

Statističke metode u prognozi temperature kao osnova za procjenu vrijednosti vremenskih izvedenica

Kovač, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:148:670928>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported/Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-14**



Repository / Repozitorij:

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu

Ekonomski fakultet

Diplomski sveučilišni studij Analiza i poslovno planiranje

**STATISTIČKE METODE U PROGNOZI
TEMPERATURE KAO OSNOVA ZA PROCJENU
VRIJEDNOSTI VREMENSKIH IZVEDENICA**

Diplomski rad

Matej Kovač

Zagreb, rujan 2019.

Sveučilište u Zagrebu

Ekonomski fakultet

Diplomski sveučilišni studij Analiza i poslovno planiranje

**STATISTIČKE METODE U PROGNOZI
TEMPERATURE KAO OSNOVA ZA PROCJENU
VRIJEDNOSTI VREMENSKIH IZVEDENICA**

**STATISTICAL METHODS IN TEMPERATURE
PROGNOSIS AS A GROUND FOR WEATHER
DERIVATIVES VALUE ESTIMATION**

Diplomski rad

Matej Kovač, 0067523406

Mentor: doc. dr. sc. Berislav Žmuk

Zagreb, rujan 2019.

MATEJ KOVAČ
Ime i prezime studenta/ice

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je DIPLOMSKI RAD
(vrsta rada)
isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada, te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

U Zagrebu, 29.08.2019.

Student/ica:

Kovač
(potpis)

Zahvala

Veliko hvala najvažnijoj karici u svim mojim značajnim i onim manje značajnim životnim postignućima, mojoj obitelji, a posebno roditeljima čija je pomoć bila ključna u nebrojenim trenucima i prilikama.

Veliku zahvalnost također dugujem svom mentoru, doc.dr.sc. Berislavu Žmuku, koji mi je svojim stručnim i konstruktivnim komentarima pomogao u izradi ovoga rada i uvijek imao pravi savijet za moje upite i dvojbe.

Na posljetku, ali ništa manje važno, zahvaljujem se svojim bliskim prijateljima i djevojci koji su uvijek bili tu za mene i pomogli mi maknuti misli s rada i školovanja kada je trebalo, ali i podržavati me da ustrajem u obavezama koje su se nalazile na mom akademskom putu.

Svima navedenima još jednom poručujem, ovo je naš uspjeh!

Hvala svima!

Sažetak i ključne riječi

Precizna vremenska prognoza osnova je za vrednovanje vremenskih izvedenica, vrijednosnih papira koji imateljima djelomično nadoknađuju financijske gubitke, nastale za njih nepovoljnim kretanjem temperature zraka. Rad izračunava najprecizniji od tri modela za prognozu prosječne dnevne temperature zraka, Ornstein-Uhlenbeck (O-U) proces, model generalizirane autoregresivne uvjetovane heteroskedastičnosti (GARCH) te Monte Carlo simulacije. Podaci o temperaturama za razdoblje 2000.-2017., preuzeti iz baze podataka Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) za mjerno mjesto Maksimir, korišteni su za prognozu temperature 2018. godine. Srednjom apsolutnom postotnom pogreškom (engl. *mean absolute percentage error* - MAPE) i korijenom srednje kvadratne pogreške (engl. *root mean squared error* - RMSE) uspoređeni su prognozirani i stvarni podaci za 2018. godinu. GARCH model pokazuje preciznije prognoze od O-U procesa. RMSE za GARCH iznosi 3,75°C, a za O-U proces 4,53°C, dok je MAPE 140,66% naspram 144,45%. Monte Carlo simulacija pokazala se neadekvatnom za prognozu dnevne temperature. Umjetnom inteligencijom te superračunalima moguće je preciznije prognoziranje zbog ažurnijih i preciznijih podataka o temperaturi.

Ključne riječi: Vremenske izvedenice, Ornstein-Uhlenbeck proces, GARCH model, Monte Carlo simulacija

Accurate weather forecast is the basis for the valuation of weather derivatives, securities that partially compensate financial loss to holders in case of, from their perspective, adverse outside temperature. Paper analyses precision of three forecast models of average daily temperature, O-U process, GARCH model and Monte Carlo simulation. Temperature data for the period 2000-2017 were taken from the database of DHMZ for Maksimir station and used as the basis for 2018 forecast. Forecasted values were compared to the available actual data for 2018 with MAPE and RMSE methods. GARCH model provides more accurate forecasts than O-U process by both methods. RMSE stands at 3.75°C versus 4.53°C for O-U process and MAPE is 140.66% versus 144.45%. Monte Carlo simulation proved to be inadequate for forecasting of daily temperatures. Artificial intelligence and supercomputers represent possible improvements in forecasting accuracy because of up-to-date and precise temperature data

Key words: Weather Derivatives, Ornstein-Uhlenbeck process, GARCH model, Monte Carlo simulation

SADRŽAJ

1. UVOD	1
1.1. Predmet i cilj rada	1
1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja.....	1
1.3. Sadržaj i struktura rada.....	2
2. KARAKTERISTIKE VREMENSKIH IZVEDENICA	3
2.1. Vremenske izvedenice i njihovo vrednovanje	3
2.1.1. Vremenske izvedenice kao opcije.....	6
2.1.2. Vremenske izvedenice kao unaprijedni ugovori.....	9
2.2. Povijesni razvoj vremenskih izvedenica i razvijenost njihovog tržišta u svijetu	10
2.3. Korištenje vremenskih izvedenica u različitim industrijama	11
2.4. Vremenske izvedenice nasuprot ugovora o osiguranju.....	12
3. ODABRANE STATISTIČKE METODE U PROGNOZI DNEVNE PROSJEČNE TEMPERATURE.....	14
3.1. Ornstein – Uhlenbeck proces	15
3.2. GARCH model.....	17
3.3. Monte Carlo simulacija	24
4. PROGNOZA TEMPERATURE STATISTIČKIM MODELIMA, NJIHOVA USPJEŠNOST I BUDUĆA POBOLJŠANJA.....	26
4.1. Prognoza temperature statističkim modelima	26
4.1.1. Deskriptivna statistička analiza povijesnih podataka	26
4.1.2. Prognoza dnevnih prosječnih temperatura modelima.....	32
4.2. Odabir najpreciznijeg modela prognoze prosječne temperature	40
4.3. Problemi u prognoziranju temperature i moguća buduća poboljšanja.....	42
5. ZAKLJUČAK	43
Popis literature.....	45
Popis tablica	48
Popis slika	48
Prilozi	49
Životopis.....	53

1. UVOD

1.1. Predmet i cilj rada

Predmet ovog diplomskog rada je pregled i ispitivanje uspješnosti prognoziranja tri statistička prognostička modela primijenjenih za prognozu dnevne temperature zraka u gradu Zagrebu. Varijabilnost dnevne temperature zraka glavni je faktor određivanja cijene vremenskih izvedenica, izvedenih vrijednosnih papira koji predstavljaju neku vrstu „klađenja“ na buduće meteorološke prilike.

Cilj rada je utvrditi najprecizniji prognostički model od tri promatrana: Ohrnstein-Uhlenbeck proces, Monte Carlo simulacija te model generalizirane autoregresivne uvjetovane heteroskedastičnosti (engl. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic model - GARCH*), odnosno onaj čije je odstupanje prognoziranih od stvarnih vrijednosti najmanje. Uspješna prognoza kretanja temperature u budućnosti osnova je za kvalitetno sastavljenu vremensku izvedenicu kojom si ponuditelj izvedenice osigurava najveće očekivane prihode.

1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja

Prilikom izrade rada korištene su online baze podataka (Google scholar, Hrčak Srce) i baze podataka knjižnično-dokumentacijskog centra Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu te sveučilišni udžbenici. Podaci o dnevnoj temperaturi zraka u razdoblju 1.1.2000.-31.12.2018. godina preuzeti su iz baza podataka Državnog hidrometeorološkog zavoda. Obrada podataka i analize prikazane u radu provedene su putem Microsoft Excel, R-Studio i E-Views programa.

1.3. Sadržaj i struktura rada

Rad je podijeljen u pet poglavlja. Nakon uvoda, u drugom poglavlju dane su osnovne informacije o povijesnom razvoju i korištenju vremenskih izvedenica te nekim njihovim specifičnostima u odnosu na klasične ugovore o osiguranju. Treće poglavlje opisuje tri prognostička modela, objašnjava njihove pretpostavke i način na koji se pomoću tih modela može prognozirati dnevna temperatura. U četvrtom poglavlju se razmatra prognoziranje temperature zraka odabranim modelima i ispituje preciznost prognoza uz smjernice za moguća daljnja poboljšanja u prognoziranju temperature zraka. U petom poglavlju daje se zaključak rada.

2. KARAKTERISTIKE VREMENSKIH IZVEDENICA

2.1. Vremenske izvedenice i njihovo vrednovanje

Vremenske prilike, odnosno neprilike, utječu na gotovo svaku gospodarsku djelatnost i mogu biti uzrok značajnih financijskih gubitaka u gospodarstvu. Tuče ili sušni periodi štete poljoprivredi, tople zime štete poduzećima u energetskom sektoru dok hladna ili kišna ljeta mogu znatno oslabiti turističku sezonu. Meteorološke prilike, a posebno temperatura zraka, iznimno su stohastičke pojave koje, unatoč određenim zakonitostima i trendovima, mogu znatno varirati tijekom mjeseca, godine ili čak i duljih razdoblja. Zbog ove nepredvidivosti vremenske prognoze i temperature zraka, nužno je objasniti vremenske izvedenice kao instrument zaštite od varijabilnosti vremena, odnosno za potrebe ovoga rada, temperature zraka kao jedne od ključnih karakteristika vremena.

Vremenske izvedenice su financijske izvedenice, odnosno terminski ugovori i opcije na terminske ugovore, čija isplata ovisi o budućim vremenskim prilikama, a koriste se kao instrumenti zaštite od nepovoljnog utjecaja vremenskih prilika na poslovanje poduzeća. U podlozi vremenskih izvedenica stoji vremenski indeks dobiven kvantificiranjem odstupanja vremenskih prilika (temperature zraka) od izabrane referentne točke (Baković, Lazibat, Štulec, 2011). Izvedenice, odnosno izvedeni vrijednosni papiri, mogu se definirati kao bilateralni ugovor ili razmjena plaćanja čija je vrijednost izvedena iz neke druge vrijednosti, bilo to imovina, neki specifični indeks ili roba (Sprčić, 2013).

U ovom se radu vremenski indeks, spomenut u ranije navedenoj definiciji, odnosi na razliku dnevne prosječne temperature zraka od određene referentne vrijednosti temperature koju određuje ponuditelj izvedenice, a tipično iznosi 65 Fahrenheita (Schiller, Seidler, Wimmer, 2012), što odgovara 18°C. Vremenske izvedenice zapravo predstavljaju okladu kupca tog instrumenta da će se, u ugovorom određenom razdoblju, dogoditi za njega (odnosno njegovo poslovanje) nepovoljan razvoj temperature zraka. Ukoliko se prognoza kupca ispostavi točnom, ponuditelj vremenske izvedenice platiti će mu ugovorenu naknadu.

Novčani iznos koji se isplaćuje kupcu vremenske izvedenice zapravo je naknada za potencijalnu propuštenu dobit, jer se kod varijabilnosti dnevne temperature zraka ne događa promjena cijene proizvoda, već dolazi do smanjenja potražnje što negativno utječe na prihode u gospodarstvu (Baković, Lazibat, Županić, 2009).

Schiller, Seidler, i Wimmer (2012) ustvrđuju da se gotovo svaka vremenska izvedenica sastoji od slijedećih karakteristika:

1. Razdoblje mjerenja meteoroloških prilika, obično dano datumom početka mjerenja, T_1 i datumom završetka mjerenja T_2 ,
2. Određeno mjesto (meteorološka stanica) koja mjeri vremenske podatke za razdoblje ugovora,
3. Vremensku varijablu tijekom razdoblja mjerenja,
4. Ranije pojašnjeni vremenski indeks na temelju kojega se određuje iznos isplate vlasniku vremenske izvedenice,
5. Funkcija isplate nakon završetka razdoblja ugovora,
6. Premija koju kupac mora platiti prodavatelju, odnosno cijena izvedenice.

Meteorološka stanica koja mjeri vremenske podatke u slučaju ovog rada je Meteorološka postaja Maksimir u kojoj se na dnevnoj bazi prikupljaju minimalne te maksimalne temperature zraka, kao i srednja dnevna temperatura zraka. Na mjernom mjestu Maksimir srednja dnevna temperatura se, jednako kao i u Dall'Amicu i Hornsteineru (2006), računa kao aritmetička sredina temperatura zabilježenih na intervalima od jednog sata tijekom cijelog dana. Sredina dnevne temperature (\bar{T}) tako je dana izrazom:

$$\bar{T} = \frac{1}{24 h} \int T dt, \quad (1)$$

u kojemu T predstavlja temperaturu zraka na kraju ili početku jednog sata, dok se djelitelj $24 h$ odnosi na jedan cijeli dan u satima (24 sata).

Ovakav izračun dnevnog prosjeka precizniji je od onoga koji Alaton (2002) kao i Seidler, Schiller i Wimmer (2012) koriste za izračunavanje dnevne prosječne temperature. Njihova verzija izračuna srednje dnevne temperature dana je izrazom:

$$T_i = \frac{T_{max} - T_{min}}{2}, \quad (2)$$

gdje T_i predstavlja dnevnu prosječnu temperaturu izračunatu kao polovinu razlike maksimalne dnevne temperature zraka T_{max} i minimalne dnevne temperature zraka T_{min} .

Izračun dnevne prosječne temperature neizostavan je dio u jednadžbi vremenskog indeksa, spomenutom pod karakteristikom 4. vremenskih izvedenica. Mnogi autori, uključujući Alatona (2002) i Considinea (2006), spominju dvije vrste vremenskih indeksa povezanih s temperaturom zraka. To su HDD indeks (engl. *Heating Degree Day* - HDD) i CDD indeks (engl. *Cooling Degree Day* - CDD). HDD indeks definiran je kao:

$$HDD = \sum_{T_1}^{T_2} \max(T^{ref} - T_t; 0), \quad (3)$$

gdje se T^{ref} odnosi na ranije objašnjenu referentnu vrijednost temperature koja uglavnom iznosi 18°C, a T_t dnevnu prosječnu temperaturu prema podacima s mjernog mjesta odnosno meteorološke postaje. HDD indeks povezan je sa zimskim dijelom godine, u kojem hladnije vrijeme tijekom dana zahtjeva korištenje grijanja u domovima (engl. *heating*) otkuda je indeks i dobio ime (Till, 2015).

CDD indeks, s druge strane, definiran je izrazom:

$$CDD = \sum_{T_1}^{T_2} \max(T_t - T^{ref}; 0), \quad (4)$$

pri čemu su faktori za izračun indeksa jednaki su kao i kod HDD indeksa, ali njihov je raspored promijenjen pa se sada referentna vrijednost temperature oduzima od dnevnog prosjeka.

