvaća kombinacije investicija koje bi odabrao racionalni investitor zbog njihove dominantnosti u odnosu na druge kombinacije, bilo po pitanju rizika ili po pitanju očekivanog prinosa. Međutim, nije moguće pronaći moguće kombinacije investicija lijevo iza efikasne granice jer nema portfelja koji bi pružao veći prinos uz manji rizik u ovakvoj situaciji već postoje inferiorne kombinacije koje se nalaze u području x i ispod efikasne granice (Orsag, 2015.).

Skup svih mogućih portfelja sastoji se od svih kombinacija N zadanih imovina. Svaki portfelj ima svoje karakteristike, uključujući očekivani prinos i očekivani rizik, koji se mogu prikazati u koordinatnom sustavu kao što je prikazano na slici 2. Točka B na skupu predstavlja portfelj s minimalnim rizikom i dosta niskim očekivanim prinosom, dok točka E predstavlja portfelj s maksimalnim rizikom i vrlo visokim očekivanim prinosom. Racionalni

investitor bi trebao sastaviti svoj portfelj od mogućih kombinacija s efikasne granice (Markowitz, 1952.).

Slika 3 Efikasne granice portfelja od dvije investicije s obzirom na koeficijent korelacije



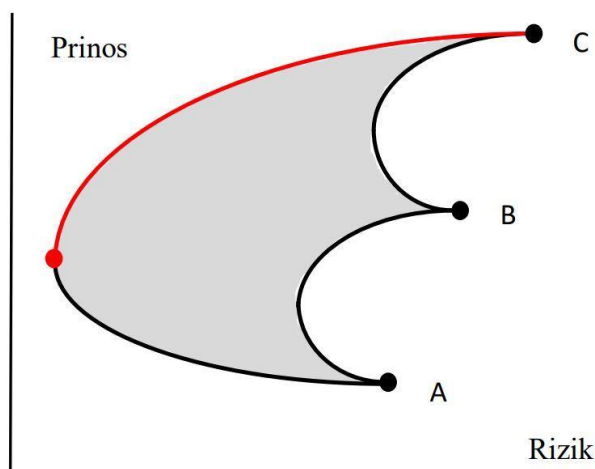
Izvor Van Horne, C. J. (1993) *Financijsko upravljanje i politika*. Zagreb: Mate

Investitori očekuju veće prinose uz povećanje rizika, ali kako je vidljivo na slici 3 zbog utjecaja korelacije postoji dio efikasne krivulju na kojem se povećava očekivani prinos uz smanjenje rizika preko standardne devijacije. Korelacija bliža nuli povećava zaobljenost i povećava potencijalni profit zbog utjecaja diverzifikacije portfelja, a ukoliko je korelacija jednaka broju jedan znači da su prinosi savršeno korelirani (Van Horne, 1993.).

Neke od ključnih karakteristika efikasne granice su da se svaki portfelj na efikasnoj granici može predstaviti kao linearna kombinacija bilo koja dva druga portfelja na istoj granici te može sadržavati različite vrste financijske imovine, pri čemu udjeli pojedinih imovina mogu biti pozitivni ili negativni u slučaju da je dozvoljena kratka prodaja. Ako je dozvoljena kratka prodaja, ne postoji gornja granica rizika koju pojedinac može preuzeti, a skup mogućih portfelja teži beskonačnosti. To znači da se očekivani prinos portfelja povećava paralelno s rastom standardne devijacije portfelja. U drugom slučaju u kojem kratka prodaja nije dozvoljena (kao slučaj s dionicama na Zagrebačkoj burzi koje se obrađuju u ovom radu), skup mogućih portfelja ne može se beskonačno širiti u smjeru povećanja rizika. Tada efikasna granica leži u gornjem lijevom rubu skupa mogućih portfelja između portfelja minimalne varijance i portfelja s maksimalnim prinosom. Markowitz također isključuje

moćnost kratke prodaje u svom standardnom modelu, kao u ovom radu (Alexander, 2008.).

*Slika 4 Efikasna granica portfelja s tri investicije*



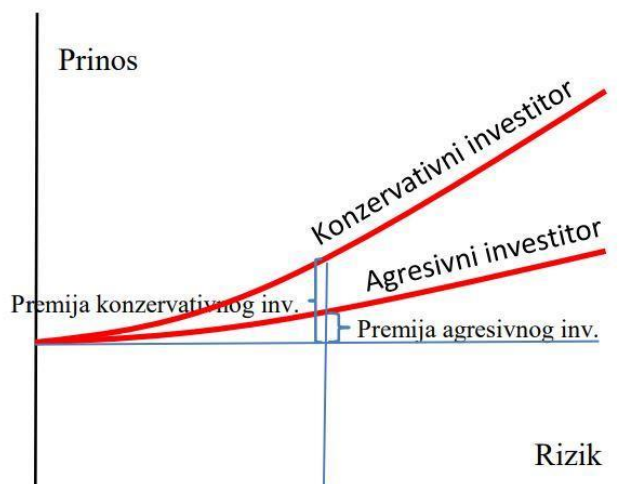
*Izvor Orsag; S. (2015) Investicijska analiza: Uvod u investicijsku teoriju. Zagreb: Avantis*

Na slici 4 je prikazana efikasna granica portfelja s tri investicije te je to važnije za ovaj rad jer se u ovom radu empirijska analiza temelji na sastavljanju portfelja od tri dionice sastavnice CROBEX indeksa. Crne točke na grafikonu predstavljaju razinu prinosa i rizika u slučaju da se ulože sva sredstva samo u jednu investicijsku odluku A, B ili C, a siva zona omeđena krivuljama označava beskonačno mnogo kombinacija unutar portfelja s različitim vrijednostima prinosa i rizika. Crvena točka je točka minimalne varijance i prikazuje portfelj s najmanjom razinom rizika te je crvena krivulja koja ide do točke C zapravo efikasna granica, a sve ostale kombinacije unutar portfelja su neefikasne. Navedeno se može provjeriti povlačenjem okomite linije na os apscisa, koja presijeca skup mogućih portfelja, iz čega postane vidljivo postojanje brojnih kombinacija sastavljanja portfelja različitih očekivanih prinosa za jednaku razinu rizika, a uvijek će se kombinacija s najvećim očekivanim prinosom nalaziti na efikasnoj granici koja je prikazana crvenom bojom te se ista u slučaju portfelja s tri investicije, poput ovog, naziva i linijom minimalnih varijanci. Postoji mogućnost da očekivani prinos bude negativan u slučaju da jedna ili više investicija ostvaruje gubitak (Orsag, 2015.).

### 3.4 Odabir optimalnog portfelja

Izdvajanjem efikasnih portfelja iz ostatka mogućih kombinacija imovine dobije se puno manji broj potencijalnih portfelja koje investitori biraju nađeni vlastitim potrebama poput nižeg rizika uz određeni očekivani prinos te će se oni u nastavku nazivati konzervativni ulagači, a druga vrsta su agresivni ulagači kojima ne smeta malo viši rizik jer preferiraju potencijalno veće prinose. Stupanj averzije rizika između vrsta investitora se može prikazati njihovim krivuljama indiferencije.

Slika 5 Krivulje indiferencije investitora

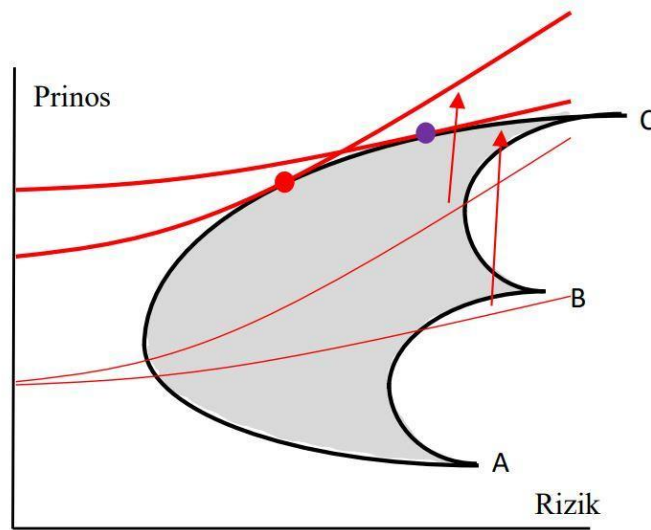


Izvor Orsag; S. (2015) *Investicijska analiza: Uvod u investicijsku teoriju*. Zagreb: Avantis

Iz slike 5 se mogu vidjeti dvije uzlazne krivulje indiferencije jer oba tipa investitora imaju određenu razinu averzije prema riziku. Da nemaju onda se ne bi radilo o krivulji nego o ravnoj liniji. Agresivni investitor zahtjeva nisku premiju to jest spreman je preuzeti veći rizik za određenu vrijednost prinosa i zbog toga je njegova krivulja indiferencije blagog nagiba. Konzervativni investitor ima veću averziju prema riziku zbog čega zahtjeva veću premiju, samim time je njegova krivulja većeg nagiba.

Slike 4 i 5 se mogu spojiti jer su jednake oznake na osima. Na oba grafa se rizik nalazi na osi apscisa, a prinos na osi ordinata. Novi graf je koristan racionalnom investitoru koji ne planira izabrati bilo koji portfelj, već traži što efikasniji portfelj to jest jedan od mogućih portfelja s efikasne granice. Optimalni portfelj bi trebao donijeti najveću razinu korisnosti ulagaču, kako je prikazano na slici 6.

Slika 6 Optimalni portfelj s tri investicije



Izvor Orsag; S. (2015) *Investicijska analiza: Uvod u investicijsku teoriju*. Zagreb: Avantis

S obzirom da je krivulja indiferencije konveksna, a efikasna granica konkavna, matematički bi značilo da postoji samo jedan optimalni portfelj koji se nalazi u tangenti navedenih krivulja. Na slici 6 su se krivulje indiferencija pomicala paralelno prema gore sve dok nisu tangirale efikasnu granicu jer dobiveni portfelji donose veće prinose za istu razinu rizika te se tek tada mogu nazvati optimalnima. Dvije točke označene crveno i ljubičasto na grafu označavaju optimalne portfelje agresivnog i konzervativnog ulagača. Zbog strmijeg nagiba krivulje indiferencije konzervativnog investitora njegov optimalni portfelj, označen crvenom točkom, se nalazi na nižoj razini prinosa, ali i rizika nego optimalni portfelj agresivnog investitora koji najveću korisnost ima u ljubičastoj točki koja je relativno više rizična, ali i potencijalno više profitabilna (Orsag, 2015.).

Pomicanje krivulja indiferencije okomito prema gore je u ekonomiji poznato kao pretpostavka nezasićenosti jer se investitori vode politikom “više je bolje” u kojoj biraju onaj portfelj koji nudi viši očekivani prinos uz određenu razinu rizika. Navedena pretpostavka pomaže mnogim investitorima da odaberu optimalni portfelj (Binger i Hoffman, 1998.).

Optimalni portfelj se neće uvijek nalaziti na istom mjestu jer se svaki investitor vodi vlastitim ambicijama i sposobnostima te će promjene na tržištu ili u njegovoj okolini utjecati na njegova očekivanja. Promjene na tržištu utječu na promjenu efikasne granice, a promjene u njegovim očekivanjima se očituju u mijenjanju nagiba krivulje indiferencije zbog čega je



potrebno raditi preinake kod odabira optimalnog portfelja jer on nije dugoročno održiv (Alexander, 2008.).

Česte preinake kod traženja optimalnog portfelja iziskuju od investitora mnogo vremena i financijskih sredstava ukoliko samostalno ne mogu provesti to istraživanje nego su primorani platiti stručne osobe da to učine za njih. Kada se još pridodaju transakcijski troškovi vezani uz ulaganje, dobije se značajan broj kritika prema Markowitzevom modelu koji je u teoriji vrlo jednostavan (Pojatina, 2000.).

Financijsko tržište je mehanizam u kojem se izmjenjuju neodrživi optimizam i neopravdani pesimizam, a na inteligentnom investitoru je procijeniti trenutak jer bi on trebao biti realist koji prodaje optimistu, a kupuje od pesimista. Bez obzira na količinu opreza postoji rizik koji se nikada ne može otkloniti, rizik ljudske pogreške. Kaže da je buduća vrijednost svakog ulaganja funkcija njegove sadašnje cijene i za kvalitetnije ulaganje potrebno je razumjeti povijest jer osoba koja se ne sjeća nečega iz povijesti je osuđena na ponavljanje iste greške (Graham, 2003.).