Za CDD indeks, koji se koristi tijekom ljetnih mjeseci, pretpostavlja se da će dnevna prosječna temperatura biti viša od referentne pa su zato faktori u izrazu promijenjeni. Svoj naziv CDD indeks dobio je prema engleskom izrazu za hlađenje (engl. *cooling*) s obzirom da većina ljudi tijekom toplih dana, odnosno onih čija je prosječna dnevna temperatura viša od 18°C, poseže za rashlađivanjem uz pomoć klime ili nekih drugih rashladnih tijela (Till, 2015).

Cilj ovoga rada bit će odrediti koji prognostički model najpreciznije prognozira kretanje dnevne temperature za 2018. godinu, a sve na temelju stvarnih podataka Državnog Hidrometeorološkog zavoda (Vidić, 2019). Ponuditelj vremenske izvedenice na temelju prognoze može odrediti kretanje temperature i predvidjeti moguće isplate kupcima na temelju HDD i CDD indeksa.

2.1.1. Vremenske izvedenice kao opcije

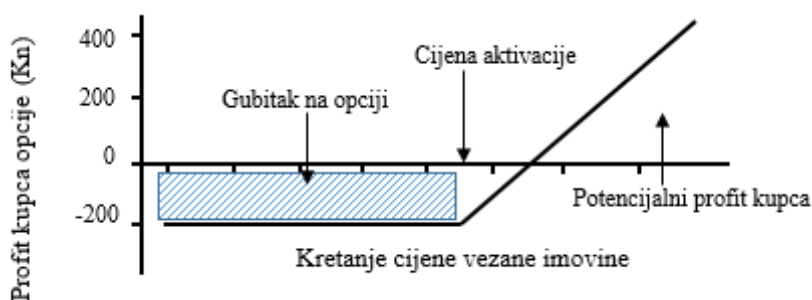
Pojedinci mogu ugovoriti opcije kupnje i prodaje (call i put opcija) s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom. Call opcija daje pravo njenom vlasniku da, uz plaćenu premiju prodavatelju, od njega otkupi određenu uz opciju vezanu imovinu po unaprijed ugovorenoj cijeni kroz neko određeno razdoblje (u ovom slučaju razdoblje važenja vremenske izvedenice) (Orsag, 2011).

Tržišna cijena nakon koje kupac call opcije odlučuje aktivirati ugovor te otkupiti vremensku izvedenicu jer je dovoljno porasla da kupac izvedenice ostvari kapitalni dobitak naziva se izvršna cijena (engl. *strike price*). U slučaju da cijena vezane imovine, kako se naziva skupina imovine koju sastavljač opcije kombinira prilikom nuđenja opcije, ne pređe izvršnu cijenu, kupac opcije ostvaruje gubitak u visini premije koju je platio prodavatelju. Ako pak cijena vezane imovine poraste iznad izvršne, prodavatelj opcije ostvaruje gubitak jer se obavezao kupcu opcije prodati vezanu imovinu po izvršnoj cijeni koja je u tom trenutku podcijenjena u odnosu na tržišnu.

Kada potencijalni kupac vremenske izvedenice ugovara call opciju, on ima bikovska (pozitivna) očekivanja oko kretanja njene cijene (Orsag, 2011). To znači da će kupac call opcije smatrati da se neće obistiniti pad ili zadržavanje razine cijena na koju računa sastavljač call opcije prilikom ponude te opcije.

Primjerice, ukoliko je vremenska izvedenica sastavljena na način da isplaćuje naknadu za svaki HDD tijekom studenog 2018., kupac call opcije kladiti će se da će u studenom biti dovoljno akumuliranih HDD dana da cijena izvedenice poraste što mu donosi zaradu zbog neuobičajeno hladnog vremena. Vrijednost HDD call opcije ukoliko se dogodi jako hladan studeni će rasti zbog povećane tržišne cijene vremenske izvedenice temeljene na velikom broju HDD dana koji nose isplatu, pa će i kupac call opcije profitirati kupnjom opcije i ostvariti profit.

Slika 1: Call opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom

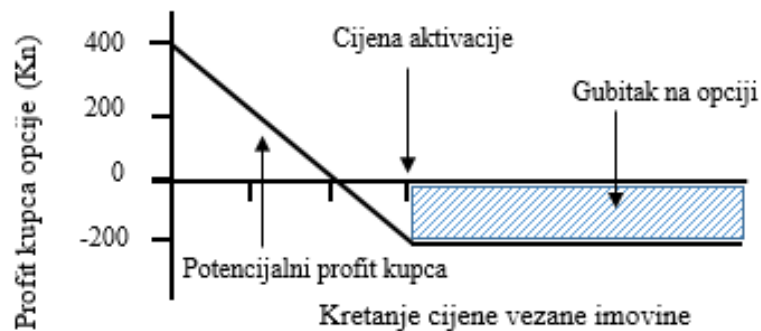


Izvor: autor prema Orsag (2011)

Na Slici 1 prikazana je call opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom. Iscrtani pravokutnik ispod osi ordinata prikazuje gubitak kupca opcije u obliku premije koju plaća prodavatelju i ona predstavlja kupčev inicijalni trošak. Ukoliko vremenska izvedenica ne postigne cijenu nakon koje kupac opcije može ostvariti dobit, odnosno cijenu aktivacije (engl. *strike price*), ovaj iznos predstavlja i ukupan gubitak kupca opcije. Ako se pak obistine predviđanja kupca vremenske izvedenice i njena cijena poraste (rast kose linije iznad osi apscisa), opcija će se aktivirati i kupac call opcije moći će od prodavatelja kupiti vremensku izvedenicu po izvršnoj cijeni koja je u tom trenutku niža od tržišne cijene te ostvariti kapitalni dobitak daljnjom prodajom po višoj cijeni od one po kojoj je vezanu imovinu kupio.

Put opcija s druge strane predstavlja opet pravo, ali ne i obvezu prodaje vezane imovine po fiksnoj cijeni. Ona omogućuje kupcu opcije da, uz plaćenu premiju, proda vezanu imovinu po izvršnoj cijeni tijekom vremena važenja ugovora (Orsag, 2011). Kod call opcije kupac ima pozitivna očekivanja vezana uz kretanje cijene vezane imovine, a kod put opcije njegova su očekivanja suprotna. Ukoliko se tijekom ljetnih mjeseci, na primjer, ne dogodi niti jedan CDD indeks dan, a vremenska izvedenica se kladila na to (isplate bi se dogodile u slučaju da je stvarni prosjek temperature bio veći od 18°C), njena cijena će pasti jer ona ne donosi nikakvu isplatu i samim time njezina je vrijednost 0. U tom se slučaju put opcija kupcu isplati jer se donekle štiti od svog gubitka.

Slika 2: Put opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom



Izvor: autor prema Considine (2006)

Na slici 2 prikazana je hipotetska put opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom. Potencijalni profit kupca nakon kupovine opcije prikazan je na osi ordinata, a na osi apscisa prikazano je kretanje cijene vezane imovine na tržištu. Za 200 kn premije koje kupac plati prodavatelju, ima pravo ali ne i obvezu prodati vezanu imovinu, odnosno neki tip ugovora koji uključuje vremensku izvedenicu za fiksiranih 600 kn. Ako je tržišna cijena prodaje vezane imovine 0, profit kupca je 400 kn. Pri tržišnoj cijeni od 400 kupac opcije je na nuli, jer mu se nudi mogućnost aktivacije opcije i profita od 400 kn (600 kn - 200 kn premija) dok je tržišna cijena 400 kn. Cijena aktivacije od 600 kn znači da će kupac za svaku cijenu vezane imovine veću od 600 kn pričekati da opcija istekne i neće je aktivirati jer na tržištu ostvaruje veći profit od opcijom garantiranih 400 kn, unatoč 200 kn plaćene premije.

2.1.2. Vremenske izvedenice kao unaprijedni ugovori

Unaprijedni ugovori ili unaprijednice (engl. *futures*) predstavljaju nestandardizirane terminske ugovore koji se odnose na kupovinu određene imovine na točno određeni dan u budućnosti po točno određenoj cijeni (Till, 2015). Razne industrije čije poslovanje može biti pogodeno temperaturom zraka unaprijednicama mogu stvoriti sigurnije ozračje za svoje poslovanje, kupujući razne varijante unaprijednica s vremenskim izvedenicama ovisno o najavama kakva bi ljetna ili zimska sezona koja ih tek očekuje mogla biti. U tablici 1 dan je kratak pregled situacija i industrija kod kojih se unaprijedni ugovori s vremenskim izvedenicama čine kao logičan izbor zaštite od nepovoljnog vremena.

Tablica 1: Industrije koje koriste unaprijednice vezane uz vremenske izvedenice

Rizik	Akcija uz pomoć unaprijednica	Industrije
Vruće ljeto	Kupovina CDD unaprijednica	Poljoprivrednici koji bi patili zbog suše kod iznimno toplog ljeta
Hladno ljeto	Prodaja CDD unaprijednica	Industrija pića koja bi patila zbog hladnog ljeta
Topla zima	Prodaja HDD unaprijednica	Dobavljači energenata s propuštenim prihodom zbog slabe potražnje za grijanjem
Hladna zima	Kupovina HDD unaprijednica	Građevinska poduzeća koja bi patila od kašnjenja u projektima

Izvor: Till (2015)

Poduzeće iz građevinskog sektora moglo bi biti dobar primjer za korištenje unaprijednica. Njihovo poslovanje obilježava sezonalnost, odnosno često postoje restrikcije vezane uz gradnju objekata tijekom ljetnih mjeseci na obali, pa građevinska sezona traje obično od jeseni do kraja proljeća za takve objekte. Građevinsko poduzeće koje primijeti tijekom jeseni ili početka zime da ga jako kišno, hladno ili snježno vrijeme ometa u rokovima izgradnje te zbog toga ono ostvaruje financijske gubitke, dio propuštenih zarada moglo bi namaknuti kupnjom HDD unaprijednice zbog mogućeg budućeg nastavka nepovoljne građevinske sezone.

2.2. Povijesni razvoj vremenskih izvedenica i razvijenost njihovog tržišta u svijetu

Vremenske izvedenice nastale su u Sjedinjenim američkim državama (SAD) u 90-tim godinama prošloga stoljeća, nakon deregulacija energetske tržišta (Cao, Li, Wei, 2010). Energetska i komunalna poduzeća u SAD-u koja su poslovala u prošlosti kao monopolisti, sada su bili suočeni sa sve većom konkurencijom. S obzirom da više nisu bili u monopolskoj poziciji da na kupce prebace eventualne gubitke uzrokovane nestabilnim vremenom, tražili su instrumente zaštite i stabilizacije svojih zarada (Cao, Li, Wei, 2010).

Considine (2000) spominje prvi ugovor u obliku vremenske izvedenice sastavljen je 1997. godine kada je poduzeće Aquila Energy, američko energetske poduzeće, u ugovor s drugim energetske poduzećem stavilo klauzulu koja je cijenu električne energije povezivala s brojem CDD indeks dana. Ugovor je bio sastavljen za ljeto 1997. i smanjivao je cijenu električne energije za građane ukoliko je CDD dana bilo puno, odnosno ako je vruće ljeto zahtijevalo učestalo korištenje klima uređaja. Iako je Aquila Energy bila pionir u razvoju vremenskih izvedenica, prva javna transakcija koja je uključivala vremenske izvedenice dogodila se između poduzeća Enron i Koch Energy krajem 1997. godine. Ugovor je sastavljen kako bi se prenio rizik nepovoljnih vremenskih uvjeta za grad Milwaukee, a Enron je htio zaštitu jer je u to vrijeme SAD-om vladala oluja „El Nino“. Nakon ove transakcije, ubrzo su uslijedili slični ugovori u Europi, Australiji i Aziji (Alexandridis, Zapranis, 2013).

Razvoj vremenskih izvedenica krajem 20-og stoljeća stvorio je potrebu za organiziranim tržištem tih papira. Na trgovačkoj burzi u Chicagu (engl. *Chicago Mercantile Exchange* - CME) u SAD-u 1999. predstavljena je vremenska izvedenica kojom se moglo trgovati (Till, 2015). U ponudi CME-a u početku su bile vremenske izvedenice za temperature zraka 10 američkih gradova, ovisno o njihovoj naseljenosti, varijabilnosti temperature zraka i potražnji za vremenskim izvedenicama na izvan-burzovnom (engl. *Over the Counter* - OTC) tržištu. Transparentnost cijena i regulacija koja se dogodila uvrštavanjem vremenskih izvedenica na burzu utjecala je na atraktivnost ovog vrijednosnog papira koji je postao sve popularniji sa sve većim volumenom trgovanja (Alexandridis, Zapranis, 2013).

2.3. Korištenje vremenskih izvedenica u različitim industrijama

Vremenske izvedenice koristan su alat za zaštitu od rizika jer su vrlo često negativno korelirane na standardne papire tržišta kapitala – dionice i obveznice – te na taj način smanjuju rizik ukupnih ulaganja investitora (Lazibat, Županić, 2010). Osim njihove diversifikacijske uloge, vremenske izvedenice pomažu mnogim industrijama koje su na različite načine ovisne o vremenskim prilikama u svom poslovanju. Tablica 2 prikazuje neke od industrija u kojima se koriste vremenske izvedenice, međutim za razliku od tablice 1, ovdje se ne radi isključivo o unaprijednim ugovorima.

Tablica 2: Industrije koje koriste vremenske izvedenice i vremenski rizici koji ih prate u poslovanju

Industrija	Tip nepovoljnog vremena koje ugrožava poslovanje	Rizik uslijed nepovoljnog vremena
Ljetni turizam	Temperatura zraka/kiša	Smanjeni prihodi tijekom iznimno kišne ljetne sezone ili vjetrovitog vremena
Komunalne usluge (energija)	Temperatura zraka	Smanjeni prihodi uslijed iznimno tople zime (za primjerice plinare) ili hladnog ljeta (za poduzeća koja prodaju klimatizacijske uređaje i distributere električne energije)
Prehrambena industrija	Kiša/snijeg/mraz/tuča i temperatura zraka	Gubitak prihoda uslijed izostanka uroda ili slabog uroda, smanjeno korištenje određenih sezonski određenih proizvoda uslijed neuobičajenog vremena (sladoled ili kiselo zelje)
Avioprijevoz	Vjetar/tornada/magla	Gubitak prihoda uslijed nemogućnosti za letenje zbog loših vremenskih prilika, kašnjenja koja korisnicima omogućuju naknade
Ski resorti	Temperatura zraka	Iznimno topla zima može uzrokovati izostanak dovoljne količine padalina
Zabavni parkovi	Temperatura zraka/kiša/vjetar	Iznimno hladno ili vjetrovito vrijeme može utjecati na nesigurnost atrakcija u zabavnim parkovima koji zatvaranjem gube prihode, a nastavkom poslovanja ugrožavaju sigurnost ljudi

Izvor: Alexandridis, Zapranis (2013)

U ovoj se tablici može primijetiti kako su vremenske izvedenice upotpunile jedan dio tržišta koji nedostaje kod standardnih ugovore o osiguranjima.

Naime, da vremenske izvedenice nisu početkom 21. stoljeća institucionalizirane i da poduzećima nije omogućeno da dobiju novčani iznos i ako CDD i HDD indeksi ne pređu (ili pređu, ovisno o tipu ugovora) određenu ugovorom dogovorenu vrijednost u periodu trajanja ugovora (Ali, Job, 2005), mnoga navedena poduzeća ne bi imala mogućnost „živičenja“ (engl. *hedging*) svojih prihoda u ovisnosti o vremenskim neprilikama.

2.4. Vremenske izvedenice nasuprot ugovora o osiguranju

U današnje je vrijeme tržište osiguranja iznimno razvijeno i poduzeća se, kao i privatne osobe, mogu osigurati od bilo kakvih gubitaka uzrokovanih različitim nepogodama koje mogu zadesiti poslovanje. Ono što vremenske izvedenice razlikuje od ugovora o osiguranju je to što osiguranje zahtjeva potvrdu od strane kupca police da mu se zaista dogodila šteta. Osiguravajuće kuće često angažiraju i stručnjake u određenim područjima koji procjenjuju je li šteta koju klijenti prijave vjerodostojna i može li im se na temelju te štete isplatiti naknada (Alaton, 2002).

Isti autor navodi i kako, s druge strane, ponuditelji vremenskih izvedenica ne zahtijevaju nikakvu provjeru da je došlo do uništenja imovine ili nekakvog drugog gubitka kod kupaca vremenskih izvedenica. Ukoliko je, primjerice, proizvođač kukuruza ispravno procijenio (ili pogodio) da će u vremenu ugovorenom vremenskom izvedenicom biti više dana s iznimno hladnom temperaturom od procjene, iznos ugovoren vremenskom izvedenicom bit će mu isplaćen i u situaciji u kojoj kupac izvedenice nije doživio nikakvu štetu za svoje usjeve uslijed hladnijeg vremena.

Vremenske izvedenice također se razlikuju od osiguranja jer police osiguranja najčešće isplaćuju naknadu u trenucima kada nastupe uvjeti koji mogu biti uzrok značajne štete u poslovanju osiguranika. Vremenske izvedenice s druge strane pretpostavljaju da i male promjene, u ovom konkretnom slučaju temperature zraka, mogu utjecati na poslovanje poduzeća, pa se vremenske izvedenice mogu ugovoriti i za manje značajne promjene temperature ili padavina od polica osiguranja.

Vremenske izvedenice stoga pokrivaju događaje niskog rizika i visoke vjerojatnosti nastupanja, dok osiguranja pokrivaju događaje visokog rizika i niske vjerojatnosti nastupanja (Lazibat, Županić, 2010).

Ukoliko se, primjerice, dogodilo da je tijekom sezone grijanja temperatura zraka bila iznadprosječno visoka u dugom vremenskom razdoblju, poduzeća će iznos ugovoren policom osiguranja moći dobiti u slučaju ekstremno visokih temperatura u kojima je očito da je posao energetskih poduzeća bio značajno pogođen tim toplim vremenom. Vremenske izvedenice, s druge strane, pretpostavljaju da je poduzećima i mala promjena vremena, odnosno dnevne temperature zraka, dovoljna da utječe na prihode pa će ugovoreni iznos biti isplaćen i kada se temperatura zraka svega nekoliko stupnjeva (tri do pet Celzijevih stupnjeva) promjeni u odnosu na očekivanu vrijednost.

3. ODABRANE STATISTIČKE METODE U PROGNOZI DNEVNE PROSJEČNE TEMPERATURE

Efikasnost, odnosno mogućnost zarade ponuđača vremenske izvedenice ovisi o uspješnosti prognoze temperature zraka budućeg razdoblja za koje nudi ugovor. Poduzeća koja nude vremenske izvedenice trebaju što točnije prognozirati buduće kretanje stvarnih vrijednosti prosječne dnevne temperature kako bi na temelju tih vrijednosti planirali eventualne isplate. Prognoza dnevnih temperatura ima nekih sličnosti sa prognoziranjem cijena dionica, i to pogotovo u polju stohastičnosti. Pod stohastičnosti se u okviru ovoga rada smatra varijabilnost dnevne prosječne temperature zraka bez obzira na njeno kretanje u prošlosti.

Meteorološki primjer stohastičnosti temperature u Hrvatskoj može biti Dalmacija gdje je tijekom ožujka dnevna temperatura zraka uglavnom topla, osim u razdobljima tri takozvane „mračane“ bure, raspoređene tijekom ožujka kada prosječna dnevna temperatura zna biti značajno niža od uobičajene (Popadić, 2014). U kontinentalnom dijelu Hrvatske, s druge strane, zagrebački lipanj iznimno je topao mjesec, međutim početkom ljeta česte kiše i turbulentno vrijeme utječe na značajne varijacije u prosječnoj dnevnoj temperaturi.

Unatoč iznimno nepredvidivom kretanju temperature i raznim skokovima, postoje neka općenita obilježja dnevne temperature zraka, koja bi trebala biti obuhvaćena modelima:

1. **Autoregresija** – dnevna prosječna temperatura ovisi o temperaturi istog dana u nekim od razdoblja prije prognostičkog ili o nekoliko dana prije prognoziranog,
2. **Povratak na dugoročni prosjek** – zimske i ljetne temperature predstavljaju sezonske oscilacije od prosjeka dnevne temperature koji se kreće između 15 i 20°C,
3. **Sinusoidni oblik distribucije temperature** – tijekom godine temperature se kreću poput sinus funkcije – rastu, dosežu maksimum, padaju, dosežu minimum da bi zatim opet rasle i tako kroz period od 365 dana u godini.

3.1. Ornstein – Uhlenbeck proces

Ornstein-Uhlenbeck proces (O-U proces) matematički je model nastao koji je nastao kao jednačba početkom 20. stoljeća, kada je francuski fizičar Paul Langevin stvorio zapis koji je objašnjavao stohastičko gibanje čestica u tekućinama (Gillespie, 1990). Ipak, tvorcima modela bili su Ornstein i Uhlenbeck (1930) proširujući osnovni zapis gibanja Einsteinovim objašnjenjem o slobodnom kretanju čestica i atoma u prostoru. Literatura poznaje mnogo oblika O-U procesa, od kojih većina u zapisima koristi stohastičke diferencijalne jednačbe i šum za objašnjenje neobjašnjivih šokova i skokova prilikom procjene varijabli, u ovom slučaju temperature zraka. Zbog kompleksnosti analize i izračuna šuma, dio jednačbe koji promatra stohastičku komponentu vremena izostavljen je iz ove analize koja se više koncentrirala na što precizniji obuhvat tri ranije spomenuta obilježja temperature.

Model je razvijen na temelju klasične kontinentalne klime (u originalnom radu za referencu su korišteni povijesni podaci Bromma aerodroma pored Stockholma, Švedska) koja ima sezonsku karakteristiku (Alaton, 2002). Prosječna dnevna temperatura zraka, uz prethodnu pretpostavku, tijekom godine varira od iznimno hladne temperature zimi, preko ugodne temperature u proljeće i jesen, do iznimno tople temperature ljeti.

Upravo ljeto i zima predstavljaju odmake od dugoročne ravnotežne prosječne dnevne temperature, koja se za potrebe vremenskih izvedenica uzima na 18°C, kad se pretpostavlja da kućanstva ili poduzeća nemaju potrebu za grijanjem ili hlađenjem. Zbog ljetne i zimske sezone, kretanje dnevnih temperatura prema sezonskim karakteristikama (visoke temperature ljeti te niske zimi) kroz godinu, T^s , može se pojednostavljeno aproksimirati sinus funkcijom koja ovisi o vremenu t , odnosno o danu u godini, kao:

$$T^s = \sin(\omega t + \rho), \quad (5)$$

pri čemu t označava vrijeme u danima za tekuću godinu (1-365), ω predstavlja izraz $2\pi/365$ koji definira period funkcije tako da odgovara vremenskom periodu od 365 dana, dok ρ izračunava pomak koji funkciju prosjeka temperature sa siječnja miče na stvarni prosjek.

U promatranom razdoblju 2000. do 2017. godine nalazilo se pet prijestupnih godina (2000., 2004., 2008., 2012. i 2016.) s 29 dana u veljači pa se u tim godinama podatak za 29. veljače obrisao kako bi podaci bili jednaki i usporedivi za sve godine.

Osnovna aproksimacija, izražena sinus funkcijom isključivo s parametrom ωt , opisivala bi distribuciju temperature na način da bi 1. siječnja temperatura bila jednaka prosječnoj, dok bi maksimalna temperatura bila predviđena 1. ožujka a minimalna 1. rujna. Međutim, takva pretpostavka je nerealna pa se zato u zapis uključuje pomak ρ kojim se postiže pomak sinusoide tako da najniža vrijednost funkcije bude u trenutku t u sredini zime, a posljedično će i najviša vrijednost funkcije sinus biti za t u sredini ljeta (Alaton, 2002).

Kao posljedica globalnog zatopljenja i drugih klimatoloških faktora, dnevne temperature imaju trend blagoga rasta kako godine prolaze, pa su današnje prosječne dnevne temperature više od onih u prošlosti. Spajanjem sezonske i trend komponente, te izrazom pomaka po sinusoidi, svi faktori za analizu O-U procesa su spremni. Zapis prognostičkog O-U procesa koji će se u cjelini 4 koristiti za prognozu dnevnih temperatura u 2018. dan je izrazom:

$$T_t = A + Bt + C\sin(\omega t + \rho), \quad (6)$$

gdje T_t predstavlja prognostičku vrijednost temperature za određeni dan u 2018. godini, a t je broj dana u godini (1-365). Varijabla A predstavlja prosjek prosječnih dnevnih temperatura zraka za razdoblje 1.1.2000.-31.12.2017., varijabla B definira utjecaj rastućeg trenda temperature i predstavlja koeficijent smjera blagog porasta temperature na godišnjoj razini (a kao konstanta se zatim koristi i za dnevne temperature), dok varijabla C određuje sezonalnost temperature kroz godinu, odnosno koliko jako i visoko odskoču zimske i ljetne temperature od prosjeka. Varijable A , B i C , te pomak ρ trebaju se izračunati na temelju povijesnih podataka o temperaturama.

3.2. GARCH model

Model generalizirane uvjetovane autoregresivne heteroskedastičnosti (engl. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic model - GARCH*) jedan je od velikog broja modela iz područja statistike koji se bavi prognoziranjem varijabilnosti u budućnosti i rješavanjem problema heteroskedastičnosti - nekonstantne varijabilnosti nekog niza u vremenu (Bahovec, Erjavec, 2009).

Uz konstantnu varijabilnost (homoskedastičnost) prognostičar može biti siguran da su reziduali, odnosno pogreške koje procjena ima u odnosu na stvarnu vrijednost vremenskog niza, neovisni jedni o drugima. Uzrok neke i dalje prisutne varijabilnosti tada se može tražiti u nekom neobjašnjivom fenomenu ili propustu u sastavljanju modela kojom je prognostičar izostavio neku nezavisnu varijablu i time nedovoljno precizno modelirao zavisnu varijablu.

Heteroskedastičnost je, s druge strane, problem u vremenskim nizovima koji prognoziraju određenu varijablu jer utječe na sve veće udaljšavanje prognozirane od stvarne vrijednosti varijable i čini model za prognozu lošim i neupotrebljivim. Glavni mu je uzrok to što su reziduali u bliskim razdobljima na neki način povezani pa se visoka varijabilnost u jednom razdoblju nastavlja na razdoblja visoke varijabilnosti u slijedećem razdoblju (Toll, 1996). Glavni cilj ovoga modela je utvrditi postoji li heteroskedastičnost u analizi varijance prognoziranih naspram stvarnih vrijednosti srednje temperature zraka i ukoliko postoji ispraviti ju GARCH (1,1) modelom.

Kako bi se koncept GARCH modela objasnio, pretpostavimo neku jednostavnu regresijsku jednadžbu s jednom nezavisnom varijablom definiranom kao:

$$y = \alpha + \beta_1 * x + \varepsilon, \quad (7)$$

gdje je y stvarna vrijednost neke modelirane pojave, dok bi njena regresijska (procijenjena) vrijednost bila zapisana kao: $\hat{y} = \alpha + \beta_1 * x$. Faktor ε predstavlja rezidual, odnosno neko modelom neobjašnjeno odstupanje procijenjene vrijednosti od stvarne, x nezavisnu varijablu kojom se objašnjava ona zavisna, a α i β_1 regresijske koeficijente.

Zapis (7) mogao bi se, zbog utvrđenog odnosa između procjene i stvarne vrijednosti, zapisati i kao:

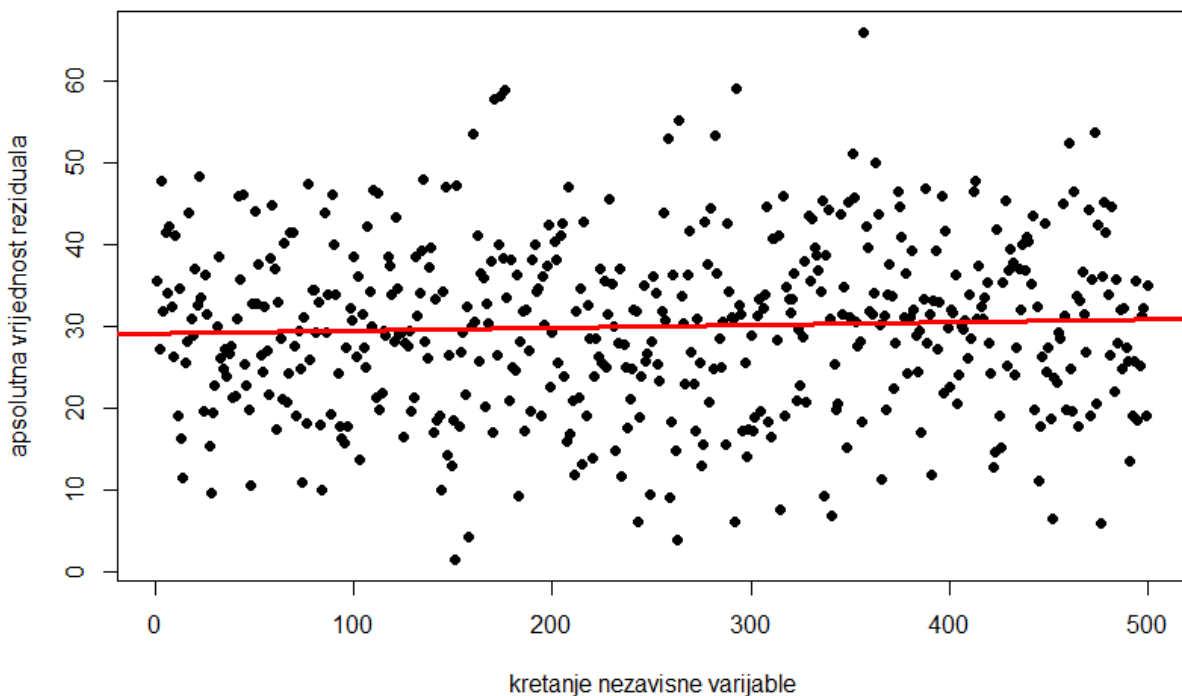
$$y = \hat{y} + \varepsilon, \quad (8)$$

zato što se upravo zbrojem reziduala i prognozirane vrijednosti dobiva stvarna vrijednost neke zavisne varijable. Veličina reziduala i njegova konstantnost stoga su ključni u određivanju adekvatnosti i preciznosti modela u procjeni određene pojave.