## 4. Empirijska analiza i rezultati

Empirijsko istraživanje provedeno je primjenom programskog jezika R s ciljem sastavljanja optimalnog portfelja s tri dionice sastavnice CROBEX indeksa. Korišteni su povijesni podaci o prinosima odabranih dionica u periodu između 20. srpnja 2023. godine i 31. kolovoza 2023. godine.

### 4.1 Programski jezik R u tehničkoj analizi i odabiru optimalnog portfelja

R je programski jezik slobodnog dohvata (engl. *open-source software*) prepun integriranih alata prigodnih za upravljanje podacima i za grafičku i numeričku analizu podataka, što ga čini vrlo prikladnim i korisnim programom za provođenje statističkih i matematičkih analiza. Korištenje programa zahtjeva određeno predznanje programiranja jer se naredbe upisuju vlastoručno u naredbene retke čime je moguća detaljnija kontrola nad analizom promatranih podataka. Otvorenost je također velika prednost na ostale programe jer teoretski bilo tko može implementirati novonastale matematičke i statističke modele koji gotovo odmah budu dostupni svim korisnicima čime se ide uz korak s tehnološkim napretkom jer ne treba čekati da netko odobri promjene. Modeli koji se objave ne moraju biti u potpunosti točni zato treba obraćati pažnju na izvore iz kojih dolaze. Osnovne matematičke i logičke funkcije su integrirane u program dok se zahtjevnije i naprednije procedure preuzimaju u paketima najčešće iz središnje baze paketa naziva CRAN (engl. *Comprehensive R Archive Network*).

Empirijska statistička analiza se provodi na kvalitativnim ili kvantitativnim podacima koji se moraju unijeti u R iz datoteka koje su uglavnom memorirane poput .xls ili .txt formata. Datoteke koje se referenciraju u programu se pohranjuju u radni direktoriji prije provođenja bilo kakve analize. Postoje brojna pravila i ograničenja, no najvažnije je paziti na velika i mala slova koja označavaju različite varijable i znak koji razdvaja cijele brojeve od desetinki je točka umjesto zareza koji se koristi u standardnom hrvatskom jeziku.

Grafički prikazi u programskom jeziku R su: histogram, linijski grafikon, stupčasti grafikon, dijagram rasipanja i dijagram rasipanja s regresijskim pravcem. Grafički prikazi olakšavaju odabir optimalnog portfelja jer je na vizualno prikazanoj efikasnoj granici lakše pronaći točku minimalne varijance i ostale kombinacije efikasnih portfelja nego iščitavati iz tablica i matrica.

Petlje su naredbe koje omogućuju opetovano izvršavanje programskog koda sve dok se ne zadovolji određeni uvjet. One su pogodne za većinu statističkih modela te postoje tri osnovne vrste petlji: *if*, *for* i *while*. U ovom radu će naglasak biti na “for” petlji pomoću koje će se automatski u programu provesti analize za različite kombinacije udjela u portfeljima iz kojih će biti moguće izdvojiti “optimalni” (Čižmešija i Sorić, 2016.).

## **4.2 Kriteriji odabira sastavnica CROBEX-a za empirijsku analizu portfelja**

Sa stranica Zagrebačke burze preuzete su zaključne cijene 15 dionica sastavnica CROBEX indeksa od 20.07.2023. do 31.08.2023. Dionice uključene u indeks su prikazane u poglavlju 2.5. Navedeni periodu je uzet zato što je u njemu bilo točno 30 dana trgovanja što je dovoljno za sastavljanje uzorka u kojem će biti otklonjeni kratkoročni šokovi (Fruk & Huljak, 2004.), a pojedine dionice kojima se nije trgovalo svaki dan su upotpunjene zaključnom cijenom posljednjeg dana trgovanja čime je svaka dionica imala 30 zaključnih cijena poredanih od najstarije (20.07.2023) do najnovije (31.08.2023). Prilikom ubacivanja cijena u programski jezik R je bilo potrebno decimalne zareze pretvoriti u točke za odvajanje decimalnih mjesta jer tako nalažu pravila programskog jezika. Na slici 7 su prikazane zaključne cijene 15 dionica po trgovinskim danima.

Slika 7 Zaključne cijene dionica sastavnica CROBEX indeksa

	ADPL	ADRS2	ARNT	ATGR	ATPL	ERNT	HT	JDPL	KOEI	KTJV	PODR	RIVP	SPAN	VLEN	ZABA
[1,]	16.75	58.4	37.4	49.2	52.6	213	25.4	9.95	180	5.50	116.0	4.41	69.4	3.80	11.90
[2,]	16.75	58.4	37.0	50.0	52.8	214	25.4	9.65	180	5.50	118.0	4.39	71.0	3.88	11.95
[3,]	16.75	58.8	36.2	49.6	52.8	213	25.2	9.95	180	5.50	119.5	4.40	71.0	3.80	11.95
[4,]	16.80	58.6	36.2	49.6	50.8	212	25.2	9.55	180	5.50	118.5	4.42	69.2	3.80	12.00
[5,]	16.85	58.0	36.2	50.5	50.4	213	25.9	9.55	179	5.50	119.5	4.36	69.8	3.82	11.90
[6,]	16.85	58.0	36.2	49.6	52.4	213	25.9	9.50	176	5.50	119.5	4.32	70.4	3.82	12.00
[7,]	16.85	57.0	36.0	49.6	52.4	212	26.0	9.50	172	5.50	120.0	4.36	70.2	3.66	12.00
[8,]	16.90	58.4	35.6	49.8	52.2	209	26.2	9.20	177	5.50	119.0	4.36	66.2	3.50	12.40
[9,]	16.70	58.0	35.6	50.0	50.8	210	26.0	9.05	177	5.50	120.5	4.35	66.6	3.44	12.80
[10,]	16.60	58.4	35.8	50.0	52.2	209	25.9	9.50	177	5.50	120.0	4.31	66.8	3.50	12.95
[11,]	16.60	58.6	35.2	50.0	51.0	213	26.1	9.55	170	5.50	122.0	4.33	65.6	3.30	13.50
[12,]	16.45	59.0	35.2	50.0	51.6	213	26.2	9.55	179	5.50	129.0	4.33	66.0	3.36	13.60
[13,]	16.45	59.0	35.2	50.0	51.0	211	26.3	9.55	179	5.50	140.0	4.35	66.4	3.36	13.85
[14,]	16.45	59.2	35.2	50.5	51.4	208	26.0	9.55	175	5.50	139.0	4.35	63.8	3.34	12.85
[15,]	16.35	59.0	35.0	50.5	51.0	210	26.0	9.50	176	5.50	132.5	4.33	63.8	3.32	13.00
[16,]	16.25	58.8	34.6	50.5	50.4	208	26.0	9.50	178	5.50	131.0	4.32	58.8	3.30	13.00
[17,]	16.25	58.8	34.2	50.5	50.4	208	26.2	9.45	176	5.50	127.5	4.32	55.6	3.26	13.30
[18,]	16.25	59.0	35.0	50.5	49.6	208	26.0	9.45	180	5.50	135.5	4.32	59.0	3.08	13.40
[19,]	15.80	58.2	35.2	51.0	50.4	207	26.2	9.45	180	5.45	134.0	4.31	61.4	3.28	13.05
[20,]	15.70	58.2	35.2	50.5	50.0	208	26.1	9.65	183	6.45	138.5	4.34	61.4	3.44	13.10
[21,]	15.80	58.4	35.2	50.5	50.0	208	26.2	9.65	183	5.25	137.5	4.32	62.0	3.38	13.20
[22,]	15.80	58.2	35.4	50.0	49.8	208	26.0	9.65	182	5.25	136.5	4.33	61.6	3.42	13.35
[23,]	15.60	58.0	34.8	50.0	49.6	209	26.1	9.65	180	5.20	138.0	4.36	60.0	3.46	13.20
[24,]	15.85	58.0	34.8	50.0	49.4	209	26.0	9.25	178	5.20	137.5	4.33	60.0	3.40	12.95
[25,]	15.80	58.0	34.8	51.0	48.9	210	26.1	9.65	178	5.10	147.5	4.33	59.6	3.40	13.15
[26,]	15.50	57.8	35.0	51.0	48.8	209	26.0	9.65	179	5.10	143.5	4.33	59.6	3.40	13.15
[27,]	15.85	58.0	35.0	51.0	47.0	208	26.1	9.65	180	5.10	145.5	4.31	58.8	3.42	13.00
[28,]	15.60	58.2	35.0	51.0	48.5	210	26.2	9.65	180	5.00	148.0	4.31	58.0	3.42	12.95
[29,]	15.90	58.2	34.8	51.0	48.5	209	26.3	9.65	180	5.00	145.0	4.33	58.4	3.44	12.95
[30,]	15.75	57.8	34.8	52.0	48.0	209	26.2	9.20	180	5.00	145.5	4.33	58.2	3.34	12.75

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

### 4.3 Osnovna grafička i numerička analiza zaključnih cijena odabranih dionica

Prvi korak analize zaključnih cijena je izračunati dnevne stope prinosa dionice jer Markowitzev model koristi povijesne podatke za kasniji izračun očekivanih prinosa, a stvarni prinosi za svaku dionicu su računati po formuli:

$$R_t = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} \cdot 100 \quad (7)$$

gdje je  $x_t$  zaključna cijena u vremenu  $t$ ,  $t$  je vrijeme i  $R_t$  je dnevni prinos u vremenu  $t$ . Izračunani dnevni prinosi mogu vidjeti na slici 8:

Slika 8 Dnevni prinosi pojedinih dionica sastavnica CROBEX indeksa

	adpl_p	adrs_p	arnt_p	atgr_p	atpl_p	ernt_p	ht_p	jdp1_p	koei_p	ktjv_p	podr_p	rivp_p	span_p	vlen_p	zaba_p
[1.]	0.0000000	0.0000000	-1.0695187	1.6260163	0.3802281	0.4694836	0.0000000	-3.0150754	0.0000000	0.0000000	1.7241379	-0.4535147	2.3054755	2.1052632	0.4201681
[2.]	0.0000000	0.6849315	-2.1621622	-0.8000000	0.0000000	-0.4672897	-0.7874016	3.1088083	0.0000000	0.0000000	1.2711864	0.2277904	0.0000000	-2.0618557	0.0000000
[3.]	0.2985075	-0.3401361	0.0000000	0.0000000	-3.7878788	-0.4694836	0.0000000	-4.0201005	0.0000000	0.0000000	-0.8368201	0.4545455	-2.5352113	0.0000000	0.4184100
[4.]	0.2976190	-1.0238908	0.0000000	1.8145161	-0.7874016	0.4716981	2.7777778	0.0000000	-0.5555566	0.0000000	0.8438819	-1.3574661	0.8670520	0.5263158	-0.8333333
[5.]	0.0000000	0.0000000	0.0000000	-1.7821782	3.9682540	0.0000000	0.0000000	-0.5235602	-1.6759777	0.0000000	0.0000000	-0.9174312	0.8595989	0.0000000	0.8403361
[6.]	0.0000000	-1.7241379	-0.5524862	0.0000000	0.0000000	-0.4694836	0.3861004	0.0000000	-2.2727273	0.0000000	0.4184100	0.9259259	-0.2840909	-4.1884817	0.0000000
[7.]	0.2967359	2.4561404	-1.1111111	0.4032258	-0.3816794	-1.4150943	0.7692308	-3.1578947	2.9069767	0.0000000	-0.8333333	0.0000000	-5.6980057	-4.3715847	3.3333333
[8.]	-1.1834320	-0.6849315	0.0000000	0.4016064	-2.6819923	0.4784689	-0.7633588	-1.6304348	0.0000000	0.0000000	1.2605042	-0.2293578	0.6042296	-1.7142857	3.2258065
[9.]	-0.5988024	0.6896552	0.3617978	0.0000000	2.7559055	-0.4761905	-0.3846154	4.9723757	0.0000000	0.0000000	-0.4149378	-0.9195402	0.3003003	1.7441860	1.718750
[10.]	0.0000000	0.3424658	-1.6759777	0.0000000	-2.2988506	1.9138736	0.7722008	0.5263158	-3.9548023	0.0000000	1.6666667	0.4640371	-1.7964072	-5.7142857	4.2471042
[11.]	-0.9036145	0.6825939	0.0000000	0.0000000	1.1764706	0.0000000	0.3831418	0.0000000	5.2941176	0.0000000	5.7377049	0.0000000	0.6097561	1.8181818	0.7407407
[12.]	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	-1.1627907	-0.9389671	0.3816794	0.0000000	0.0000000	0.0000000	8.5271318	0.4618938	0.6060606	0.0000000	1.8382353
[13.]	0.0000000	0.3389831	0.0000000	1.0000000	0.7843137	-1.4218009	-1.1406844	0.0000000	-2.2346369	0.0000000	-0.7142857	0.0000000	-3.9156627	-0.5952381	-7.2202166
[14.]	-0.6079027	-0.3378378	-0.5681818	0.0000000	-0.7782101	0.9615385	0.0000000	-0.5235602	0.5714286	0.0000000	-4.6762590	-0.4597701	0.0000000	-0.5988024	1.1673152
[15.]	-0.6116208	-0.3389831	-1.1428571	0.0000000	-1.1764706	-0.9523810	0.0000000	0.0000000	1.1363636	0.0000000	-1.1320735	-0.2309469	-7.8369906	-0.6024096	0.0000000
[16.]	0.0000000	0.0000000	-1.1560694	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.7692308	-0.5263158	-1.1235955	0.0000000	-2.6717557	0.0000000	-5.4421769	-1.2121212	2.3076923
[17.]	0.0000000	0.3401361	2.3391813	0.0000000	-1.5873016	0.0000000	-0.7633588	0.0000000	2.2727273	0.0000000	6.2745098	0.0000000	6.1151079	-5.214724	0.7518797
[18.]	-2.7692308	-1.3559322	0.5714286	0.9900990	1.6129032	-0.4807692	0.7692308	0.0000000	0.0000000	-0.9090909	-1.1070111	-0.2314815	4.0677966	6.4935065	-2.6119403
[19.]	-0.6329114	0.0000000	0.0000000	-0.9803922	-0.7936508	0.4830918	-0.3816794	2.1164021	1.6666667	-18.3486239	3.3582090	0.6960557	0.0000000	4.8780488	0.3831418
[20.]	0.6369427	-0.3424658	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.3831418	0.0000000	0.0000000	-18.6046512	-0.7220217	-0.4608295	0.9771987	-1.7441860	0.7633588
[21.]	0.0000000	0.3424658	0.5681818	-0.9900990	-0.4000000	0.0000000	-0.7633588	0.0000000	-0.5464481	0.0000000	-0.7272727	0.2314815	-0.6451613	1.1834320	1.1363636
[22.]	-1.2658228	-0.3436426	-1.6949153	0.0000000	-0.4016064	0.4807692	0.3846154	0.0000000	-1.0989011	-0.9523810	1.0989011	0.6928406	-2.5974026	1.1695906	-1.1235955
[23.]	1.6025641	0.0000000	0.0000000	0.0000000	-0.4032258	0.0000000	-0.3831418	-4.1450777	-1.1111111	0.0000000	-0.3623188	-0.6880734	0.0000000	-1.7341040	-1.8939394
[24.]	-0.3154574	0.0000000	0.0000000	2.0000000	-1.0121457	0.4784689	0.3846154	4.3243243	0.0000000	-1.9230769	7.2727273	0.0000000	-0.6666667	0.0000000	1.5444015
[25.]	-1.8987342	-0.3448276	0.5747126	0.0000000	-0.2044990	-0.4761905	-0.3831418	0.0000000	0.5617978	0.0000000	-2.7118644	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
[26.]	2.2580645	0.3460208	0.0000000	0.0000000	-3.6885246	-0.4784689	0.3846154	0.0000000	0.5586592	0.0000000	-0.4618938	-1.3422819	0.5882353	-1.1406844	0.0000000
[27.]	-1.5772871	0.3448276	0.0000000	0.0000000	3.1914894	0.9615385	0.3831418	0.0000000	0.0000000	-1.9607843	1.7182131	0.0000000	-1.3605442	0.0000000	-0.3846154
[28.]	1.9230769	0.0000000	-0.5714286	0.0000000	0.0000000	-0.4761905	0.3816794	0.0000000	0.0000000	0.0000000	-2.0270270	0.4640371	0.6896552	0.5847953	0.0000000
[29.]	-0.9433962	-0.6872852	0.0000000	1.9607843	-1.0309278	0.0000000	-0.3802281	-4.6632124	0.0000000	0.0000000	0.3448276	0.0000000	-0.3424658	-2.9069767	-1.5444015

Izvor : Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Očekivani prinosi su izračunati prema sljedećoj formuli:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{i=1}^N R_i(t)}{N} \quad (8)$$

Mjera rizika se očituje preko standardne devijacije koja je drugi korijen varijance, a formula za izračun varijance je:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - E(R))^2 \quad (9)$$

Rezultati očekivanih prinosa i standardnih devijacija su potom spojeni funkcijom “cbind” te su prikazani u slici 9 za sve dionice.

Slika 9 Očekivani prinosi i standardne devijacije svih dionica

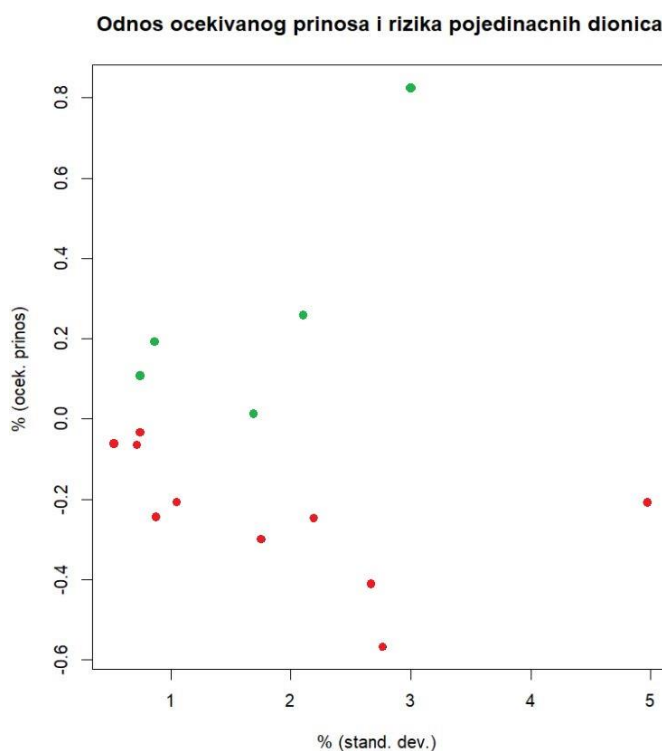
	adpl	adrs	arnt	atgr	atpl	ernt	ht	jdp1	koei
ocek. vr.	-0.2067138	-0.03291979	-0.2444623	0.1946062	-0.3002618	-0.06287506	0.1096356	-0.2467933	0.01362007
st. dev.	1.0500139	0.74681617	0.8735435	0.8607430	1.7521335	0.71651225	0.7431740	2.1852903	1.68588226
	ktjv	podr	rivp	span	vlen	zaba			
ocek. vr.	-0.2069435	0.8266813	-0.06178267	-0.567615	-0.4094569	0.2599116			
st. dev.	4.9671761	2.9979292	0.52348241	2.764421	2.6702144	2.1039587			

Izvor : Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Na slici 9 se vidi da je očekivani prinos, označen kao prvi redak pod kraticom “ocek. vr.,” čak 10 dionica negativan. Negativan očekivani prinos tih dionica je rezultat povijesnih podataka proteklih 30 dana trgovanja što bi u značilo da njihova cijena nije rasla nego padala u promatranom razdoblju. Najveći pad su ostvarile dionice SPAN - 56,76%, VLEN - 40,95% i ATPL - 30,03%. Rizik je prikazan u obliku standardne devijacije kao drugi redak pod

kraticom “st. dev.” i dionice s najvećom standardnom devijacijom bi trebale biti najriscantnije, a to su redom poredane padajuće: KTJV s vrijednosti 4,97, PODR s vrijednosti 2,99 i SPAN s vrijednosti 2,76. Zbog preglednosti će 5 dionica s pozitivnim vrijednostima biti odvojeno prikazane jer će fokus biti samo na njima, a ne na svih 15 dionica sastavnica.

Slika 10 Odnos očekivanog prinosa i rizika pojedinačnih dionica



Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Na slici 10 se nalazi grafički prikaz odnosa očekivanog prinosa i rizika 15 dionica čije se numeričke vrijednosti nalaze na slici 9. Crvene točke predstavljaju 10 dionica koje su ostvarile negativne vrijednosti očekivanog prinosa dok je preostalih 5 dionica s pozitivnim očekivanim prinosom prikazano zelenim točkama.

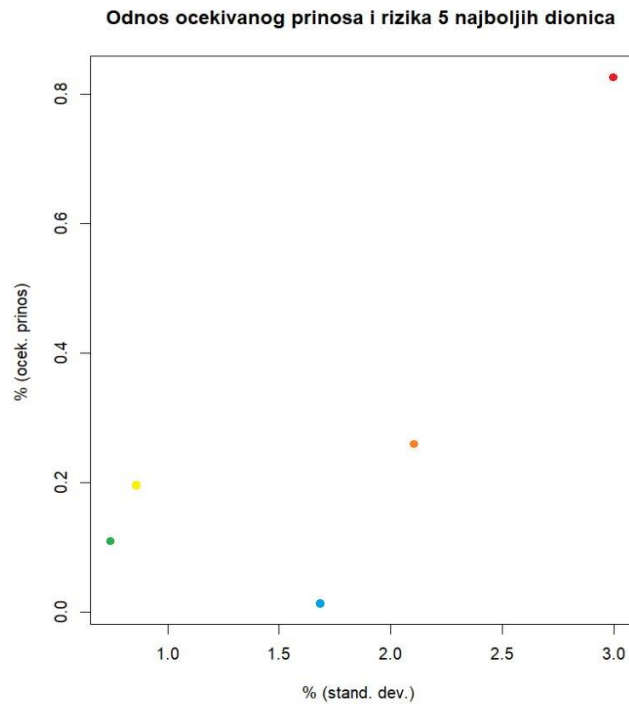
Slike 11 i 12 su numerički i grafički prikazi odnosa očekivanog prinosa i rizika 5 dionica koje su ostvarile pozitivne stope prinosa.

Slika 11 Numerički prikaz odnosa očekivanog prinosa i rizika 5 dionica

	atgr	ht	koei	podr	zaba
oček. vr.	0.1946062	0.1096356	0.01362007	0.8266813	0.2599116
st. dev.	0.8607430	0.7431740	1.68588226	2.9979292	2.1039587

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Slika 12 Grafički prikaz odnosa očekivanog prinosa i rizika 5 dionica



Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Crvena točka na slici označava dionicu Podravke (podr) koja ima najveći očekivani prinos koji iznosi 82,67%, ali je uz to i najriscantnija jer ima i najveću standardnu devijaciju od 2,99. Dionica s drugim najvećim očekivanim prinosom od 25,99% i standardnom devijacijom od 2,10 je Zagrebačka banka (zaba) te je ona označena narančasto. Po prinosu na treće mjesto dolazi dionica Atlantic grupe (atgr) s vrijednosti 19,46% i devijacijom od 0,86 obojena u žutu boju, a četvrti je HT (ht) s prinosom 10,96% i standardnom devijacijom 0,74 koji je na grafu zelene boje. Plavo je označena dionica Končara (koei) čiji očekivani prinos iznosi skromnih 1,36% što je uvjerljivo najmanja vrijednost od 5 odabranih dionica, dok je standardna devijacija 1,69 čime je treća najriscantnija u odabranoj skupini te se može pretpostaviti da će ona portfelji u kojima bude uključena ostvarivati niže prinose od ostalih, a pritom biti riskantniji.

#### 4.4 Kreiranje potencijalnih portfelja iz odabranih dionica

Broj mogućih portfelja s različitim kombinacijama investicija grupiranih u portfelje je moguće izračunati preko formule koja se koristi za izračunavanje broja mogućih

kombinacija ili odabira  $k$  elemenata iz skupa od  $n$  elemenata, pri čemu redoslijed nije bitan, važno je da se nijedna kombinacija ne ponavlja:

$$C(n, k) = \frac{n!}{(k! * (n - k)!)} \quad (10)$$

pri čemu je  $n$  -ukupan broj elemenata,  $k$  - broj elemenata koje se želi odabrati. Pojednostavljeno, ukupan broj mogućih kombinacija izračunava se kao faktorijel broja  $n$  podijeljen s faktorijelom broja  $k$  pomnoženih s faktorijelom razlike između  $n$  i  $k$ . (Knuth, 1997.).