Ukoliko je tijekom cijelog promatranog vremenskog niza, u slučaju ovoga rada prognostičkog razdoblja od jedne godine (2018. godina) izraz ε – odstupanje prognostičke od stvarne vrijednosti dnevne prosječne temperature - otprilike jednako raspoređen i ne pokazuje znakove širenja, znači da su reziduali uglavnom konstantni i samim time homoskedastični. Bit homoskedastičnih odstupanja je da su ona za svaki prognostički interval, u slučaju ovoga rada svaki pojedini dan u 2018. godini, neovisna jedna o drugima. Svaki prognostički model mora imati homoskedastična odstupanja jer to znači da će pogreške procjene koje model izračuna biti neovisne jedna o drugoj i otprilike konstantne, pa model ima preduvjete da bude uspješan procjenitelj stvarnih kretanja.

Homoskedastičnost reziduala može se grafički prikazati dijagramom rasipanja, odnosno linijom koja pokazuje prosječnu vrijednost kretanja tih razasutih reziduala u ovisnosti o veličini, odnosno broju ili dinamici nezavisne varijable. Homoskedastični reziduali trebali bi držati tu liniju prosječne vrijednosti reziduala konstantnom. Slika 3, izrađena u programskom jeziku R jednako kao i slika 4, prikazuje jedno takvo homoskedastično kretanje reziduala.

Slika 3: Homoskedastičnost reziduala

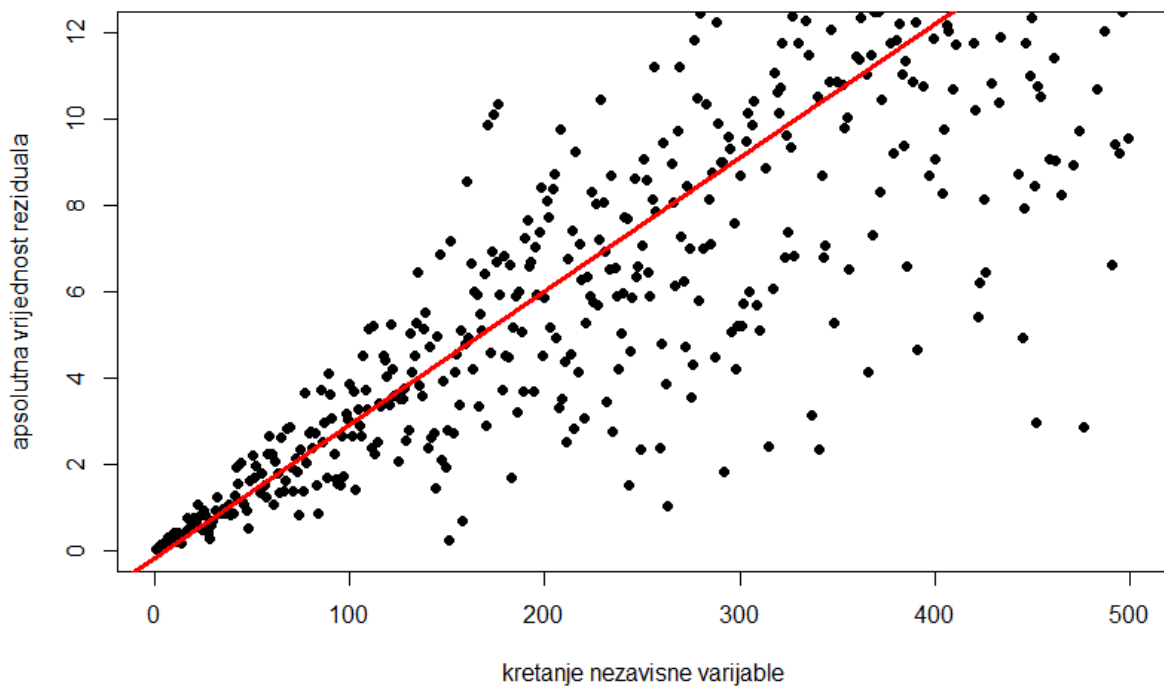


Izvor: autor prema Kathuria (2012)

Na slici 3 primjećuje se kako je linija koja prikazuje kretanje prosječne vrijednosti reziduala kroz vrijeme uglavnom konstantna. Zbog toga su i procjene većinom konstantne i model kod koga se pojavi ovakvo kretanje reziduala ima stabilne pogreške procjene te može služiti kao relevantan model u prognoziranju neke zavisne varijable.

S druge strane, heteroskedastični reziduali povezani su jedni s drugima, na način da povećana varijacija prognozirane temperature danas utječe na veću varijaciju prognozirane temperature sutra. To dovodi do sve većih odstupanja prognoze od stvarnih vrijednosti i sve lošiju uspješnost modela, ovisno ili o poziciji ili vrijednosti nezavisne varijable. Slika 4 prikazuje jedno takvo heteroskedastično kretanje reziduala.

Slika 4: Heteroskedastičnost reziduala



Izvor: autor prema Kathuria (2012)

Na slici 4 prikazano je kako linija koja prikazuje kretanje prosječne vrijednosti reziduala kroz vrijeme pokazuje rastući trend, odnosno konstanto se povećava. Zbog toga su procjene modelom sve više i više pogrešne i udaljavaju se od stvarnih vrijednosti koje procjenjuju. Prilikom postojanja heteroskedastičnosti, reziduali se ne moraju nužno konstantno kretati prema gore ili rasti. Oni mogu biti grupirani u jednom području visoke varijabilnosti pa se ponovno smanjiti, pa zatim opet porasti i tako do kraja prognostičkog intervala.

Heteroskedastičnost je pojava koja se u modelu za prognozu srednje temperature, ako postoji, mora korigirati uz pomoć GARCH modela. GARCH izraz zapravo je također jedna regresijska jednadžba, samo sada je zavisna varijabla varijanca prognostičkog razdoblja, a nezavisne varijable su prognostička pogreška razdoblja prije (dana prije prognoziranog) i varijance razdoblja prije (godine prije prognozirane), uz određeni šum koji opet pokazuje da se neke varijabilnosti jednostavno ne mogu procijeniti.

GARCH model često se zapisuje kao GARCH (1,1) model. Faktori 1 i 1 znače da sadašnja varijanca ovisi o prognostičkoj pogrešci u jednom razdoblju prije i o varijanci u jednom razdoblju prije sadašnjeg. Zapis koji opisuje eventualno postojanje heteroskedastičnosti i zatim ga korigira, prilagođen prema zapisu Fransesa i Dijka (1996), prikazan je kao:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha * \varepsilon_{t-1}^2 + \beta * \sigma_{t-1}^2, \quad (9)$$

gdje su faktori ω, α, β izračunati uz pomoć statističkog softvera E-Views jednom kada se konstruira potpuni model za prognozu dnevne prosječne temperature, ε_{t-1}^2 predstavlja rezidual u jednom razdoblju prije prognoziranog, a σ_{t-1}^2 standardnu devijaciju u tom istom razdoblju.

GARCH (1,1) model može se iskoristiti jedino u trenutku kada postoje neke prognostičke vrijednosti koje su uspoređuju sa stvarnima da bi se utvrdila odstupanja i njihovo kretanje. Stoga je potrebno konstruirati model koji će prvo prognozirati dnevne prosječne temperature, a u drugoj fazi će se tome modelu nadodati ova GARCH komponenta kako bi se objasnila i korigirala odstupanja prognoza dobivenih prvim dijelom modela.

Dnevne prosječne temperature, u prosjeku, ovise o mjesecu u kojem se nalaze. Kako bi se obuhvatio taj utjecaj mjeseca na dan za koji se prognozira prosječna temperatura, u prognostički će model biti uvedeno 12 indikator varijabli (engl. *dummy variable*). Svaka indikator varijabla odgovara pojedinom mjesecu u godini, od siječnja do prosinca.

Indikator varijabla je varijabla koja se u ekonometriji često koristi kako bi opisala što se događa sa zavisnom varijablom, ako nezavisna varijabla ima određeno obilježje. Vrijednost indikator varijable obično je ili 0 ili 1, pri čemu 0 označava izostanak svojstva dok 1 prikazuje postojanje svojstva. U okviru prognoze prosječne dnevne temperature vremena, indikator varijabla za siječanj će u prognozi vremena biti 1*njen pripadajući koeficijent β_n samo za dane u siječnju 2018. godine, dok će za sve ostale dane u godini ta varijabla biti 0 jer oni nisu u siječnju.

Isti će se postupak ponoviti i za veljaču i ožujak i tako dalje, međutim sada će vrijednost β_n biti drugačija jer je u pitanju drugi mjesec. Ovo je prvi dio modela koji će pokazati kako dnevna temperatura ovisi o prošlim vrijednostima temperature u mjesecu u kojem se nalazi.

Uz indikator varijablu kao prvi dio cjelokupnog GARCH modela, u model se treba dodati dio kojim se današnja prognozirana temperatura regresijskim modelom povezuje sa stvarnom temperaturom od jednog i od dva dana prije prognoziranog dana. U statistici ovakav izraz poznat je kao AR(2) proces (Kölbl, 2006). Zapis (7) koji je bio prikazan kako bi se objasnio problem heteroskedastičnosti zapravo je zapis AR (1) procesa gdje zavisna varijabla y ovisi o jednoj nezavisnoj varijabli x . AR(2) proces u tu jednadžbu dodaje još jednu nezavisnu varijablu x_2 i njoj pripadajući koeficijent β_2 . Kada se ovo proširenje zapisa (7) prevede u termine prognostičkog modela za dnevnu prosječnu temperaturu, onda se AR (2) proces kojim prognozirana vrijednost ovisi o stvarnoj u dva dana prije može zapisati kao:

$$T_t = \alpha + \gamma * T_{t-1} + \delta * T_{t-2} + \epsilon, \quad (10)$$

gdje je T_{t-1} stvarna dnevna temperatura dana prije prognoziranog T_{t-2} stvarna dnevna temperatura dva dana prije prognoziranog, γ , δ i α slobodni koeficijenti i ϵ rezidual za koji će se testirati eventualno postojanje problema heteroskedastičnosti i umjesto tog reziduala ϵ u konačnom izrazu GARCH modela koristiti će se izraz (9). U izrazu (10) postoji slobodni koeficijent α , ali u konačnom izrazu modela niti on neće biti vidljiv kao α već će taj slobodni koeficijent u stvari biti ranije objašnjeni β_n koeficijent uz indikator varijablu za pojedini mjesec u godini.

Prognozička vrijednost ovisi o stvarnoj vrijednosti dva dana prije nje, uz pripadajuće koeficijente. Zato proces u svojem nazivu sadrži broj 2, kao što je GARCH imao nastavak (1,1). AR(2) proces potreban je u analizi temperature jer se njime prognozirana vrijednost iz prvog koraka kod kojeg su postojali samo koeficijenti β_n uz indikator varijable miče s ravne linije (taj β_n predstavlja samo odsječak na osi ordinata i nikako nije dobar procjenitelj temperature sam po sebi) i poprima bilo rastuću bilo padajuću dimenziju koja puno bolje može opisati stvarna kretanja.

Prosječna mjesečna temperatura uz postojanje indikator varijabli + AR (2) proces za povezivanje stvarne dnevne temperature iz prošlosti s današnjom prognozom + GARCH (1,1) model za analizu reziduala i standardne devijacije daje potpuni izraz modela kojim će se prognozirati temperatura u 2018. godini. Izraz GARCH modela sada izgleda:

$$T_t = \beta t * t + \gamma * T_{t-1} + \delta * T_{t-2} + \omega + \alpha * \varepsilon_{t-1}^2 + \beta * \sigma_{t-1}^2, \quad (11)$$

gdje su:

βt – regresijski koeficijent uz indikator varijablu, a t broj mjeseca u godini,

γ, δ – regresijski koeficijenti uz stvarnu prosječnu temperaturu dana prije i dva dana prije prognoziranog, respektivno,

ω, α, β – koeficijenti u jednadžbi GARCH (1,1) modela.

Zapis (11) istovremeno računa prognozu dnevne prosječne temperature za 2018. godinu uz pomoć AR (2) procesa kao što i analizira odstupanja stvarnih vrijednosti od prognoziranih i potencijalno postojanje heteroskedastičnosti uz pomoć GARCH (1,1) procesa.

3.3. Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacije predstavljaju nešto manje sistematičan oblik modeliranja stohastičkih procesa u odnosu na O-U proces i GARCH model. Simulacije se čine na način da se u prognostičkom modelu računa veliki broj mogućih (potencijalnih) distribucija za koje se smatra da mogu kvalitetno i efikasno objasniti neku pojavu koja se prognozira (Sprčić, 2013). U slučaju prognoziranja dnevne temperature Monte Carlo analizom, simulacijom bi se za svaki dan u 2018. godini pretpostavilo barem nekoliko vrijednosti temperature koje bi se zatim dodatnim matematičkim operacijama eliminirale dok se ne bi dobila jedna vrijednost – prognoza srednje dnevne temperature za taj dan.

Korištenje Monte Carlo analize u prognozi temperature iznimno je složen proces, koji se često koristi kod profesionalnih meteoroloških institucija ili vojnih stanica. Simulacije Monte Carlo tipa u meteorologiji, ali i drugim područjima, koriste se kada prognostičar nema saznanja o kretanju zavisne varijable ili se ona kreće toliko nepravilno da je potreban veliki broj koraka kako bi se iz nedeterminističkog dobio neki deterministički model, kao što je primjerice O-U proces. U analizama dostupne literature Alaton (2002), Campbell i Diebold (2005), Benth i Benth (2007) te Cabalero i Jewson (2006) pokazuju kako oni, a i mnogi drugi autori koriste različite metode poput ARIMA modela, O-U procesa, AR i GARCH modela i drugih kojima je cilj pokazati svojstvo temperature koje se vraća svom dugoročnom prosjeku. Iz mnogih radova na ovu temu distribucija kretanja temperature se pretpostavlja kao poznata s tri poznate zakonitosti, a ne nepoznata kako predviđa Monte Carlo simulacija.

Glavna razlika O-U procesa i GARCH modela u odnosu na Monte Carlo simulaciju je u tome što prva dva modela, nakon što računalni programi izračunaju vrijednosti slobodnih koeficijenata α, β, γ i ostalih koji postoje u njihovim zapisima, te vrijednosti prihvaćaju kao zadane i na temelju njih izračunavaju prognoze uz pomoć vrijednosti nezavisnih varijabli. Monte Carlo simulacije, nakon što se uz pomoć utvrđenih povijesnih podataka odrede jednu vrijednost slobodnih koeficijenata α, β, γ i ostalih, tek kreću u kalkulaciju i nastoje u velikom broju ponavljanja formula i novim koracima saznati postoji li neka vrijednost koja bi uspješnije odgovarala za te parametre, a tek tada kreće proces prognoziranja s nezavisnim varijablama.