U slučaju 5 dionica koje se trebaju grupirati u portfelje po 3 dionice, uvrštavanjem u formulu 10 se dobije 10 mogućih kombinacija. Potencijalni portfelji će biti indeksirani zbog pojednostavljivanja analize po sljedećim kraticama:

*Tablica 2 Indeksiranje portfelja*

P1	atgr ht koei
P2	podr zaba ht
P3	podr zaba koei
P4	podr zaba atgr
P5	podr ht koei
P6	podr atgr ht
P7	podr atgr koei
P8	zaba atgr ht
P9	zaba atgr koei
P10	zaba ht koei

*Izvor: Izrada autora*

U svakom portfelju postoji beskonačan broj kombinacija udjela pojedinih dionica, no u ovom radu će se ograničiti na 11 kombinacija koje su prikazane na slici 13



Slika 13 Omjeri s naglaskom na prvu dionicu

	w1	w2	w3
[1,]	0.0	0.50	0.50
[2,]	0.1	0.45	0.45
[3,]	0.2	0.40	0.40
[4,]	0.3	0.35	0.35
[5,]	0.4	0.30	0.30
[6,]	0.5	0.25	0.25
[7,]	0.6	0.20	0.20
[8,]	0.7	0.15	0.15
[9,]	0.8	0.10	0.10
[10,]	0.9	0.05	0.05
[11,]	1.0	0.00	0.00

Izvor: Izrada autora

Kombinacija udjela prvog retka slike 13 je zapravo portfelj od dvije dionice, u ovom slučaju druge i treće iz portfelja. U programu je zadano da se svaki put udio prve dionice poveća za 10 postotnih bodova, dok se udio druge i treće dionice smanjuje za 5postotnih bodova. Posljednji redak udjela predstavlja samo ulaganje u jednu dionicu, a ne u portfelj od 3 dionice budući da je udio dviju dionica jednak 0. Slika 13 će poslužiti kao svojevrsna legenda kod određivanja točke minimalne varijance jer će se pomoću nje vidjeti koja kombinacija udjela ima najviši očekivani prinos pri najnižoj razini rizika. Navedeno će se ponoviti 2 puta da se pregledaju i ostale kombinacije koje mogu dati veći udio ostalim dionicama što znači da će svaki potfelj imati 33 točke iz kojih će biti izdvojene po 3 točke minimalne varijance iz 3 odvojena grafikona. Ukupno će biti 30 točaka minimalne varijance s pripadajućim očekivanim vrijednostima i standardnim devijacijama. Analiza u kojoj se preferira druga dionica je prikazana na slici 14, a situacija u kojoj se preferira ulaganje u treću dionicu je prikazana na slici 15.

Slika 14 Omjeri s naglaskom na drugu dionicu

	w1	w2	w3
[1,]	0.50	0.0	0.50
[2,]	0.45	0.1	0.45
[3,]	0.40	0.2	0.40
[4,]	0.35	0.3	0.35
[5,]	0.30	0.4	0.30
[6,]	0.25	0.5	0.25
[7,]	0.20	0.6	0.20
[8,]	0.15	0.7	0.15
[9,]	0.10	0.8	0.10
[10,]	0.05	0.9	0.05
[11,]	0.00	1.0	0.00

Izvor: Izrada autora

Na slici 14 prvi redak označava portfelj sastavljen od prve i treće dionice u jednakom omjeru, dok se posljedni redak odnosi na portfelj kojeg čini samo druga dionica te će imati iste očekivane prinose i standardne devijacije kao i ta dionica.

*Slika 15 Omjeri s naglaskom na treću dionicu*

	w1	w2	w3
[1, ]	0.50	0.50	0.0
[2, ]	0.45	0.45	0.1
[3, ]	0.40	0.40	0.2
[4, ]	0.35	0.35	0.3
[5, ]	0.30	0.30	0.4
[6, ]	0.25	0.25	0.5
[7, ]	0.20	0.20	0.6
[8, ]	0.15	0.15	0.7
[9, ]	0.10	0.10	0.8
[10, ]	0.05	0.05	0.9
[11, ]	0.00	0.00	1.0

*Izvor: Izrada autora*

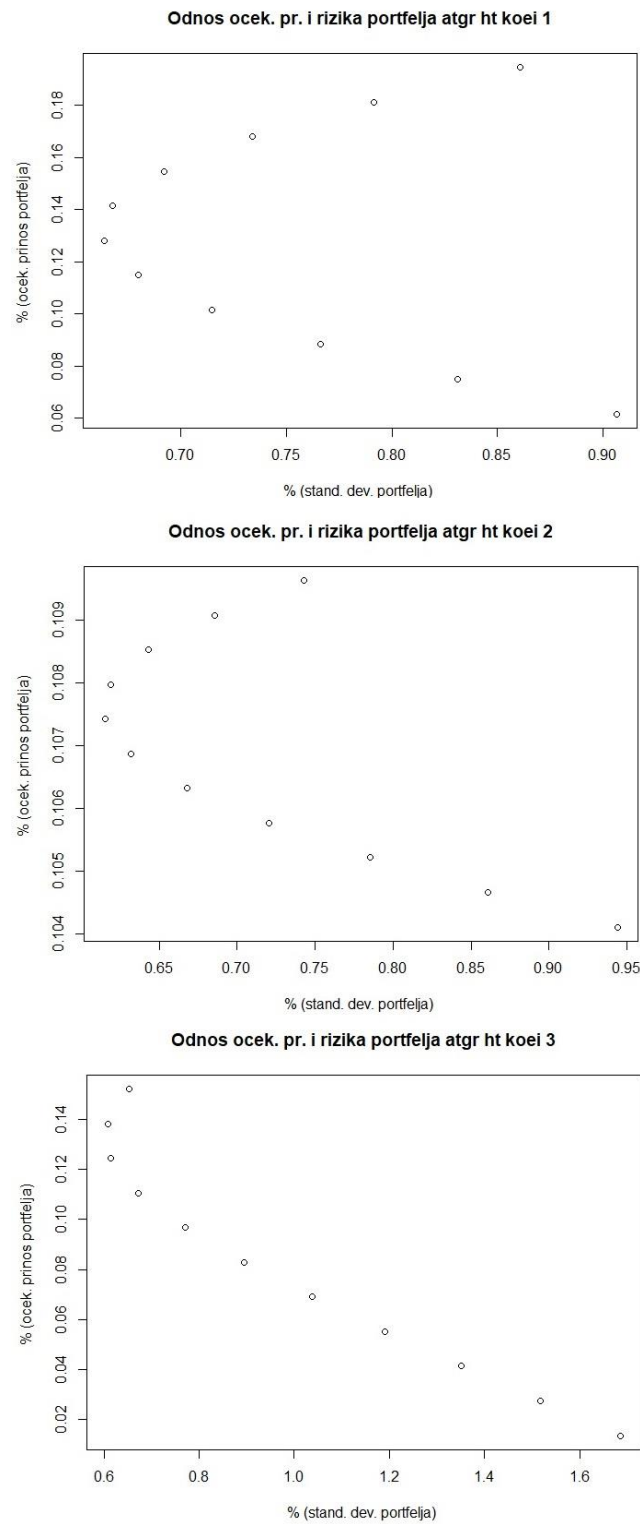
Prvi redak slike 15 odnosi se na portfelj sastavljen 50% od prve dionice i 50% druge dionice, a jedanaesti redak predstavlja portfelj u kojem je samo treća dionica.

## **4.5. Analiza i odabir optimalnog portfelja po kriteriju očekivanog prinosa i rizika portfelja**

Portfelji indeksirani po ključu iz tablice 2 će se analizirati u od poglavlja 4.5.1. do 4.5.10. tako da će se za svaki portfelj prikazati 3 efikasne granice ovisni o načinu kombiniranja udjela pojedinih dionica koje ga sastavljaju. Za svaku kombinaciju će, uz grafički prikaz odnosa očekivanih prinosa i rizika, biti prikazane i numeričke vrijednosti točaka minimalne varijance.

### 4.5.1. P1 – portfelj sestavljen od dionica ATGR, HT, KOEI

Slika 16 Efikasne granice različnih kombinacija portfelja 1



Izvor: Izrada autora

Slika 16 prikazuje portfelj sastavljen od dionica Atlantic Grupe, HT-a i Končara koji su provedeni kroz „for“ petlju s različitim promjenama omjera na način da je u prvom grafu najveća važnost pridana dionici ATGR kao što je prikazano na slici 13, na srednjem grafu se najviše mijenjaju razine dionice HT kao na slici 14 i na posljednjem grafu se omjeri dionice KOEI mijenjaju za 10 postotnih bodova kao na slici 15.

Udjeli pojedinih dionica u svim ostalim portfeljima će se mijenjati na isti način koji je prikazan na slici 16 za prvi portfelj. Zbog preglednosti su iznad grafova koji slijede napisani brojevi od 1 do 3 koji prikazuju udio koje dionice iz portfelja se mijenja za 10 postotnih bodova dok se ostali udio preostale dvije dionice mijenja za postotnih bodova .

Slika 17 prikazuje vrijednosti očekivanog prinosa i standardnih devijacija točaka minimalne varijance s grafova na slici 16. Bez obzira radilo se o konzervativnijem ili agresivnijem tipu investitora, optimalni portfelj će se nalaziti na efikasnoj granici koja počinje u točki minimalne varijance tako da će njen izračun biti u fokusu. Prvi stupac pokazuje da se točka minimalne varijance nalazi u kombinaciji udjela od 50% za ATGR i po 25% za HT i KOEI. Drugi stupac s kombinacijama 40% ATGR, 20% HT i 40% KOEI se može isključiti iz odabira jer ima najniži očekivani prinos, no nema najnižu razinu rizika prikazanu standardnom devijacijom. Svaki racionalni investitor bi u prvom portfelju trebao odabrati kombinaciju sastavljenu od 45% ATGR, 45% HT i 10% KOEI jer u točki minimalne varijance je najviši očekivani prinos koji iznosi 13,83% za najnižu razinu standardne devijacije od 0,6074. Na kraju će se ovaj odabrani portfelj usporediti s ostalim portfeljima.

*Slika 17 Točke minimalne varijance portfelja 1*

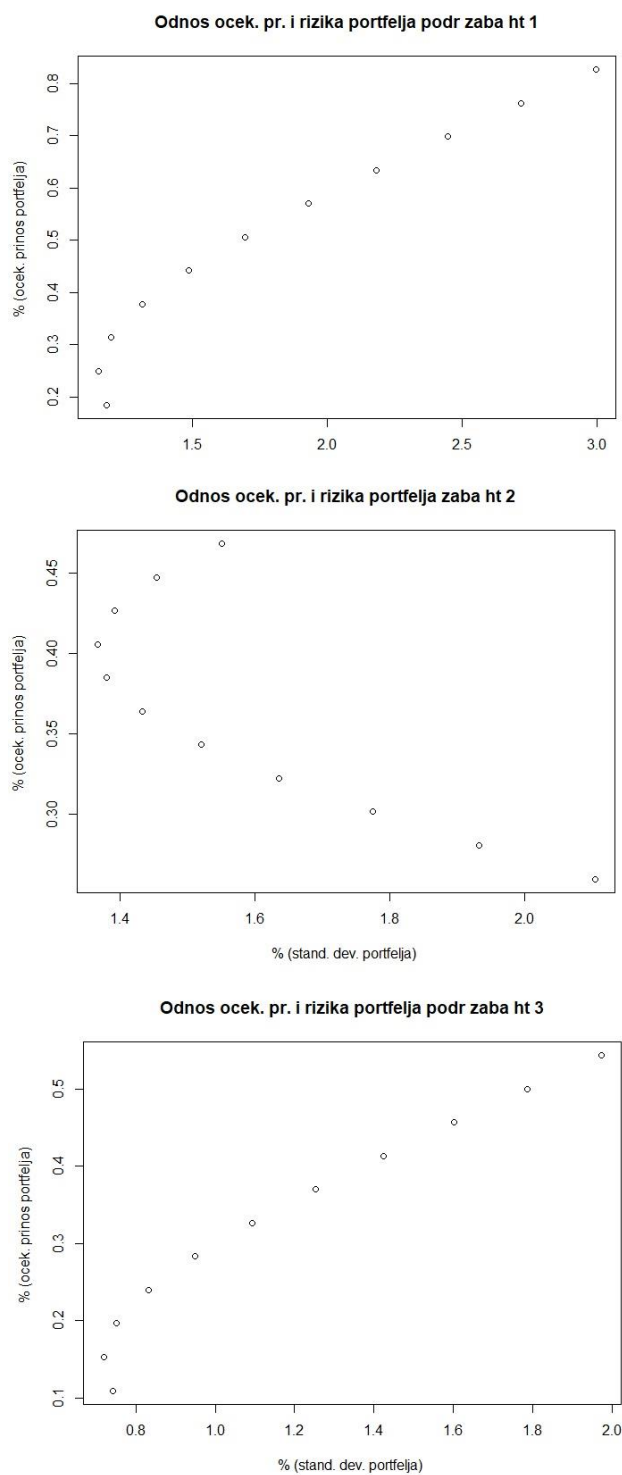
	0.5/0.25/0.25	0.40/0.2/0.40	0.45/0.45/0.1
oček. vr.	0.1281170	0.1074266	0.1382708
st. dev.	0.6636107	0.6151187	0.6073836

*Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze*

#### **4.5.2. P2 – portfelj sastavljen od dionica PODR. ZABA, HT**

Na slici 18 je vidljivo da su na prvom i trećem grafikonu gotovo sve točke na efikasnoj granici, točnije njih 10 od 11. Na prvom grafikonu je ispod granice portfelj s ujelima 50% ZABA i 50% HT, dok je na zadnjem grafu ispod efikasne granice samo kombinacija koja ima jednake prinose i rizik kao HT jer se sastoji stopostotno od njegovih dionica.

Slika 18 Efikasne granice različnih kombinacija portfelja 2



Izvor: Izrada autora

Kombinacija dionica portfelja sastavljenog od 35% dionica PODR i HT, a 30% dionica ZABA je optimalna za agresivnog investitora jer u točki minimalne varijance je očekivani

prinos najviši među ostalim kombinacijama portfelja 2 i iznosi 40,57%, ali je to popraćeno najvišom razinom rizika od 1,3656. Konzervativni investitor bi u portfelju 2 izabrao točku minimalne varijance trećeg grafa u kojoj je najnža razina standardne devijacije od 0,7186, gotovo 50% niže nego u odabiru agresivnog investitora, ali je očekivani prinos samo 15,30%.

*Slika 19 Točke minimalne varijance portfelja 2*

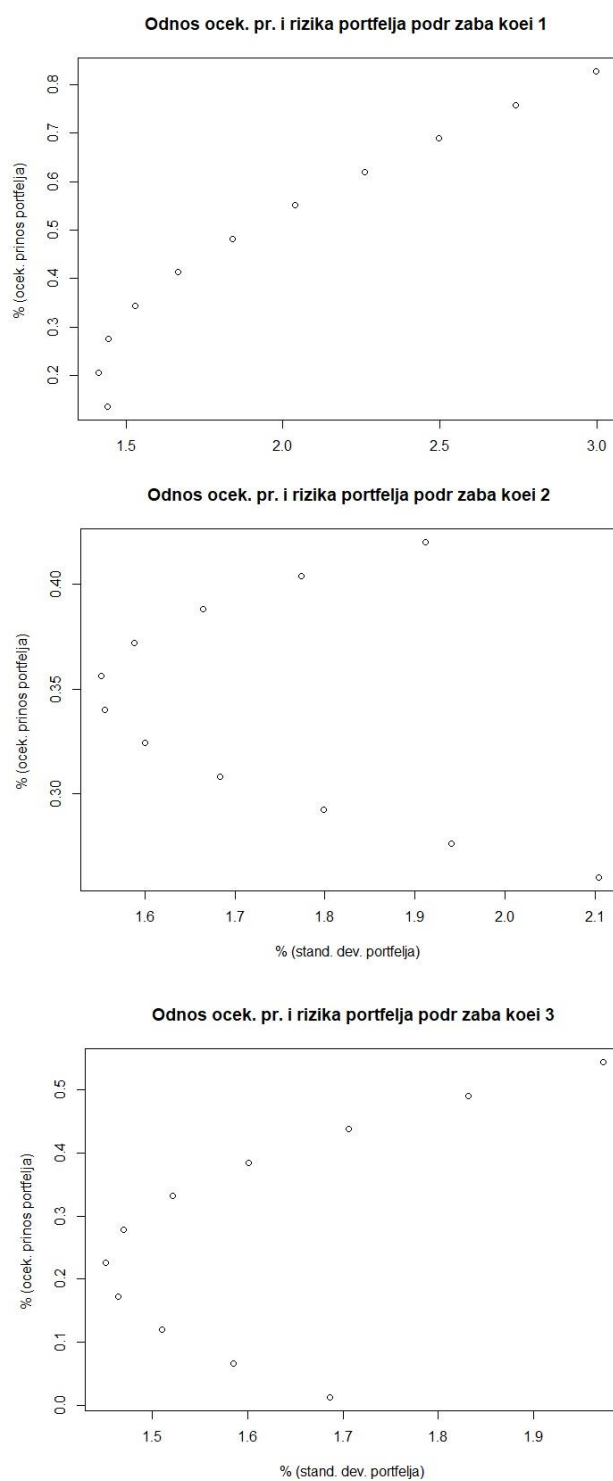
	0.1/0.45/0.45	0.35/0.3/0.35	0.05/0.05/0.9
ocek. vr.	0.2489644	0.4056844	0.1530017
st. dev.	1.1486421	1.3655845	0.7185649

*Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze*

### 4.5.3. P3 – portfelj sastavljen od dionica PODR, ZABA, KOEI

Prvi graf sa slike 20 izgleda dosta slično kao prvi graf sa slike 18 na kojima se samo jedna vrijednost ne nalazi na efikasnoj granici i u oba slučaja je to portfelj iz kojeg je isključena dionica PODR. Navedeno se može objasniti ako se ponovno pogleda Slika 12 jer upravo dionica PODR odskaka od ostalih s puno većim očekivanim prinosom i većom standardnom devijacijom. Investitor s višom averzijom prema riziku bi sukladno subjektivno procijenjenim razinama rizika koju su voljni prihvatiti jer nije velika razlika između vrijednosti. Točka minimalne varijance na prvom grafu sa slike 20 ima očekivanu vrijednost od 20,57% za razinu rizika 1,4115 dok na trećem grafu ima 22,55% uz standardnu devijaciju od 1,4503. kao što je vidljivo na slici 21 gdje je prva kombinacija udjela 10% u PODR, a 45% u ZABA i KOEI, dok je u trećem najveći udio KOEI s razinom 60%, a PODR i ZABA po 20%. Optimalna kombinacija za investitora s nižom razinom rizika je s udjelom 40% u dionice ZABA i 30% u dionice PODR i KOEI jer je očekivani prinos 35,61% a standardna devijacija je 1,5510. Racionalni investitor bi također razmislio o drugoj kombinaciji jer apsolutno potencijalni prinos raste više od rizika s obzirom na prvu i treću kombinaciju.

Slika 20 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 3



Izvor: Izrada autora

Slika 21 Točke minimalne varijance portfelja 3

	0.1/0.45/0.45	0.30/0.4/0.30	0.20/0.20/0.6
ocek. vr.	0.2057574	0.356055	0.2254906
st. dev.	1.4115418	1.551031	1.4503260

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

#### 4.5.4. P4 – portfelj sastavljen od dionica PODR, ZABA, ATGR

Na prvom grafu sa slike 23 sve su točke na efikasnoj granici tako bi bilo koja kombinacija bila dobra, no vrijednosti sa slike 22 upućuju da racionalni investitor ne bi izabrao tu kombinaciju jer u točki minimalne varijance nije najniži rizik, ali je najniži očekivani prinos što nije idealno. Agresivniji investitor bi izabrao kombinaciju udjela s 40% ZABA, 30% PODR i ATGR s drugog grafa jer je očekivani prinos 41,03% pri razini rizika od 1,3411, a konzervativniji bi se zadovoljio skromijim prinosom od 26,43% pri standardnoj devijaciji od 0,7837 koja se dobije kombinacijom udjela s 80% u dionicu ATGR i po 10% u dionice PODR i ZABA s trećeg grafa na slici 23.

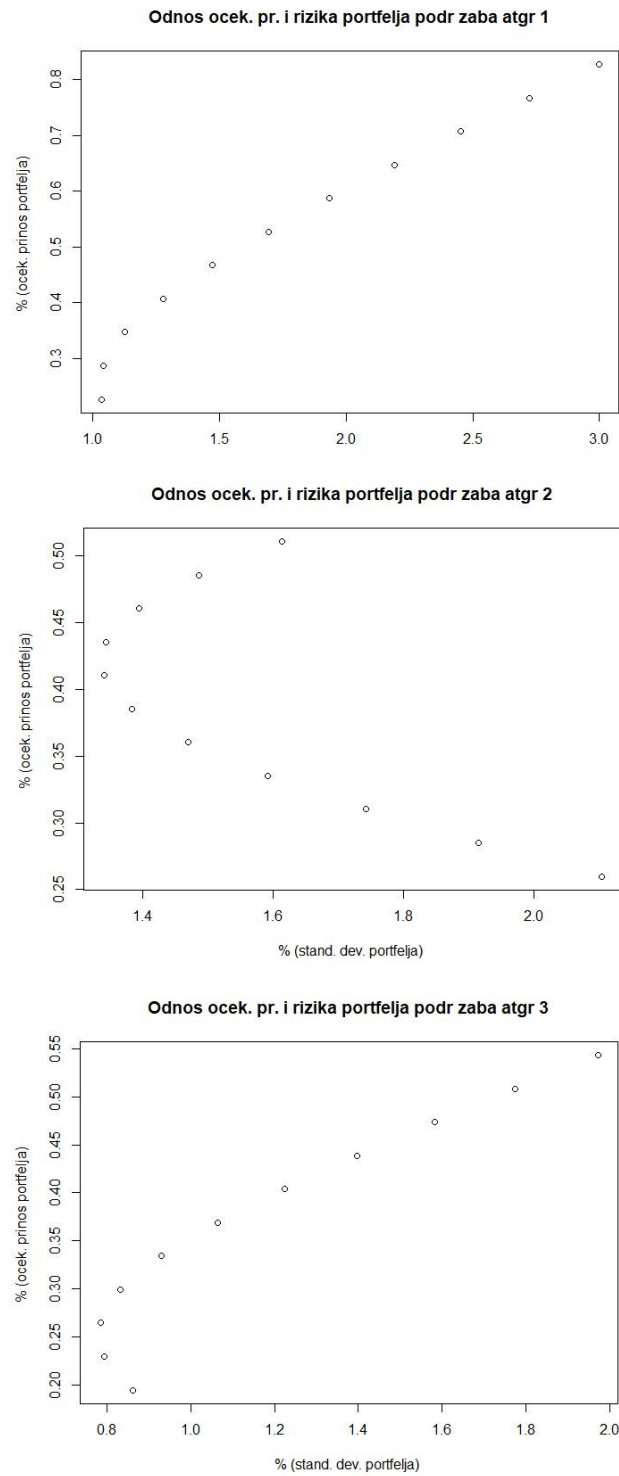
Slika 22 Točke minimalne varijance portfelja 4

	0.0/0.50/0.50	0.30/0.4/0.30	0.10/0.10/0.8
ocek. vr.	0.2272589	0.4103509	0.2643442
st. dev.	1.0346243	1.3410737	0.7837243