Berliner (2001) daje kratak uvod u takozvanu Ensemble prognozu vremena, koja se bazira na Monte Carlo simulaciji. Predviđanje meteoroloških kretanja računa se složenim matematičkim operacijama i u jako puno koraka kako bi se dobilo nekoliko mogućih varijanti prognoze vremena u budućnosti. U okviru ovog rada, Ensemble prognoza bi kalkulacijom na temelju podataka 2000.-2017. godine izračunala nekoliko desetaka ili stotina mogućih distribucija temperature za 2018. godinu i zatim algoritmima odredila jednu koja se čini najizglednijom.

Sličan proces dobiva se drugom mogućom metodom koja se naslanja na Monte Carlo simulacije, a to je MCMC metoda procjene parametara prognostičkog modela, odnosno *Markov Chain Monte Carlo analysis*. Ovo načelo predstavljeno u Gilks (1996), prikazuje metodu izračunavanja koeficijenata prognostičkog modela koja se naslanja na Bayesijansku statistiku. Središte Bayesianske statistike, kako ističu Čižmešija i Sorić (2016), je da prognostičar prije provođenja analize o nekoj varijabli, stvara svoj subjektivni dojam o tome kako bi distribucija prognostičke vrijednosti trebala izgledati (*a-priori* distribucija). Ta pretpostavka se zatim uspoređuje sa stvarnim distribucijama iz prošlosti i ponovno se računa u nekoliko stotina iteracija kako bi se dobila uspješnija procjena parametara u modelu.

Uz dva gore navedena rada koja su više teorijskog karaktera, Alaton (2002) koristi Monte Carlo simulaciju u procesu vrednovanja vremenskih opcija odnosno određivanja cijene opcija na vremenske izvedenice, dok Alexandridis i Zapranis (2013) koriste Monte Carlo simulacije za prognoziranje kišnih dana u budućnosti. Postojeća literatura upućuje na to da bi se Monte Carlo analiza temperature zraka vrlo teško provela jer u niti jednom od navedenih radova Monte Carlo simulacija se ne povezuje s prognoziranjem temperature zraka. Zbog tog će se razloga u ovom radu, koji prognozira prosječnu temperaturu, Monte Carlo simulacija zaustaviti na ovom teorijskom pregledu do mogućih budućih saznanja ili jednostavnije i dostupnije simulacije za prognozu temperature.

4. PROGNOZA TEMPERATURE STATISTIČKIM MODELIMA, NJIHOVA USPJEŠNOST I BUDUĆA POBOLJŠANJA

4.1. Prognoza temperature statističkim modelima

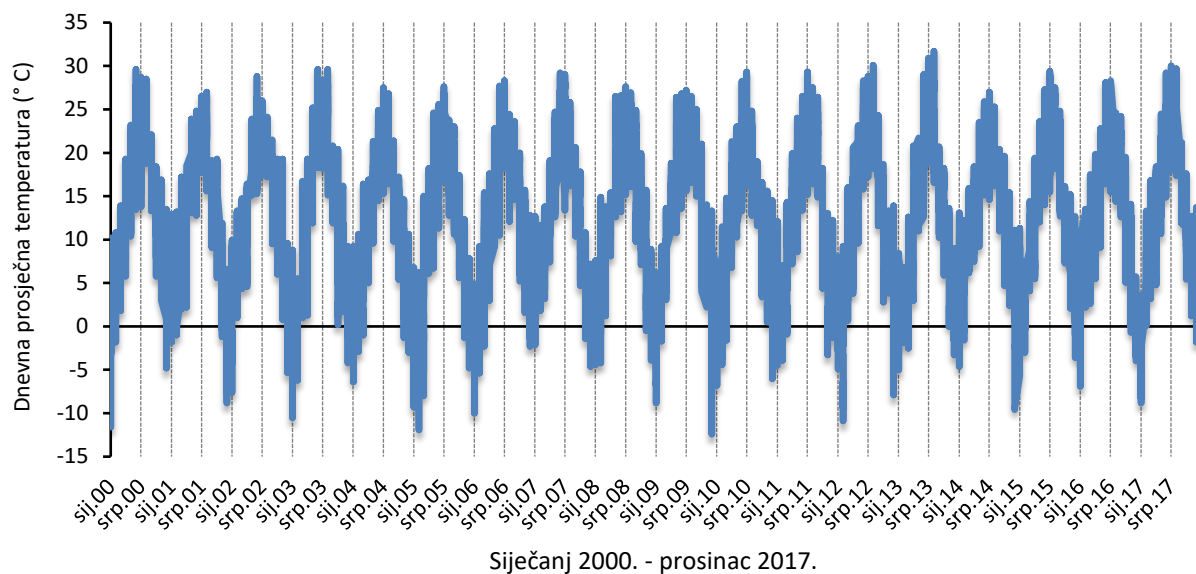
Prva cjelina pokazuje osnovne pokazatelje deskriptivne statističke analize povijesnih podataka za godine 2000.-2017. Analiza služi da bi se jasnije razumjeli podaci koji služe u prognozi 2018. godine. Nakon toga, u drugoj cjelini pristupiti će se procjeni temperature za 2018. godinu prognostičkim modelima.

4.1.1. Deskriptivna statistička analiza povijesnih podataka

Dnevne prosječne temperature u svakoj od osamnaest baznih godina (2000.-2017.) trebale bi prikazivati očekivanja kretanja. Pod očekivanim kretanjima misli se da bi u zimskim mjesecima, koji odgovaraju kraju jedne i početku druge godine, one trebale biti niske i u tom razdoblju postizati ekstremne niske vrijednosti, dok bi sredinom godine, tijekom ljetnih mjeseci, one trebale biti najviše.

Razdoblje između zimskih i ljetnih mjeseci trebalo bi pokazivati konstantno rastući trend temperature u proljetnim mjesecima, kao i konstantno padajući trend temperatura u jesen kada se dnevna temperatura spušta i približava hladnoj zimi. Na slici 5 na slijedećoj stranici biti će prikazani stvarni podaci o dnevnoj prosječnoj temperaturi na mjernom mjestu Maksimir i na temelju linijskog grafikona moći će se lakše donijeti zaključci o postojanju ili ne postojanju takvog kretanja među podacima u baznom razdoblju.

Slika 5: Dnevne prosječne temperature zraka za Zagreb (mjerno mjesto Maksimir), 2000.-2017.



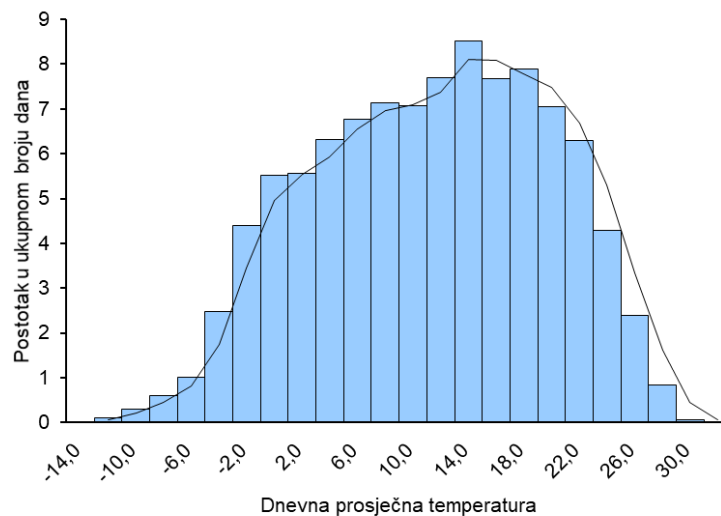
Izvor: autor prema podacima od Vidić (2019)

Dnevne temperature na slici 5 doista i prikazuju očekivana kretanja, s najvišim vrijednostima sredinom godine koje odgovaraju ljetnim mjesecima, i najnižim vrijednostima krajem jedne ili početkom druge godine. Graf, kao i rasponi temperature, slični su onima u radovima u radovima Buizze i Taylora (2004) te Campbella i Diebolda (2005).

Analiza dnevnih prosječnih temperatura u cijelom razdoblju, kao što je to prikazano na slici 5, važna je kao prvi korak u prepoznavanju obrazaca kretanja temperature i lakšeg shvaćanja kretanja temperature u prognostičkom razdoblju. Ipak, važnija analiza za potrebe prognoziranja temperature za 2018. slijedi na slijedećih nekoliko stranica koje promatraju prosjek svih prosječnih dnevnih temperatura i mjere varijabilnost tog prosjeka. Taj dio analize važniji je jer u okviru O-U procesa ključnu ulogu u prognostičkom modelu ima upravo ukupni prosjek svih dnevnih prosječnih temperatura.

Prosječne dnevne temperature u mnogim radovima koji se bave temom prognoze temperature pokazuju određeni odmak od normalne Gaussove distribucije. Deskriptivna statistička analiza koji analizira dnevne temperature zraka za bazno razdoblje (2000.-2017.) također pokazuje blago asimetričnu distribuciju podataka, što potvrđuje i histogram.

Slika 6: Histogram dnevnih prosječnih temperatura zraka za Zagreb (mjerno mjesto Maksimir), 1.1.2000.-31.12.2017.



Izvor: autor

Na slici 6 je prikazana blago ljevostrana distribucija podataka o dnevnoj prosječnoj temperaturi. To znači da je u navedenom razdoblju bio velik broj dana u rasponu od 6°C do 22°C (područje stupaca s pripadajućim najvećim postotcima na grafu), ali da je svejedno postojao manji broj dana s iznimno niskim temperaturama koji distribuciju povlače ulijevo. To je sasvim logično s obzirom da negativne, ili niske pozitivne temperature možemo očekivati isključivo u zimskim mjesecima, pa se i ne može očekivati veliki postotak tih prosječnih dnevnih temperatura u ukupnom broju prosječnih temperatura koji promatraju cijelu godinu. Ova ljevostrana distribucija pokazuje da postoje određene ekstremno niske vrijednosti prosječne temperature, odnosno veliki minusi, koji se nalaze na lijevoj strani distribucije i „razvlače“ distribuciju, inače zgnusnutu u pozitivnom dijelu vrijednosti prosječne temperature. Te vrijednosti mogle bi utjecati na smanjenu preciznost procjene temperatura za 2018. jer utječu na veliku varijabilnosti podatka koja zatim utječe na prosjek i na nepredvidivost dnevnih skokova temperature.

Osnovni pokazatelji deskriptivne statističke analize podataka za cijelo bazno razdoblje, odnosno svih 6.570 dana (18 baznih godina na temelju kojih se izvodila prognoza za 2018. godinu) prikazani su u tablici 3, dok su u tablici 4 prikazani ti isti podaci za svaku treću godinu u baznom razdoblju (2000., 2003., 2006. i tako dalje) također promatrajući sve dane u toj pojedinoj godini. Svi pokazatelji, osim koeficijenta varijacije, ekscesa te koeficijenta asimetrije kao relativnih pokazatelja, izraženi su u stupnjevima Celzija.

Tablica 3: Odabrani pokazatelji deskriptivno-statističke analize dnevne prosječne temperature zraka 2000.-2017.

Naziv pokazatelja	Vrijednosti
Broj promatranih dana	6.570
Srednja vrijednost	12,12
Standardna devijacija	8,47
Koeficijent varijacije	69,88%
Medijan	12,70
Mod	17,40
Eksces	-0,81
Koeficijent asimetrije	-0,17
Maksimalna temperatura	31,70
Minimalna temperatura	-12,40
Raspon varijacije	44,10

Izvor: autor

Napomena: Podaci za 29. veljače kod prijestupnih godina izbačeni su iz baze podataka radi usporedivosti godišnjih podataka.

Deskriptivna analiza podataka pokazuje da prosječna vrijednost prosjeka dnevnih temperatura iznosi 12,12°C, dok je modalna temperatura (ona koja se u analiziranom nizu najčešće ponavlja) 17,40°C. Zanimljivo je kako je mod vrlo sličan temperaturi od 18°C, koja se koristi u vremenskim izvedenicama kao referentna temperatura i na temelju koje se određuju HDD i CDD indeksi. Koeficijent varijacije, koji prikazuje varijabilnost podataka, odnosno koliko je reprezentativan izračunati prosjek od 12,12°C iznosi gotovo 70% i prikazuje veliku varijabilnost podataka te slabu reprezentativnost izračunatog prosjeka.

Kod Gaussove, odnosno normalne distribucije, srednja je vrijednost podataka jednaka modu (najčešćoj vrijednosti) i medijanu (vrijednosti koja distribuciju dijeli na dva jednakobrojna dijela). Promatrana distribucija blago je ljevostrano asimetrična, što pokazuje koeficijenta asimetrije manji od 0 (-0,17). Ova ljevostrana asimetričnost može se primijetiti na slici 6, gdje je tankom linijom prikazana krivulja distribucije dnevnih prosječnih temperatura, koja je blago nagnuta u desno, a u statistici ima suprotan naziv pa je ona zato ljevostrana. Podaci o modu koji iznosi $17,4^{\circ}\text{C}$ koji je veći od medijana $12,4^{\circ}\text{C}$ te aritmetičke sredine koja iznosi $12,12^{\circ}\text{C}$ dokazuju tvrdnju o ljevostranoj asimetriji čiji je osnovni uvjet da je mod veći od medijana koji je veći od aritmetičke sredine (Mandikandan, 2011).

Podaci i distribucije malih raspona (koje su zbog toga jednostavnije i zahvalnije za analizu i prognozu) imaju pozitivan eksces, šiljastiji vrh i niske repove jer ekstremnih vrijednosti ima malo. Kod takvih je distribucija vrlo malo ozbiljnih odstupanja i većina podataka nalazi se blizu prosjeka koji je onda reprezentativniji i točniji. Suprotna situacija je kada je distribucija blago zaobljena i ima deblje repove, kao što je slučaj s promatranim podacima, Promatrani podaci imaju koeficijent manji od 0, pa je vrh distribucije blago zaobljen, a repovi distribucije relativno visoki zbog veće zastupljenosti ekstremnih vrijednosti. To pokazuje široko rasprostranjenu distribuciju, te nižu reprezentativnost izračunatog prosjeka dnevnih prosječnih temperatura.

Tablica 4: Odabrani pokazatelji deskriptivne statističke analize dnevne prosječne temperature zraka odabranih godina

Naziv pokazatelja	Vrijednosti					
	2000.	2003.	2006.	2009.	2012.	2015.
Broj promatranih dana	365	365	365	365	365	365
Srednja vrijednost	12,73	11,91	11,85	12,45	12,57	12,70
Standardna devijacija	8,25	9,80	8,62	8,64	9,34	8,19
Koeficijent varijacije	64,80%	82,28%	72,74%	69,40%	74,30%	64,48%
Medijan	13,85	11,95	13,10	13,60	12,60	12,50
Mod	8,60	21,20	16,40	6,20	6,60	14,40
Eksces	-0,49	-1,12	-0,82	-0,68	-0,58	-1,05
Koeficijent asimetrije	-0,29	-0,06	-0,21	-0,36	-0,30	0,14
Maksimalna temperatura	29,60	29,60	28,30	27,20	30,10	29,40
Minimalna temperatura	-11,60	-10,50	-10,00	-12,40	-10,90	-3,60
Raspon varijacije	41,20	40,10	38,30	39,60	41,00	33,00

Izvor: autor

Napomena: Podaci za 29. veljače 2000. i 2012. izbačeni su iz analize radi usporedivosti godišnjih podataka.