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze



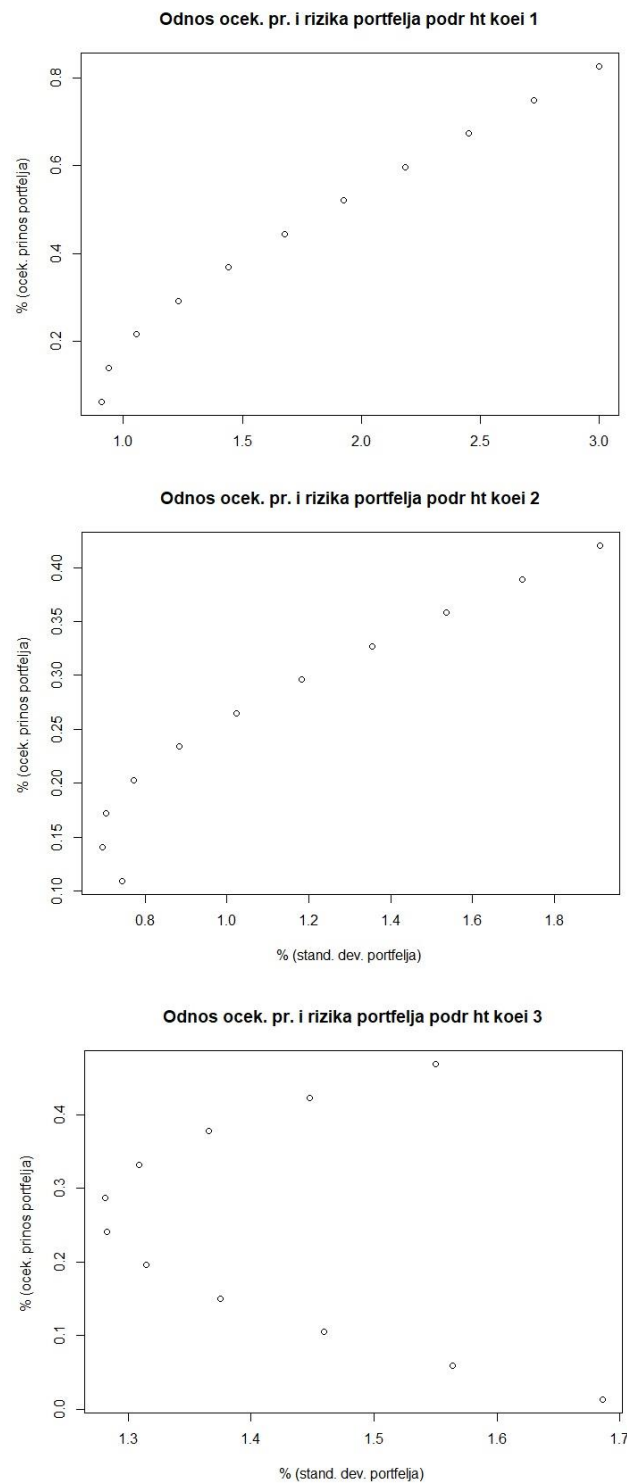
Slika 23 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 4



Izvor: Izrada autora

#### 4.5.5. P5 – portfelj sastavljen od dionica PODR, HT, KOEI

Slika 24 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 5



Izvor: Izrada autora

Prvi graf sa slike 24 također ima sve kombinacije portfelja na efikasnoj granici te točka minimalne varijance isključuje dionicu Podravke i ima najniže prinose od ostalih kombinacija sa efikasnih granica na slici 24.

Na drugom grafu sa slike 24 se nalazi optimalna kombinacija za konzervativnog investitora s udjelom od 90% u HT i po 5% u PODR i KOEI čiji je očekivani prinos 14,07% uz standardnu devijaciju 0,6947 koja je vidljiva na slici 25. Agresivniji investitor bi odabrao kombinaciju s po 30% u PODR i HT, a 40% u KOEI jer očekivani prinos iznosi 28,63% uz razinu rizika 1,2808.

Slika 25 Točke minimalne varijance portfelja 5

	0.0/0.50/0.50	0.05/0.9/0.05	0.30/0.30/0.4
ocek.vr.	0.06162784	0.1406871	0.2863431
st.dev.	0.90635847	0.6943699	1.2808309

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

#### 4.5.6. P6 – portfelj sastavljen od dionica PODR, ATGR, HT

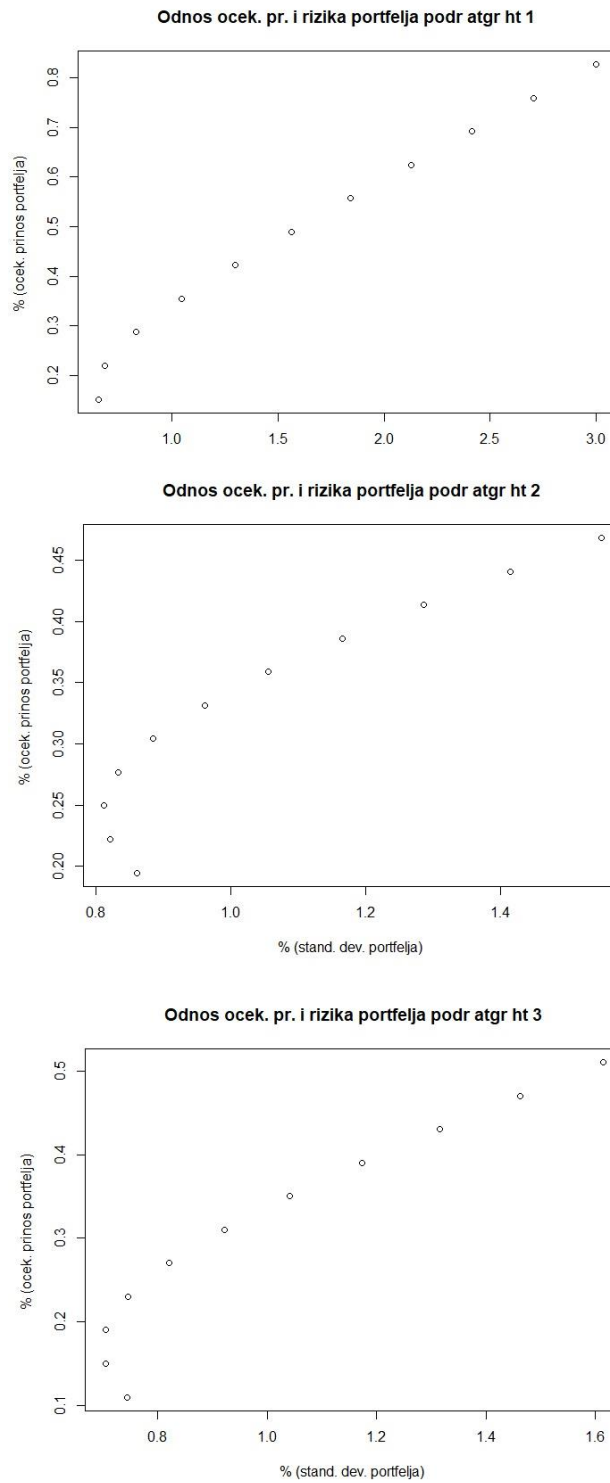
Na slici 27 ponovno se događa da su sve kombinacije različitih udjela na efikasnoj granici, ali je razlika što je u ovom slučaju to preferirani portfelj konzervativnog investitora koji bi sastavljanjem portfelja s udjelom 50% u ATGR i 50% u HT ostvario veći očekivani prinos za manju razinu rizika nego sastavljanjem portfelja u omjeru 90% u HT i po 5% u PODR i ATGR pri čemu su oba portfelja birana u točki minimalne varijance. Agresivni investitor bi prema drugom grafu sastavio portfelj s 80% udjela ATGR i po 10% PODR i HT čime je očekivani prinos jednak 24,93% pri standardnoj varijanci 0,8116.

Slika 26 Točke minimalne varijance portfelja 6

	0.0/0.50/0.50	0.10/0.8/0.10	0.05/0.05/0.9
ocek.vr.	0.1521209	0.2493166	0.1497364
st.dev.	0.6537574	0.8116519	0.7037671

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Slika 27 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 6



Izvor: Izrada autora

#### 4.5.7. P7 – portfelj sastavljen od dionica PODR, ATGR, KOEI

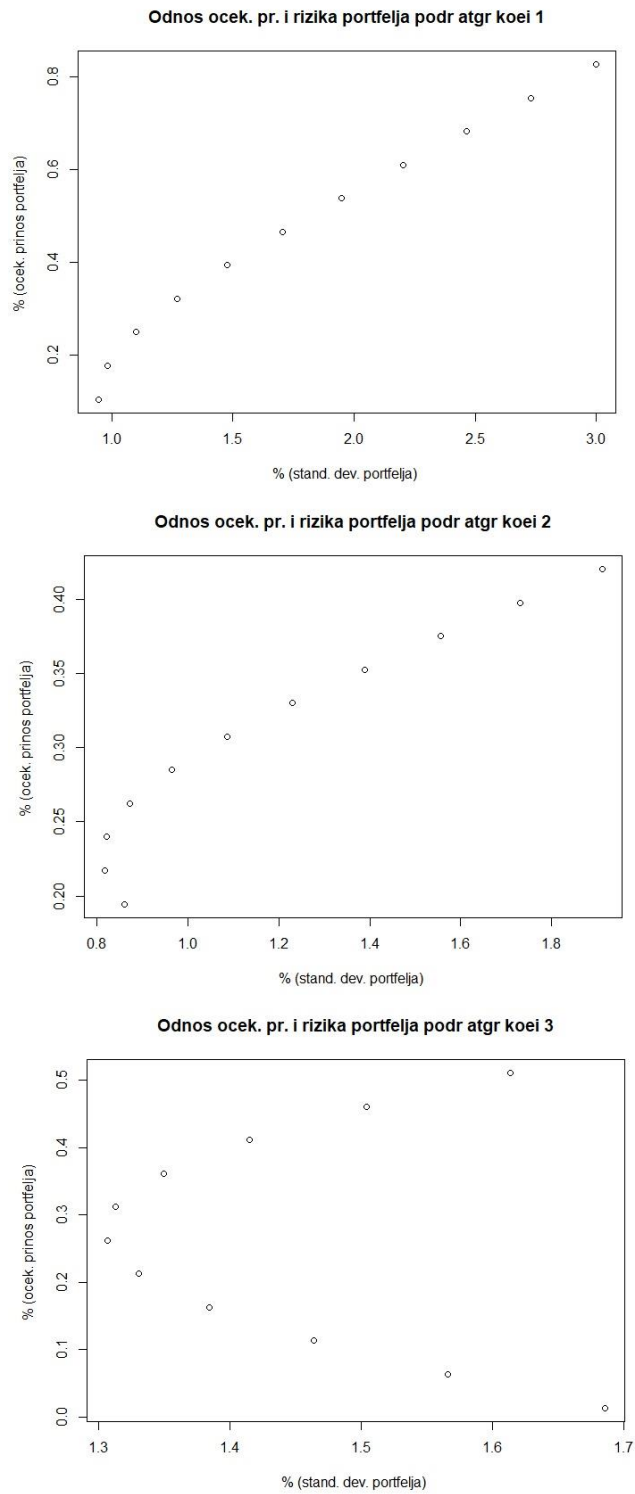
Prema prvom grafikonu na slici 29 još jednom se pojavljuje situacija u kojoj se sve kombinacije omjera nalaze na efikasnoj granici i još jednom prema slici 28 niti jedan racionalni investitor ne bi trebao izabrati kombinaciju iz točke minimalne varijance jer je očekivani prinos za više od 50% niži nego u ostalim kombinacijama, a razina rizika je veća nego u drugoj kombinaciji. Investitor s višom averzijom prema riziku bi sastavio portfelj prema drugom grafikonu u omjeru 5% u PODR i KOEI, a 90% u ATGR čime bi prema slici 28 očekivani prinos bio 21,72% za razinu rizika 0,8166. Kombinacija udjela od 50% u dionice KOEI i ostatak jednako podjeljen na PODR i ATGR bi bio optimalan za investitora kojem rizik ne predstavlja veliki problem jer bi za standardnu devijaciju od 1,3066 imao očekivani prinos od 26,21%.