Analiza pokazatelja deskriptivne statističke analize za svaku treću godinu u nizu tijekom baznog razdoblja pokazuje da, ukoliko se primjerice promatra prosječna dnevna temperatura, ona blago raste i u razdoblju od 10 godina (2006.-2015.) pokazuje vrijednost veću za gotovo 1°C. U 2006. prosječna vrijednost prosječnih dnevnih temperatura iznosila je 11,85°C dok je u 2015. ona bila 12,70°C. Trend rasta prosječne dnevne temperature, kojeg primjećuje i Alaton (2002), svakako treba obuhvatiti prognostičkim modelima kako bi se što preciznije prognozirala dnevna temperatura 2018. godine, a to O-U proces i čini preko parametra B u zapisu (6), dok je u GARCH modelu on obuhvaćen AR(2) procesom u zapisu (11).

Sve analizirane godine pokazuju koeficijent varijacije, odnosno prosječno relativno odstupanje od prosjeka, preko 60% čime se pokazuje kako izračunati prosjeci prosječne dnevne temperature nisu reprezentativni i da je dnevna temperatura iznimno disperzirana tijekom godina, što pokazuje i raspon varijacije od oko 40°C godišnje kod skoro svih promatranih godina. Cilj odabranih modela i metoda je da što uspješnije prognoziraju kretanje ovako disperzirane i iznimno stohastičke varijable.

4.1.2. Prognoza dnevnih prosječnih temperatura modelima

Nakon teorijskog pregleda promatranih modela i deskriptivne statističke analize podataka u baznom razdoblju, u ovom dijelu rada pristupiti će se kvantitativnoj analizi uspješnosti prognostičkih modela.

4.1.2.1. Ornstein-Uhlenbeck proces

Kako bi se moglo pristupiti prognozi dnevnih temperatura O-U procesom za 2018. godinu, potrebno je utvrditi parametre A , B , C i ρ iz izraza (6) da bi se zatim samo nezavisna varijabla t , koja predstavlja dane u godini, mogla mijenjati i kako bi se mogle izračunavati prognozirane vrijednosti.

Parametar A izračunati će se kao aritmetička sredina svih prosječnih dnevnih temperatura za bazno razdoblje 2000.-2017 i u zapisu za prognozu temperature će vrijednost parametra A predstavljati konstantu. Parametar B predstavljati će također konstantu, ali će on biti izračunat kao očekivani iznos godišnjeg blagog porasta temperature (koji je utvrđen u tablici 4) u 2018. godini u odnosu na prosječnih $12,12^{\circ}\text{C}$ jer se time želi obuhvatiti rastući trend prosječne temperature zraka.

Excel Solver program nakon toga će na temelju dnevnih prosječnih temperatura i njihovog raspona u svakoj od baznih godina utvrditi parametar C koji prikazuje kolika bi otprilike trebala biti polovina raspona maksimalne i minimalne dnevne prosječne temperature u 2018 ($2 \cdot$ faktor C pokazuje iznos ukupnog prognoziranog raspona maksimalne i minimalne temperature). Konačno, pomak ρ utvrditi će u kojem se dijelu godine može očekivati minimum funkcije, maksimum i prosjek funkcije dnevne prosječne temperature zraka.

Analizom dnevnih temperatura za bazno razdoblje, zapis O-U procesa zadan izrazom (6), s parametrima A, B, C i ρ , dobiva oblik:

$$T_t = 12,12 + 3,48 + 10,654 * \sin\left(\frac{2\pi}{365} * t + 1,499335\right), \quad (12)$$

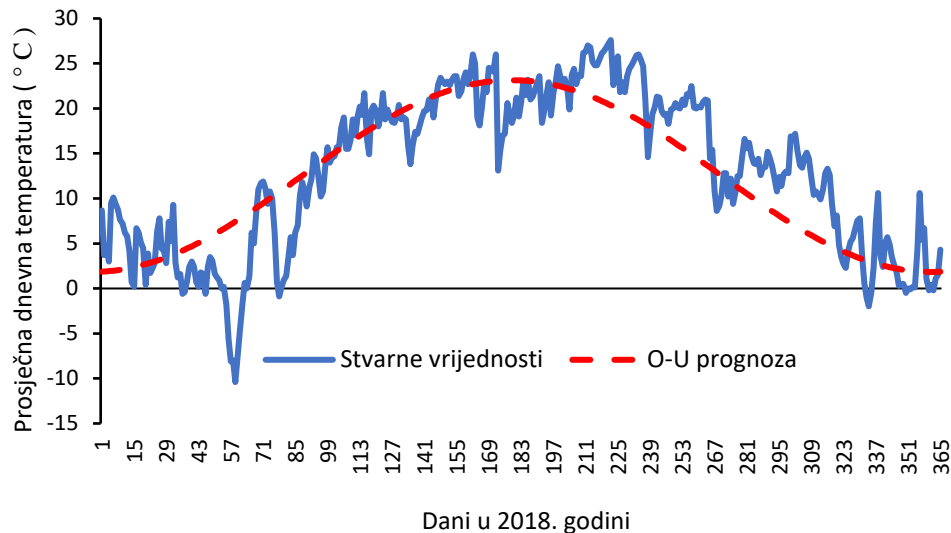
pri čemu je A koeficijent izračunat kao dnevni prosjek prosječnih temperatura od 1.1.2000. do 31.12.2017. i iznosi 12,12°C. Koeficijent B predstavlja očekivani porast godišnje prosječne temperature u 2018. godini u odnosu na prosjek prosječnih temperatura u baznom razdoblju (2000.-2017.) i iznosi 3,48°C.

Faktor C pokazuje odmak od prosjeka prosječnih temperatura, odnosno govori koliko veliki raspon srednjih dnevnih temperature u odnosu na izračunati prosjek možemo očekivati tijekom godine i iznosi 10,65°C. Vrijednost faktora C intuitivno je logična, jer pretpostavlja da će najviše vrijednosti prosječne dnevne temperature biti nešto više od 22°C (12,12°C + 10,65°C), dok će one najniže biti oko 2°C (12,12°C – 10,65°C).

Pomak po sinus funkciji, ρ , određen je u na 1,49 u terminima sinus funkcije, a u terminima aritmetike i broja mjeseci u godini 2,85 mjeseci, odnosno skoro tri mjeseca. Ova tri mjeseca znače da se prosječna dnevna temperatura, ranije izračunatih 12,12°C, može očekivati krajem ožujka (2,85 mjeseci dalje od početka godine), a da će sve prosječne dnevne vrijednosti prije toga (od početka godine do tog kraja ožujka) biti niže od 12,12°C s tendencijom rasta. Pomak srednje dnevne temperature u ožujak intuitivno odgovara kretanju temperature u nekoj prosječnoj godini koja nije izložena temperaturnim šokovima.

Uvrštavanjem vrijednosti od 1 do 365 za svaki dan u godini umjesto t , dobivene su prognostičke vrijednosti za 2018. godinu putem O-U procesa, a na grafu su ucrtane zajedno sa stvarnim dnevnim temperaturama 2018. godine.

Slika 7: Stvarne dnevne prosječne temperature za 2018. godinu i vrijednosti prognozirane Ornstein-Uhlenbeck procesom



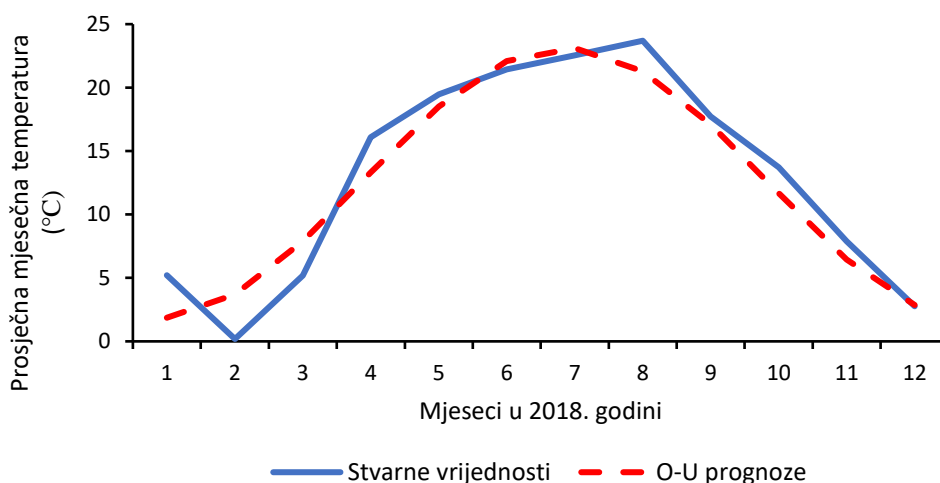
Izvor: autor

Na slici 7 prikazano je kako je O-U proces, bez analize stohastičkih skokova koji bi opisali šiljaste vrhove koji postoje u stvarnim vrijednostima prosječne dnevne temperature za 2018., dosta dobar prognostički model kretanja temperature. Kada se izuzme analiza stohastičkih skokova, O-U proces zapravo je proces koji opisuje funkciju sinusoide kako bi objasnio ranije spomenuto sinusoidno kretanje dnevne temperature, koje se može primijetiti i na slici 5.

Kako je funkcija sinusoide glatka, odnosno nije u mogućnosti opisati šiljke i dnevne skokove koji postoje kod gotovo svakog pojedinog dana koji se prognozira, ona postaje sve bolji procjenitelj prognozirane pojave što je vremenski horizont u kojem se računa stvarna prosječna dnevna temperatura veći.

Veći vremenski horizont, odnosno aritmetička sredina stvarnih prosječnih temperatura za jedan mjesec naspram samo dnevnih prosjeka, utječe na izgladivanje funkcije (engl. *smoothing*). To se događa jer nije realno pretpostaviti da će se mjesečni prosjeci stvarne prosječne temperature biti toliko varijabilni i imati nagle skokove gore dolje kao što to imaju dnevni prosjeci temperature. Koliko god je očekivano da, primjerice, 7. siječnja 2018. ima prosječnu dnevnu temperaturu 0.5°C , pa zatim 8. siječnja $+3.8^{\circ}\text{C}$ da bi nakon toga 9. siječnja imao -0.1°C , toliko je nevjerojatno da se takvi mjesečni prosjeci dogode za tri uzastopna mjeseca, recimo veljaču, ožujak i travanj.

Slika 8: Stvarne mjesečne prosječne temperature za 2018. godinu i vrijednosti prognozirane Ornstein-Uhlenbeck procesom



Izvor: autor

Slika 8 potvrđuje približavanje prognoza O-U procesom stvarnim mjesečnim vrijednostima, međutim vizualni dojam ne predstavlja ozbiljnu i temeljitu analizu preciznosti O-U procesa. Kako bi se, osim vizualnog dojma, mogla usporediti uspješnost prognoziranih vrijednosti O-U procesom prema drugim prognostičkim metodama, potrebno je izračunati odstupanja prognoziranih od stvarnih vrijednosti, za što će se koristiti korijen srednje kvadratne pogreške (engl. *Root Mean Square Error* - RMSE). Prema Chai i Draxler (2014) ovaj je pokazatelj vrlo često korišten za procjenu uspješnosti prognostičkih modela u meteorologiji.

Korijen srednje kvadratne pogreške je definiran slijedećim izrazom:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}}, \quad (13)$$

gdje Y_t predstavlja stvarnu vrijednost prognozirane pojave u razdoblju t , \hat{Y}_t prognostičku vrijednost prognozirane pojave, dok se n odnosi na broj razdoblja za koje se prognoza provodi.

RMSE izračunava zbroj svih kvadriranih vrijednosti odstupanja stvarnih od prognostičkih vrijednosti, koje zatim dijeli sa ukupnim brojem opažanja i taj broj korjenjuje. Operacija kvadriranja provodi se kako bi se poništili efekti pozitivnih i negativnih predznaka u odstupanjima i da bi se veća važnost u ukupnom odstupanju dala većim pojedinačnim odstupanjima, nebitno kojeg su oni predznaka.

Gore objašnjeni proces izračunavanja RMSE provodi se da bi se utvrdilo koliko su prognostičke vrijednosti u prosjeku pogrešne u odnosu na stvarne i to u jedinici mjere (stupnjevima Celzija). RMSE za vrijednosti prognozirane O-U procesom iznosi 4,53. Model griješi u procjeni dnevne temperature u odnosu na stvarne vrijednosti za prosječno 4,53°C.

Drugi pokazatelj koji će se koristiti u procjenama uspješnosti modela i koji je također vrlo često u upotrebi biti će srednja apsolutna postotna pogreška (engl. *Mean Absolute Percentage Error* - MAPE). Prema Hanke i Witchern (2014) zapis ovoga pokazatelja je:

$$MAPE = \frac{1}{n} * \sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{|Y_t|}, \quad (14)$$

gdje je n broj razdoblja u kojima se prognozira, odnosno 365 dana u slučaju prognoze vremena za 2018. godinu. Y_t je stvarna vrijednost temperature određenog dana u 2018. godini, a \hat{Y}_t prognozirana vrijednost toga istoga dana.

Brojnik i nazivnik u apsolutnim vrijednostima eliminiraju utjecaj predznaka na konačan rezultat i isključivo se fokusiraju na apsolutnu razliku prognozirane i stvarne vrijednosti. Nakon izračuna zapisa (14), dobivene se vrijednosti još množe sa 100% jer ovaj pokazatelj izražen relativno kao postotak, a ne u jedinici mjere kao što je to slučaj sa RMSE. MAPE pokazatelj govori koliko je prosječno postotno odstupanje prognoziranih od stvarnih vrijednosti neke varijable. Za O-U proces ovaj pokazatelj iznosi 1,4455 odnosno prognozirana dnevna prosječna temperatura u prosijeku odstupa 144,55% od njene stvarne vrijednosti.

4.1.2.2. GARCH model

Kako bi se moglo pristupiti prognozi dnevnih temperatura GARCH modelom za 2018. godinu, potrebno je utvrditi parametre $\beta t, \gamma, \delta, \omega, \alpha, \beta$ iz izraza (11). Svi ovi parametri, na temelju podataka o dnevnim temperaturama iz baznih godina 2000.-2017., kalkulirati će se u E-Views programu.

Parametar βt , koji će u konačnom izrazu GARCH modela predstavljati konstantu, izračunati će se kao prosjek dnevnih temperatura za svaki dan u siječnju u 18 baznih godina, i predstavljati će $\beta 1$ konstantu za svih 31 prognoziranih siječanjskih dana u 2018. godini. Isti postupak ponoviti će se za veljaču ($\beta 2$), ožujak ($\beta 3$) i ostale mjesece.

Parametri γ i δ , koji će predstavljati regresijske koeficijente kojima će se današnja prognozirana vrijednost temperature dovoditi u vezu sa stvarnom vrijednosti iz baze za jedan i dva dana prije nje, kalkulirati će se metodom najmanjih kvadrata.

Nakon što za svaki dan u 2018. godini utvrde regresijske prognozirane vrijednosti uz pomoć parametara γ i δ , program će razmotriti razlike stvarnih i prognoziranih vrijednosti i, ukoliko za to postoji potreba, korigirati postojanje heteroskedastičnosti uz pomoć parametara ω, α, β i pripadajućih vrijednosti reziduala i varijanci.

Izraz (11) s utvrđenim parametrima koji se kalkuliraju sad se može zapisati kao:

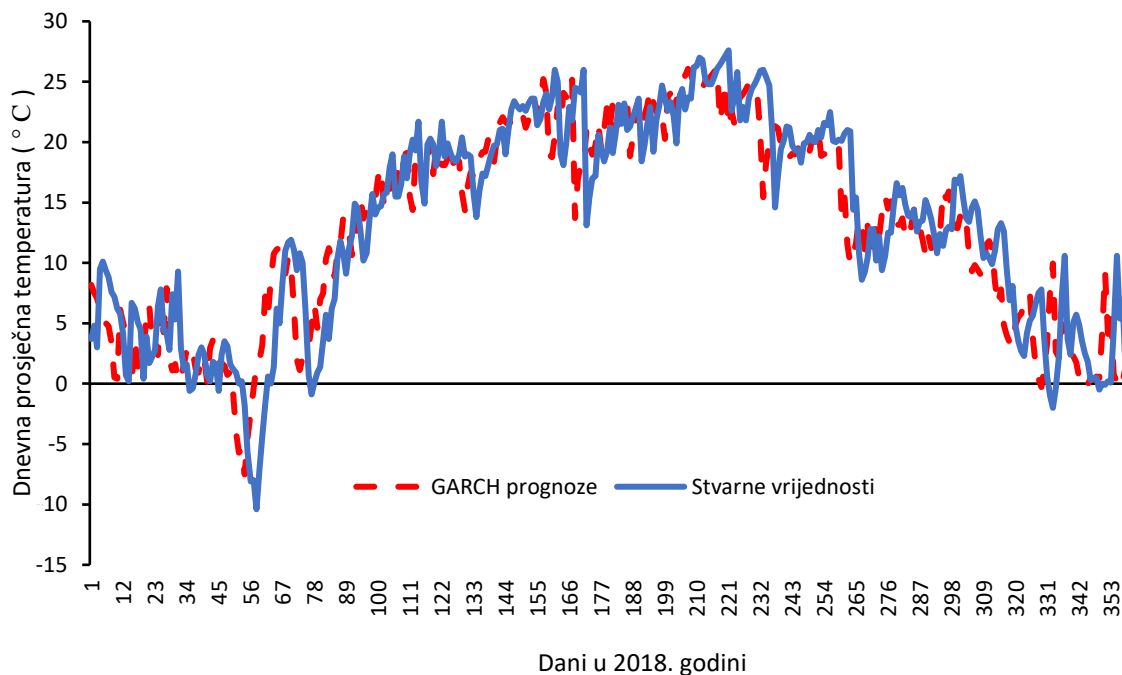
$$T_t = \beta_n + 0.8713 * T_{t-1} - 0.0932 * T_{t-2} + 1.6266 + 0.1003 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0.6271 * \sigma_{t-1}^2, \quad (15)$$

gdje 0.8713 predstavlja regresijski koeficijent uz stvarno izmjerenu prosječnu dnevnu temperaturu dana prije prognoziranog, -0.0932 je regresijski koeficijent uz stvarnu prosječnu dnevnu temperaturu dva dana prije prognoziranog. Konstantni član u zapisu GARCH (1,1) modela iznosi 1.6266, 0.1003 predstavlja regresijski koeficijent uz analizu razlike reziduala u dva uzastopna prognostička razdoblja, a 0.6271 koeficijent uz razliku standardnih devijacija dvaju uzastopnih razdoblja. Zapis koeficijenata β_n uz indikator varijablu za svaki pojedini mjesec u 2018. godini nalazi se u prilogu ovoga rada.

Zanimljiva je vrijednost regresijskog koeficijenta uz varijablu T_{t-2} , -0.0932, koji ukazuje da današnja prognozirana prosječna dnevna temperatura čak i blago negativno ovisi o stvarno izmjerenoj prosječnoj dnevnoj temperaturi dva dana prije njega. Druga zanimljivost odnosi se na to kako računalni program, prilikom izračuna regresijskih koeficijenata, veći ponder izračunava i dodjeljuje nezavisnim varijablama koje su vremenski bliže prognostičkom razdoblju, a manju onima koje su dalje od prognostičkog razdoblja. Tako je koeficijent uz T_{t-1} odnosno uz stvarnu temperaturu dana prije prognoziranog 0.8, dok je onaj uz T_{t-2} , odnosno stvarnu temperaturu dva dana prije prognoziranog, tek -0.09.

Konstruiranjem zapisa (15) i unošenjem vrijednosti stvarne dnevne temperature za bazno razdoblje u E-Views program, dobivene su prognostičke vrijednosti dnevne prosječne temperature za 2018. godinu prikazane na slici 9, usporedno sa stvarnim vrijednostima.

Slika 9: Usporedba stvarnih vrijednosti prosječne dnevne temperature za 2018. i prognoza GARCH modelom



Izvor: autor

Nakon izračuna prognostičkih vrijednosti i konstruiranja grafa, potrebno je odrediti kolika je varijabilnost prognoze u odnosu na stvarne vrijednosti, što će se jednako kao i u slučaju O-U procesa računati uz pomoć RMSE i MAPE pokazatelja kako bi bila moguća usporedba između analiziranih prognostičkih modela. RMSE za GARCH model iznosi 3,75, što znači da je prosječno odstupanje prognostičkih od stvarnih vrijednosti 3,75°C. MAPE pokazatelj za GARCH model iznosi 1,4067 odnosno srednja apsolutna postotna pogreška prognoziranih vrijednosti dnevne prosječne temperature od stvarnih iznosi 140,66 %.

4.2. Odabir najpreciznijeg modela prognoze prosječne temperature

Izračunom RMSE i MAPE pokazatelja za oba promatrana prognostička modela, svi podaci za odabir najpreciznijeg prognostičkog modela su izračunati. Treba istaknuti kako u analizi preciznosti modela, onaj model čiji su i MAPE i RMSE pokazatelji manji predstavlja precizniji model. Tablica 5 daje pregled pokazatelja za promatrane modela.

Tablica 5: Pregled pokazatelja srednje apsolutne postotne pogreške (MAPE) i korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE) za prognostičke modele

Pokazatelj	Ornstein-Uhlenbeck proces	GARCH model
RMSE	4,53°C	3,75°C
MAPE	144,45 %	140,66 %

Izvor: autor

Usporedbom RMSE pokazatelja za dva odabrana prognostička modela, vidljivo je da je GARCH model uspješniji u procjeni dnevne prosječne temperature zraka od O-U proces s prosječnim odstupanjem procijenjenih od stvarnih vrijednosti od 3,75°C u odnosu na 4,53°C kod O-U procesa. Usporedbom MAPE pokazatelja, GARCH model ponovno je nešto uspješniji od O-U procesa s relativnim odstupanjem prognoziranih od stvarnih vrijednosti u iznosu od 140,66% u odnosu na 144,55% kod O-U procesa.

GARCH model možemo usporediti s nekim softverom koji, nakon što u određenom programu ili kodu pronade grešku, rudari dalje kako bi vidio postoje li neke dodatne greške. Za razliku od obične regresije koja metodom najmanjih kvadrata utvrdi odnos nezavisne i zavisne varijabla povezane (što kod GARCH modela čini AR (2) proces), ali rezidual ostavi onakav kakav jest, GARCH model nastoji objasniti zašto je rezidual ili odstupanje takvo kakvo je i nastoji ga još više smanjiti do granice gdje pogreška procjene dnevne prosječne temperature spada u neobjašnjive kategorije koje se dalje mogu objasniti jedino šumovima i *random-walk* varijablama.

O-U proces s druge strane, formira sinusoidu kojom se nastoje obuhvatiti tri glavne značajke temperature ranije objašnjene u radu. To čini analizom dnevne prosječne temperature za bazno razdoblje na temelju kojeg se prognoziraju temperature u 2018. godini te obuhvaćajući trend rastuće temperature tijekom godina i sezonski pomak tijekom svakog pojedinog mjeseca. Ono što O-U proces, u ovakvom sadašnjem zapisu ne može obuhvatiti jednako dobro kao što to radi GARCH model, predviđanje je dnevnih skokova temperature prema gore ili prema dolje u odnosu na prognoziranu sinusoidu. Stoga je i RMSE pokazatelj za oko 1°C viši kod O-U procesa.

GARCH model preciznije predviđa dnevna kretanja i skokove temperatura jer se današnja prognoza temelji na stvarnim temperaturama dva dana prije nje, pa i uspješnije može odrediti skokove ili padove temperature u odnosu na O-U proces koji prognoze temelji na prosječnim vrijednostima. Ipak, GARCH model tu je ograničen jer nagli rast ili pad temperature može ugraditi u novu prognozu tek nekoliko dana nakon što se stvarni skok i dogodio i kada će te temperature postati stvarne T_{t-1} i T_{t-2} vrijednosti. Zbog ovog kašnjenja (engl. *lag*) kod prognoza u GARCH modelu, MAPE pokazatelj je vrlo sličan kod oba modela i iznosi preko 100% te među modelima nema velike razlike po tom pokazatelju iako je RMSE značajno niži kod GARCH modela.

4.3. Problemi u prognoziranju temperature i moguća buduća poboljšanja

Prognoziranje temperature složen je proces jer današnje temperature vrlo rijetko prate jučerašnje ili neke ranije, a niti dostupna duga povijest i prošlost temperaturnih podataka često nije osiguranje za uspješan proces procjene dnevne temperature. Dva modela koja su korištena u ovome radu predstavljaju pojednostavljenu sliku stvarnosti, ali su relativno uspješni u prognozi vremena, pa su kao takvi često korišteni i objašnjeni u stručnoj literaturi. Jasno je da su ti modeli, zbog svoje jednostavnosti, nesposobni precizno objasniti stohastičnost koja postoji u svakom danu u godini i kasne za nekoliko vremenskih razdoblja kada objašnjavaju neočekivane skokove u dnevnim prosječnim temperaturama. Cilj poboljšanja ovih modela je stvoriti prognostički model koji će na temelju povijesti, ali i nekih drugih algoritama, moći u realnom vremenu što preciznije objasniti neobjašnjive skokove dnevne temperature.

Alexandris i Zapranis (2007) u svom radu predlažu takozvane „wavelet“ funkcije, koje su izvedenica neuronskih, mreža kako bi prognozirali dnevnu prosječnu temperaturu za jedno razdoblje unaprijed, kao što je cilj i ovoga rada. Neuronske mreže često se koriste u informatičkim znanostima, a wavelet funkcije nastoje na temelju velikog broja podataka o prošlim vrijednostima temperature razbiti svaki pojedinačni efekt koji utječe na temperaturu zraka na pojedinačne dijelove i zatim ih u prognostičkom razdoblju ponovo sastaviti u jedan efekt koji će objasniti vrijednost temperature zraka za određeni dan puno preciznije i ažurnije.

Britansko meteorološko poduzeće Metoffice, kao i Europski centar za srednjoročne prognoze vremena (ECMWF) koriste se uslugama superračunala u prognozama i simulacijama dnevne prognoze (Samso, 2018). Mnogi svjetski meteorološki uredi i zavodi imaju svoje procesore i modele za prognozu vremena, međutim ova dva ureda koja koriste superračunala mogu iznimno visokom preciznošću prognozirati vrijeme na temelju trenutnih opservacija (engl. *real-time observations*) i velikog broja kalkulacija, čime predstavljaju za sada najuspješniju platformu za prognoze u svijetu. Takvi se modeli, međutim, teško mogu iskoristiti u znanstvenim istraživanjima zbog svoje skupoće i ograničene upotrebe.

5. ZAKLJUČAK

Vremenske izvedenice financijski su instrumenti čija se vrijednost izvodi iz neke druge imovine, a to je u ovom slučaju dnevna prosječna temperatura zraka. Osim prosječne temperature zraka koja je analizirana u ovom radu, vremenske se izvedenice mogu ugovoriti za čitav niz drugih meteoroloških fenomena poput količine kiše, vjetra ili magle. Instrument je nastao krajem 20.-og stoljeća u svrhu osiguranja različitih industrija poput energetike ili turizma čije poslovanje direktno ovisi o kretanju temperature zraka. Poduzeća se mogu kladiti na toplo ili hladno vrijeme uz pomoć CDD i HDD indeksa koji prosječnu dnevnu temperaturu zraka uspoređuju sa referentnom vrijednosti od 18°C i na temelju razlika vrše isplate.

Vrijednost, odnosno cijena vremenskih izvedenica izvodi se iz potencijalnih isplata koje mogu donijeti imateljima, odnosno one vrijede onoliko koliko se od njih može profitirati. Prosječna temperatura zraka specifična je „imovina“ u ovom kontekstu jer ne postoji neka druga, usporediva imovina s kojom bi se temperatura zraka mogla usporediti da se odredi njezina vrijednost. Zato je vrednovanje vremenske izvedenice i procjena njezine cijene isključivo ovisna o dobrom prognostičkom modelu koji će obuhvatiti specifičnosti temperature i ponuditeljima dati dobru bazu za sastavljanje izvedenica. Proces je jako složen jer temperatura zraka pokazuje veliku stohastičnost, ali neke osnovne zakonomjernosti u kretanju temperature postoje: autoregresija govori o povezanosti prognoze sa stvarnom temperaturom nekoliko dana prije nje, sinusoidno kretanje pokazuje sezonski odmak od dugoročnog prosjeka ljeti i zimi, ali i povratak tom prosjeku, dok svake godine temperature pokazuju blagi trend rasta.

U ovom se radu O-U procesom te GARCH modelom prognozirala dnevna prosječna temperatura zraka za 2018. godinu na temelju baze podataka za 2000.-2017. i zatim usporedila sa stvarnim vrijednostima. Analizom literature utvrđeno je kako Monte Carlo simulacije nisu pogodan model za prognoziranje dnevne prosječne temperature zraka, već se prije mogu koristiti u prognoziranju još stohastičnijih pojava od temperature zraka, kao što su prognoziranje kiše, vjetra ili naoblake. GARCH model se ispostavio kao precizniji model za prognozu temperature jer prognostičke vrijednosti prosječno odstupaju od stvarnih za 3,75°C, dok je kod O-U procesa taj pokazatelj 4,53°C. GARCH model pokazao se uspješnijim i prema MAPE pokazatelju koji iznosi 140,66% u odnosu na 144,55% kod O-U procesa.