*Slika 28 Točke minimalne varijance portfelja 7*

	0.0/0.50/0.50	0.05/0.9/0.05	0.25/0.25/0.5
ocek. vr.	0.1041131	0.2171606	0.2621319
st. dev.	0.9440568	0.8166292	1.3066395

*Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze*

Slika 29 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 7



Izvor: Izrada autora

#### 4.5.8. P8 – portfelj sastavljen od dionica ZABA, ATGR, KOEI

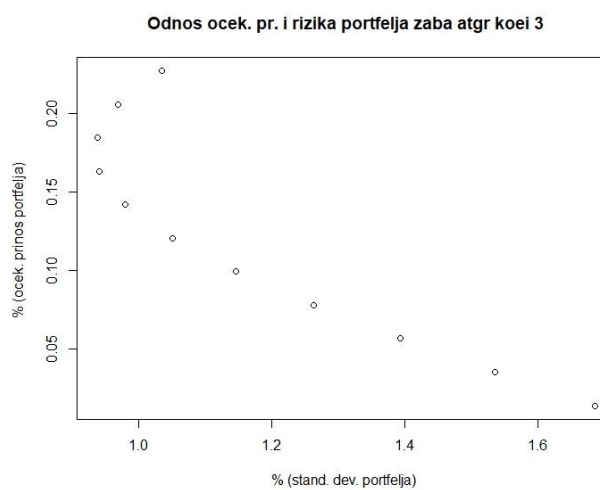
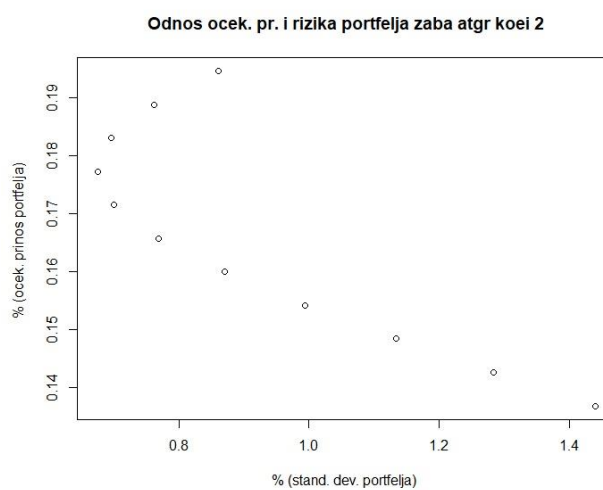
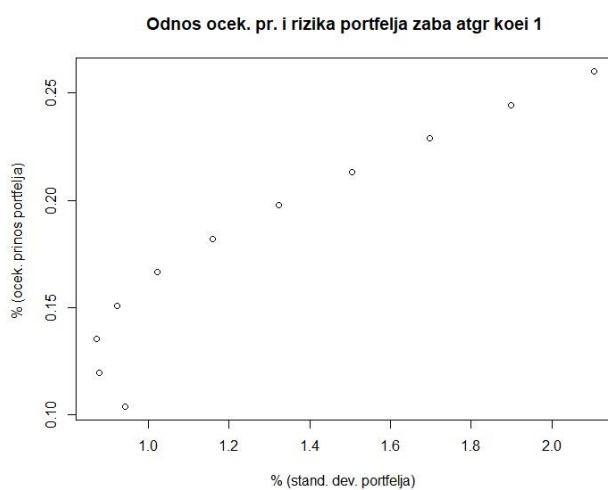
Racionalni investitor bi izabrao drugu kombinaciju sa slike 30 s udjelima u ATGR od 70% i 15% u ZABA i KOEI jer je uvjerljivo najniži rizik sa standardnom devijacijom 0,6744 dok je u ostalim slučajevima 0,8711 i niži prinos te 0,9379 uz neznatno viši očekivani prinos od 18,45% dok je u drugoj kombinaciji on 17,72%. Pitanje je je li vrijedno preuzeti toliko viši rizik od gotovo 50% da se potencijalno ostvari viši prinos od samo 0,7 postotnih bodova.

*Slika 30 Točke minimalne varijance portfelja 8*

	0.1/0.45/0.45	0.15/0.7/0.15	0.40/0.40/0.2
ocek.vr.	0.1352728	0.1772541	0.1845311
st.dev.	0.8711549	0.6744077	0.9378880

*Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze*

Slika 31 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 8



Izvor: Izrada autora



#### 4.5.9. P9 – portfelj sastavljen od dionica ZABA, ATGR, HT

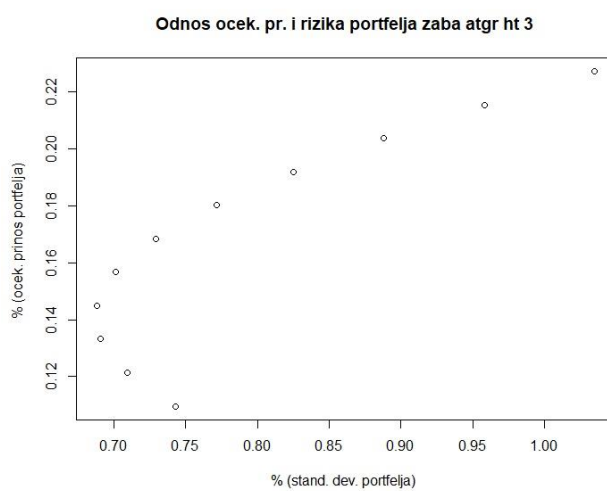
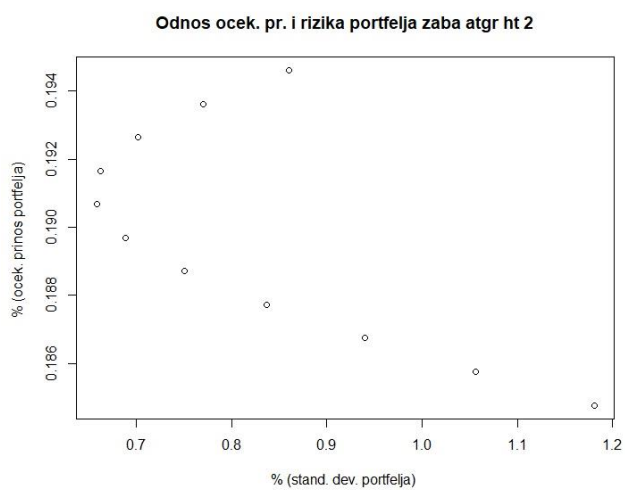
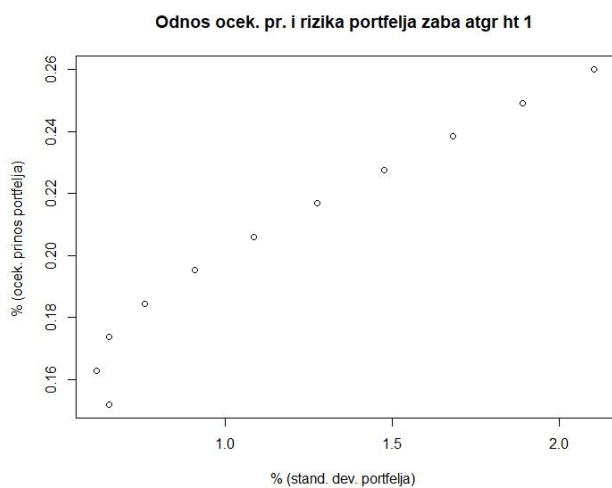
Slika 32 Točke minimalne varijance portfelja 9

	0.1/0.45/0.45	0.20/0.6/0.20	0.15/0.15/0.7
ocek. vr.	0.1629000	0.1906731	0.1449226
st. dev.	0.6144149	0.6583847	0.6880919

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Sa slike 33 se može isključiti kombinacija na posljednjem grafu jer ima najniži očekivani prinos u točki minimalne varijance i uz to je najriscantnija. Na slici 32 prva kombinacija s udjelima 10% u ZABA, 45% u ATGR i HT bi trebala uzeti pažnju konzervativnih investitora jer ima najnižu standardnu devijaciju od 0,6144 koja u drugoj kombinaciji s udjelima ZABA i HT od 20% i ATGR 60% iznosi 0,6583 što je povećanje rizika za 7% . Očekivani prinos prve kombinacije je 16,29% a druge 19,07% čime je veća vrijednost porasta prinosa nego rizika te bi racionalni investitor obratio pažnju upravo na drugu kombinaciju.

Slika 33 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 9



Izvor: Izrada autora

#### 4.5.10. P10 – portfelj sastavljen od dionica ZABA, HT, KOEI

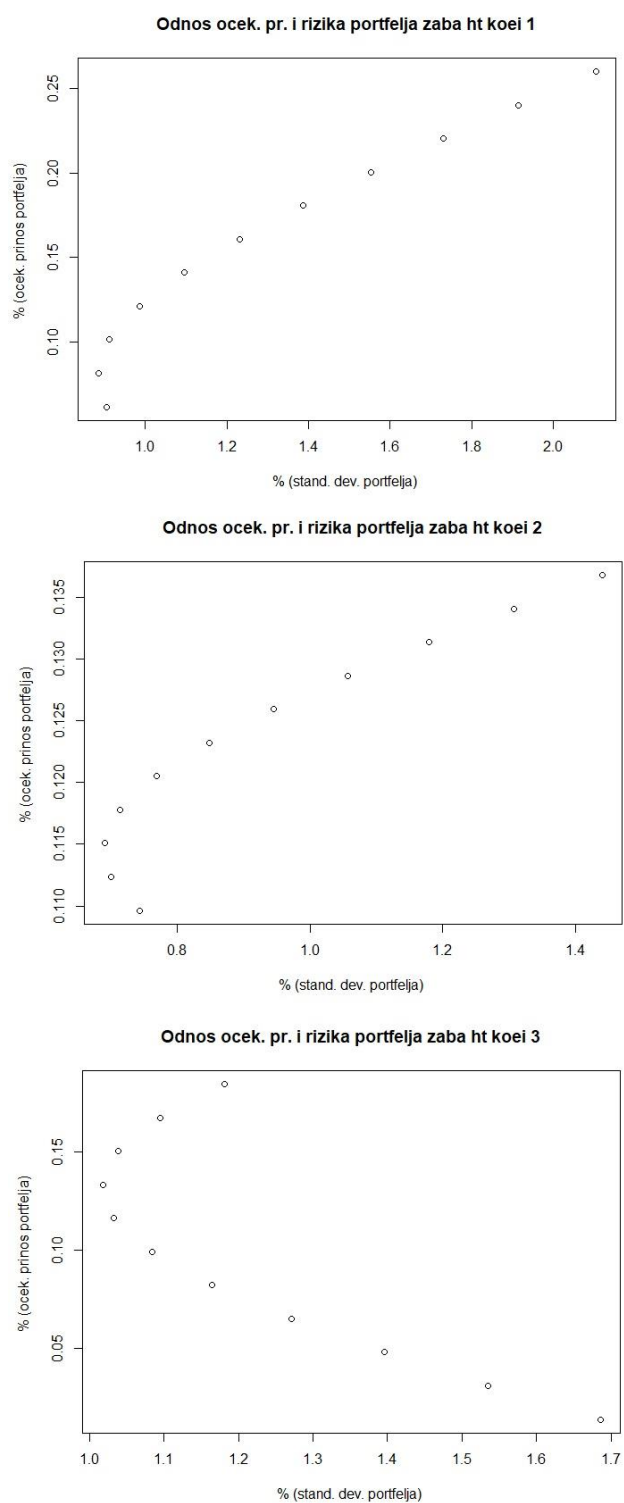
Prema slici 34 agresivnog investitora bi najviše zanimalo posljednji grafikon jer je očekivani prinos najviši i iznosi 13,34% na razini rizika 1,0764 s udjelima u ZABA i HT 35% i KOEI 30%. Konzervativni investitor bi izabrao drugu kombinaciju s udjelom HT od 80% i po 10% ZABA i KOEI jer je razina rizika najniža te iznosi 0,6896 a očekivani prinos je 11,51%. Gledajući samo točku minimalne varijance, agresivni investitor bi isto mogao razmotriti drugu kombinaciju jer je dosta sigurnija, a prinos nije puno niži.

Slika 34 Točke minimalne varijance portfelja 10

	0.1/0.45/0.45	0.10/0.8/0.10	0.35/0.35/0.3
ocek. vr.	0.08145621	0.1150617	0.1334275
st. dev.	0.88480072	0.6896364	1.0176388

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Slika 35 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 10



Izvor: Izrada autora

#### 4.5.11. Sažetak analize i odabir optimalnog portfelja

Svih 30 točaka minimalne varijance koje su izračunate od poglavlja 4.5.1. do 4.5.10. će biti prikazani na slici 36 te će im biti dodane vrijednosti CROBEX indeksa u posljednji stupac.

Slika 36 Minimalne varijance svih portfelja i CROBEX

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8
ocek.vr.	0.1281170	0.2489644	0.2057574	0.2272589	0.06162784	0.1521209	0.1041131	0.1352728
st.dev.	0.6636107	1.1486421	1.4115418	1.0346243	0.90635847	0.6537574	0.9440568	0.8711549
	p9	p10	pp1	pp2	pp3	pp4	pp5	pp6
ocek.vr.	0.1629000	0.08145621	0.1074266	0.4056844	0.356055	0.4103509	0.1406871	0.2493166
st.dev.	0.6144149	0.88480072	0.6151187	1.3655845	1.551031	1.3410737	0.6943699	0.8116519
	pp7	pp8	pp9	pp10	ppp1	ppp2	ppp3	ppp4
ocek.vr.	0.2171606	0.1772541	0.1906731	0.1150617	0.1382708	0.1530017	0.2254906	0.2643442
st.dev.	0.8166292	0.6744077	0.6583847	0.6896364	0.6073836	0.7185649	1.4503260	0.7837243
	ppp5	ppp6	ppp7	ppp8	ppp9	ppp10	crobex	
ocek.vr.	0.2863431	0.1497364	0.2621319	0.1845311	0.1449226	0.1334275	0.06286426	
st.dev.	1.2808309	0.7037671	1.3066395	0.9378880	0.6880919	1.0176388	0.67163703	

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Naslovi stupaca na slici 36 su rađeni po ključu da su prvi grafovi sa slika ekvivalentni jednom slovu „p“, drugi grafovi su ekvivalentni „pp“, a treći i posljednji grafovi odgovaraju „ppp“. Također, slika 13 je korištena kao legenda za „p“, slika 14 za „pp“ i slika 15 za udijeje „ppp“, dok brojevi odgovaraju za koju kombinaciju portfelja su napisane vrijednosti minimalne varijance. U usporedbi svih točaka minimalne varijance vidljivo je da 6 kombinacija ima nižu standardnu devijaciju od CROBEX-a to jest trebale bi biti manje rizične i uz to sve imaju veći očekivani prinos. Jedini portfelj koji ostvaruje niži prinos je P5 čija se točka minimalne varijance nalazi na udjelu od 0% PODR i 50% HT i 50% KOEI čiji je očekivani prinos jednak 6,16% dok je CROBEX-a 6,29% Ukoliko se taj portfelj izuzme iz razmatranja, s ostalih 29 kombinacija se može ostvariti veći prinos zasnovan na povijesnim podacima.

Iz slike 36 su izdvojeni portfelji s najvišim očekivanim prinosom, najnižom standardnom devijacijom i CROBEX te su prikazani na slici 37.

Slika 37 Optimalni portfelji i CROBEX

	konzervativni	agresivni	crobex
ocek.vr.	0.1382708	0.4103509	0.06286426
st.dev.	0.6073836	1.3410737	0.67163703

Izvor: Izrada autora u programskom jeziku R prema podacima sa Zagrebačke burze

Optimalni portfelj konzervativnog ulagača se sastoji od dionica ATGR i HT u udjelu po 45% i udjelu dionice KOEI od 10%. Taj portfelj u točki minimalne varijance na temelju povijesnih podataka ima očekivani prinos od 13,83% što je dvostruko veći prinos od CROBEX indeksa, a standardna devijacija od 0,6074 je niža od CROBEX-a čime bi portfelj trebao biti manje rizičan.

Za agresivnog ulagača bi se optimalni portfelj trebao sastojati 40% od dionica ZABA i po 30% dionica PODR i ATGR jer u analizi nije pronađena niti jedna druga točka minimalne varijance koja ostvaruje veće očekivane prinose od 41,03% koje ostvaruje ovaj portfelj što je otprilike 650% više od CROBEX-a, a standardna devijacija iznosi 1,3407 čime bi trebala biti dvostuko više rizična. Agresivni ulagač koji razmišlja racionalno bi sigurno pristao na taj omjer potencijalne zarade i rizika.

## 5. Zaključak

Cilj Markowitzevog standardnog modela je pomoći investitorima u odabiru optimalnog portfelja. Predlaže da se gledaju samo kombinacije portfelja s efikasne granice jer oni pružaju dobar omjer očekivanog prinosa i rizika. Uz navedeno, model je jednostavan za provođenje analize jer nema mnogo ograničenja.

Programski jezik R je jedan od alata za provođenje analize portfelja po uzoru na Markowitzev standardni model na temelju povijesnih podataka s ciljem optimiziranja omjera očekivanog prinosa i pripadajućeg rizika. Adekvatno korištenje programskog jezika R omogućava svim sadašnjim i potencijalnim ulagačima da lako i na brz način, pomoću softvera slobodnog dohvata, pronađu kombinaciju koja će odgovarati njihovim osobnim preferencijama prinosa i stupnju averzije prema riziku. Moguće je unutar programa postaviti kodove koji će automatski diverzificirati potencijalne portfelje čime se lakše može izabrati optimalan portfelj.

U ovom radu se analizom u programskom jeziku R predložio optimalan portfelj konzervativnog investitora koji bi trebao blago povećati bogatstvo investitoru ili barem očuvati od negativnih prinosa. Također je sastavljen i optimalan portfelj koji bi ulagaču koji je spreman na rizik i ne boji ga se mogao mnogostruko povećati imovinu.

Investitori koji imaju malo veću averziju prema riziku od agresivnog ili manju averziju od konzervativnog ulagača bi prema osobnom nahodjenju trebali izabrati jednu od preostalih 27 kombinacija portfelja koje su predstavljeni u analizi čime bi ostvarili veći prinos od CROBEX-a ukoliko se povijesni trendovi nastave i u budućnosti.

## Popis literature

- Alexander, C. (2008) *Quantitative Methods in Finance, Market Risk Analysis*. Volume I. Chichester: John Wiley and Sons
- Andrijanić, I., Vidaković, N. (2015.), *Poslovanje na burzama: načela i praksa*, Zagreb: Visoko učilište Effectus
- Besley, S., Brigham, E. F. (2007) *Essentials of managerial finance*. 14th ed. Boston: South Western College Pub
- Binger, B.R., Hoffman, E. (1998) *Microeconomics with Calculus*. 2nd ed. New York: Addison-Wesley
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A.J. (2014) *Investments: Portfolio theory and practice*. 10th edition New York: McGraw-Hill
- Cvijetičanin, M. (2004.), *Burzovno trgovanje: priručnik za investitore i analitičare*, Zagreb: Masmedia
- Čižmešija, M., & Sorić, P. (2016). *Statističke metode za poslovno upravljanje u programskom jeziku R*. Zagreb: Element.
- Elton, E. J. & Gruber, M. J., 1997. *Modern portfolio theory, 1950 to date*. 21(1743-1759).
- Few Lee, C. et al. (2012) *Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives: Portfolio Management*. Singapore: WorldScientific
- Foley, B. J. (1993.), *Tržišta kapitala*, Zagreb: MATE
- Franziska Becker, Marc Gürtler & Martin Hibbeln (2015) *Markowitz versus Michaud: portfolio optimization strategies reconsidered*, *The European Journal of Finance* 21:4, 269-291, DOI:10.1080/1351847X.2013.830138
- Fruk, M. & Huljak, I., 2004. *Testiranje Sharpe-Lintnerova modela na Zagrebačkoj burzi*. *Financijska teorija i praksa*
- Graham, B. (2006) *Inteligentni investitor: Investiranje naspram špekulaciji*. Zagreb: Masmedia
- Hrvatska Agencija za Nadzor Financijskih Usluga (b.d.), *Tržište kapitala*, preuzeto 28. kolovoza 2023. s <https://www.hanfa.hr/getfile/42497/HANFA-Trziste-kapitala.pdf>



Hrvatska Agencija za Nadzor Financijskih Usluga (b.d.), *Uređeno tržište*, preuzeto 25. kolovoza 2023. <https://www.hanfa.hr/trziste-kapitala/mjesta-trgovanja/uredeno-trziste/>

Knuth, D. E. (1997). *The Art of Computer Programming* (Vol. 1). Addison-Wesley Professional

Leko, V., Stojanović, A. (2018.), *Financijske institucije i tržišta*, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet

Mangram, M., 2013. *A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory*, Global Journal of Business Research, V.7, N.1, p 59-68

Markowitz, H. M., 1952. *Portfolio Selection*. The Journal of Finance Vol. 7, No. 1, p. 77-91

Markowitz, H. M., 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University

Mishkin, F. S., Eakins, S. G. (2012.), *Financial Markets and Institutions*, 7. izdanje, Boston: Pearson

*Statut Komisije za vrijednosne papire Republike Hrvatske*, Narodne novine br.75/07 (1997.)

Orsag, S. (2011.), *Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja*, Sarajevo: Revicon

Orsag; S. (2015) *Investicijska analiza: Uvod u investicijsku teoriju*. Zagreb: Avantis

Pojatina, D. (2000) *Tržište kapitala*. Split: Ekonomski fakultet Split

Srednje Klirniško Depozitarno Društvo (b.d.), preuzeto s <https://www.skdd.hr/portal/f?p=100:1>

Tobin, J. (1958) *Liquidity Preference As Behavior Towards Risk* . Review of Economics Studies, 26 (1)

Van Horne, C. J. (1993) *Financijsko upravljanje i politika*. Zagreb: Mate

Zagrebačka burza - Zagreb Stock Exchange (b.d.), *Povijest Zagrebačke burze*, preuzeto 24. kolovoza 2023. [Povijest Zagrebačke burze \(zse.hr\)](http://www.zse.hr)

Zagrebačka burza - Zagreb Stock Exchange (b.d.), *Vrijednosni papiri*, preuzeto 1. rujna 2023. s [Vrijednosni papiri \(zse.hr\)](http://www.zse.hr)

## Popis slika

Slika 1 Odnos očekivanog prinosa i rizika investicije prema vrsti vrijednosnih papira	23
Slika 2 Efikasni portfelj s obzirom na očekivani prinos i rizik portfelja .....	25
Slika 3 Efikasne granice portfelja od dvije investicije s obzirom na koeficijent korelacije .....	26
Slika 4 Efikasna granica portfelja s tri investicije .....	27
Slika 5 Krivulje indiferencije investitora .....	28
Slika 6 Optimalni portfelj s tri investicije .....	29
Slika 7 Zaključne cijene dionica sastavnica CROBEX indeksa .....	33
Slika 8 Dnevni prinosi pojedinih dionica sastavnica CROBEX indeksa .....	34
Slika 9 Očekivani prinosi i standardne devijacije svih dionica .....	34
Slika 10 Odnos očekivanog prinosa i rizika pojedinačnih dionica.....	35
Slika 11 Numerički prikaz odnosa očekivanog prinosa i rizika 5 dionica .....	35
Slika 12 Grafički prikaz odnosa očekivanog prinosa i rizika 5 dionica.....	36
Slika 13 Omjeri s naglaskom na prvu dionicu .....	38
Slika 14 Omjeri s naglaskom na drugu dionicu .....	38
Slika 15 Omjeri s naglaskom na treću dionicu.....	39
Slika 16 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 1.....	40
Slika 17 Točke minimalne varijance portfelja 1.....	41
Slika 18 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 2.....	42
Slika 19 Točke minimalne varijance portfelja 2.....	43
Slika 20 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 3.....	44
Slika 21 Točke minimalne varijance portfelja 3.....	45
Slika 22 Točke minimalne varijance portfelja 4.....	45
Slika 23 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 4.....	46
Slika 24 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 5.....	47
Slika 25 Točke minimalne varijance portfelja 5.....	48
Slika 26 Točke minimalne varijance portfelja 6.....	48
Slika 27 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 6.....	49
Slika 28 Točke minimalne varijance portfelja 7.....	50
Slika 29 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 7.....	51
Slika 30 Točke minimalne varijance portfelja 8.....	52

Slika 31 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 8.....	53
Slika 32 Točke minimalne varijance portfelja 9.....	54
Slika 33 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 9.....	55
Slika 34 Točke minimalne varijance portfelja 10.....	56
Slika 35 Efikasne granice različitih kombinacija portfelja 10.....	57
Slika 36 Minimalne varijance svih portfelja i CROBEX.....	58
Slika 37 Optimalni portfelji i CROBEX.....	58

## **Popis tablica**

Tablica 1 Dionice sastavnice CROBEX indeksa.....	18
Tablica 2 Indeksiranje portfelja.....	37

# Životopis

Osobne informacije:

Ime i prezime - Goran Štefek

Adresa – Rooseveltova 6, 21000 Split

E-mail - gstefek@net.efzg.hr

Datum rođenja – 04.08.1999.

Obrazovanje:

2014. – 2018. Peta gimnazija Vladimir Nazor, Split

Smjer: Opća Gimnazija

2018. – 2023. Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet - Zagreb

Integrirani prijediplomski i diplomski sveučilišni studij , smjer: Financije

Osobne vještine i kompetencije:

Materinji jezik Hrvatski

Engleski jezik - C2 razina

Talijanski jezik – B2 razina

Španjolski jezik – A1 razina

Vozačka dozvola B kategorija