Sastavljač vremenske izvedenice trebao bi se, u izboru ova dva modela, odlučiti za GARCH model koji mu jamči precizniju prognozu temperature i povezano s tim stabilnije planiranje zarada i troškova kod sastavljanja ovog financijskog instrumenta.

Ipak, kako oba promatrana pokazatelja za promatrane modele pokazuju slične vrijednosti i njihova razlika nije velika, O-U proces također zaslužuje pažnju kao relevantan model u prognoziranju temperature zraka. Baza podataka od 18 godina dnevnih prosječnih temperatura, jedno mjerno mjesto Maksimir na kojemu su temperature mjerene, usporedba prognoziranih vrijednosti dvama pokazateljima MAPE i RMSE, kao i promatranje osnovnih obilježja temperature zraka bez detaljnog modeliranja stohastičnosti u ovome radu, ostavljaju prostor za daljnja istraživanja i moguće drugačije zaključke o uspješnosti O-U procesa i GARCH modela u prognoziranju temperature zraka primjenom drugačijih metodologija ili podataka.

Popis literature

1. Alaton, P., Djehiche, B., Stillberger, D. (2002) On Modelling and Pricing of Weather Derivatives. *Applied mathematical finance journal*, 9(1), 1-20.
2. Alexandridis, A. K., Zapranis, A. D. (2007) Wavelet Neural Networks for Weather Derivatives Pricing, *6th Hellenic Finance and Accounting Association Conference*, Patra, 2007.
3. Alexandridis, A. K., Zapranis, A. D. (2013) *Weather derivatives: Modelling and Pricing Weather Related Risk*. Berlin: Springer.
4. Ali, P. U., Job. J. (2005) *Securitisation of Derivatives and Alternative Asset Classes*. The Hague: Kluwer Law International.
5. Bahovec, V., Erjavec, N. (2009) *Uvod u ekonometrijsku analizu*, Zagreb: Element.
6. Baković, T., Lazibat, T., Županić, I. (2009) Vremenske izvedenice kao instrumenti terminskih tržišta. *Ekonomski misao praksa*, 8(1), 59-78.
7. Baković, T., Lazibat, T., Štulec, I. (2011) Specifičnosti trgovanja vremenskim izvedenicama ovisno o organiziranosti terminskog tržišta. *Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu*, 9(1), 1-16.
8. Benth, F. E., Šaltyte-Benth (2007) The volatility of temperature and pricing of weather derivatives. *Journal of Quantitative Finance*, 7(5), 553-561.
9. Berliner, L. M. (2001) Monte Carlo Based Ensemble Forecasting. *Statistics in Computing*, 11(3), 269-275.
10. Buizza, R., Taylor J. W. (2004) A Comparison of Temperature Density Forecast from GARCH and Atmospheric Models. *Journal of forecasting*, 23(5), 337-355.
11. Caballero, R, Jewson, S. (2003) Seasonality in the Statistics of Surface Air Temperature and the Pricing of Weather Derivatives. *Meteorological Applications* 10, 367-376.
12. Campbell, S. D., Diebold F. X. (2005) Weather Forecasting for Weather Derivatives. *Journal of American Statistical Association*, March 2005, 1-11.
13. Cao, M., Li, A. (2003) Weather derivatives: New Class of Financial Instruments. *Rotman School of Management*, 1-24.

14. Chai, T, Draxler, R. R. (2014) Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)?. *Geoscientific Model Development*, 7(1), 1247-1250.
15. Considine, J. (2000) Introduction to Weather Derivatives. *Agroinsurance*, 1-10.
16. Čižmešija, M., Sorić, P. (2016) *Statističke metode za poslovno upravljanje u programskom jeziku R*. Zagreb: Element.
17. Dall'Amico, M., Hornsteiner, M. (2006) A Simple Method for Estimating Daily and Monthly Mean Temperatures from Daily Minima and Maxima. *International Journal of Climatology*, 26(1), 1930 – 1936.
18. Franses, H. P., Dijk, D. (1996) Forecasting Stock Market Volatility Using (Non-Linear) Garch Model. *Journal of Forecasting*, 15(1), 229 – 235.
19. Gilks, W. R., Richardson, S., Spiegelhalter, D. J. (1996) *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. London: Chapman & Hall.
20. Gillespie, D. T. (1990) Exact Numerical Simulation of the Ornstein-Uhlenbeck Process and its Integral. *Physical review*, 4(2), 1-8.
21. Hanke, J. E., Witchern, D. (2014) *Business Forecasting*. 9th ed., Essex: Pearson Education Limited.
22. Kathuria, A. (2012) *Implementing heteroskedasticity-consistent standard errors in SPSS (and SAS)* [online]. A little bit of this, a little bit of that. Dostupno na: <https://abhisekkathuria.wordpress.com/2012/03/22/implementing-heteroskedasticity-consistent-standard-errors-in-spss-and-sas/> [14. lipnja 2019].
23. Kölbl, F. (2016). *Aggregation of AR (2) process*. Diplomarbeit. Technische Universität Graz
24. Lazibat, T., Županić, I. (2010) Vremenske izvedenice kao instrument upravljanja vremenskim rizikom. *Poslovna izvrsnost*, 4(2), 93-105.
25. Manikandan, S. (2011) Measures of central tendency: Median and mode. *Journal of Pharmacology and Pharmacotherapeutics*, 2(3), 214-215.
26. Ornstein, L. S., Uhlenbeck, G. E. (1930) On the Theory of the Brownian Motion. *Physical review*, 36(1), 1-19.

27. Orsag, S. (2011) *Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja*. Sarajevo: Revicon.
28. Popadić, R. (2014) *Tri marčane bure: mit ili klimatološka pravilnost?* [online]. Crometeo. Dostupno na: <https://www.crometeo.hr/tri-marcane-bure-mit-ili-klimatoloska-pravilnost/> [17. srpnja 2019].
29. Samsó, J. (2018) *New weather supercomputer to be installed in Bologna* [online]. Euronews. Dostupno na: <https://www.euronews.com/2018/11/14/new-weather-supercomputer-to-be-installed-in-bologna> [13. kolovoza 2019].
30. Schiller, F., Seidler, G., Wimmer, M. (2012) Temperature Models for Pricing Weather Derivatives. *Quantitative Finance Journal*, 12(3), 489-500.
31. Sprčić, D. M. (2013) *Upravljanje rizicima: temeljni koncepti, strategije i instrumenti*. Zagreb: Sinergija.
32. Till, H. (2015) Why Haven't Weather Derivatives been more Successful as Futures Contracts? A Case Study. *Journal of Governance and Regulation*, 4(4), 367-371.
33. Vidić, S (Vidic@cirus.dhz.hr) (12. ožujka 2019) *Zagreb Maksimir Temperature 2000-2018*. E-mail za Kovač, M. (Matej.kova@yahoo.com).

Popis tablica

Tablica 1: Industrije koje koriste unaprijednice vezane uz vremenske izvedenice	9
Tablica 2: Industrije koje koriste vremenske izvedenice i vremenski rizici koji ih prate u poslovanju	11
Tablica 3: Odabrani pokazatelji deskriptivno-statističke analize dnevne prosječne temperature zraka 2000.-2017.	29
Tablica 4: Odabrani pokazatelji deskriptivne statističke analize dnevne prosječne temperature zraka odabranih godina	31
Tablica 5: Pregled pokazatelja srednje apsolutne postotne pogreške (MAPE) i korjena srednje kvadratne pogreške (RMSE) za prognostičke modele	40

Popis slika

Slika 1: Call opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom	7
Slika 2: Put opcija s vremenskom izvedenicom kao vezanom imovinom	8
Slika 3: Homoskedastičnost reziduala	19
Slika 4: Heteroskedastičnost reziduala	20
Slika 5: Dnevne prosječne temperature zraka za Zagreb (mjerno mjesto Maksimir), 2000.-2017.	27
Slika 6: Histogram dnevnih prosječnih temperatura zraka za Zagreb (mjerno mjesto Maksimir), 1.1.2000.-31.12.2017.	28
Slika 7: Stvarne dnevne prosječne temperature za 2018. godinu i vrijednosti prognozirane Ornstein-Uhlenbeck procesom	34
Slika 8: Stvarne mjesečne prosječne temperature za 2018. godinu i vrijednosti prognozirane Ornstein-Uhlenbeck procesom	35
Slika 9: Usporedba stvarnih vrijednosti prosječne dnevne temperature za 2018. i prognoza GARCH modelom	39

Prilozi

Prilog 1: Baza podataka o dnevnim prosječnim temperaturama (nekoliko odabranih godina, 2000., 2008., 2017.)

Tablica p1: Dnevne prosječne temperature u 2000. godini

Dan	Mjesec											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	-3,0	7,7	8,9	7,6	17,2	16,2	23,6	20,6	18,7	16,5	11	0,8
2	-0,8	10,8	6,9	12,0	19,0	17,8	27,1	22,6	19,3	16,6	8,2	6,2
3	0,2	6,7	6,5	10,3	14,6	20,6	27,6	23,8	17,4	17,6	11,2	8,6
4	-3,2	1,7	7,3	12,8	16,1	22,6	28,7	23,5	15,7	17,6	10,7	5,2
5	-2,6	6,9	2,7	13,4	14,8	23,8	25,6	22,4	13,9	16,7	7,9	4,4
6	-3,3	8,2	4,6	8,6	16,6	23,8	24,2	20,7	14,4	15,7	9,8	3,5
7	-3,2	9,7	9,0	5,8	18,7	17,6	26,3	19,1	13,6	12,1	10,7	3,4
8	-2,6	9,8	12,6	7,7	17,7	19,0	22,0	18,8	14,9	12,7	11,7	11,2
9	-3,0	6,4	13,9	8,5	21,0	22,4	16,0	22,1	15,3	10,4	9,4	13,5
10	-0,7	2,7	9,6	10,6	22,1	25,4	21,4	22,7	16,2	12,6	8,2	7,7
11	0,4	3,9	10,5	12,0	23,2	25,4	19,4	23,6	16,9	14,4	5,0	6,8
12	-0,9	4,4	8,6	14,3	22,2	27,6	19,0	24,4	18,1	17,1	8,1	3,3
13	-0,8	5,5	6,4	14,1	14,6	26,0	15,4	24,1	20,0	18,4	12,7	10,2
14	0,1	5,1	11,4	15,4	16,8	27,8	18,1	24,2	20,4	16,6	16,9	6,6
15	-0,1	2,3	7,1	15,8	18,1	23,5	13,8	23,4	20,3	14,4	14,2	7,4
16	-2,0	3,8	4,1	14,1	19,4	19,1	14,5	24,5	22,1	15,7	11,5	5,3
17	-2,2	1,6	2,3	16,2	20,4	17,4	17,1	25,2	15,8	15,6	9,8	2,0
18	2,4	1,8	3,0	17,2	22,2	18,4	16,1	26,1	16,0	13,8	8,5	-0,1
19	1,7	2,6	1,8	17,2	13,6	20,6	16,9	27,6	16,9	13,7	6,0	2,4
20	1,3	2,6	1,8	18,6	10,4	23,5	17,9	28,5	20,8	12,1	7,2	1,3
21	3,8	-0,1	5,2	18,8	12,9	28,2	18,5	27,2	18,3	10,3	11,5	-1,2
22	-2,7	-1,8	7,1	18,7	10,7	29,6	20,9	27,0	15,2	7,4	8,5	-2,8
23	-1,5	-0,2	8,8	18,9	15,6	25,6	23,4	25,8	14,6	6,0	8,9	-4,8
24	-6,2	2,1	13,0	15,3	16,4	21,1	24,1	23,2	14,9	5,8	11,5	3,2
25	-10,7	8,8	11,4	14,0	18,7	13,5	25,0	23,9	13,3	11,0	9,9	8,5
26	-11,6	5,9	11,0	16,2	20,6	16,4	25,3	19,0	14,2	13,9	8,9	8,6
27	-8,3	3,9	9,6	17,8	21,3	18,7	23,0	19,5	13,6	8,6	6,2	7,7
28	-7,7	4,0	9,8	19,3	21,8	19,1	21,6	19,3	14,4	7,9	5,9	6,0
29	1,2		9,6	17,0	14,3	18,6	19,5	18,8	15,9	8,7	4,1	5,3
30	6,2		9,6	16,9	14,1	18,5	17,5	22,2	17,9	14,7	3,0	1,5
31	10,2		11,7		17,3		18,8	20,4		17,0		-0,6

Tablica p2: Dnevne prosječne temperature u 2008. godini

Dan	Mjesec											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	-1,1	6,4	11,2	13	14,8	23,3	24,2	25,8	18,2	16,2	15,1	7,9
2	-0,7	6,6	9,8	10,2	14,2	22,8	24,4	23,8	20,6	17,2	14,5	5,3
3	-2,7	4,3	13,8	10,1	14,5	20,0	27,6	24,0	23,4	14,7	12,4	5,8
4	-4,4	6,0	5,2	10,7	13,7	18,7	23,1	25,8	22,7	9,4	15,7	3,0
5	-2,4	6,0	3,6	8,1	13,1	18,4	21,2	23,9	23,1	10,4	14,3	8,9
6	-0,1	5,2	1,2	11,1	13,5	17,4	24,9	22,2	24,9	16,2	13,8	5,4
7	2,2	5,4	3,9	10,2	13,6	17,7	27,2	23,0	24,2	13,9	13,1	3,8
8	0,3	5,1	5,0	8,5	14,4	17,8	18,2	20,6	19,1	13,7	13,3	1,4
9	-0,3	4,2	6,1	14,7	16,0	19,2	19,7	19,7	19,1	15,2	11,0	1,1
10	-0,3	5,5	10,3	15,0	15,6	21,0	22,0	20,0	19,5	14,8	8,6	4,9
11	1,6	1,2	8,2	14,8	14,3	21,0	24,5	19,8	21,0	13,0	8,4	8,4
12	7,0	0,4	12,2	10,0	15,3	17,2	24,9	23,6	22,4	11,9	8,9	5,0
13	6,5	-0,8	10,0	9,3	16,8	15,5	24,9	25,4	14,4	11,4	9,6	5,0
14	5,4	-0,4	10,3	10,9	17,6	13,2	18,2	24,2	10,2	12,4	9,9	5,5
15	3,2	1,5	9,7	11,6	20,4	16,5	18,8	26,9	11,2	15,5	9,8	4,9
16	5,8	-1,6	13,5	10,6	20,3	17,3	22,3	16,4	10,2	16,6	5,2	6,0
17	7,6	-4,2	10,5	10,6	19,3	19,5	22,4	18,4	11,4	8,1	4,6	6,4
18	5,5	0,4	2,1	13,0	17,6	18,0	16,3	20,3	9,8	7,1	1,8	4,6
19	4,9	3,0	2,6	14,2	18,3	21,3	19,7	21,2	11,0	8,7	3,2	5,0
20	3,2	6,0	2,6	15,4	12,6	23,4	25,4	22,9	12,9	10,3	8,8	3,6
21	6,6	7,4	5,4	13,6	13,2	24,0	16,4	21,9	11,1	12,3	9,9	3,8
22	7,4	8,8	3,7	14,1	14,4	25,8	15,4	22,6	11,0	13,2	2,4	4,0
23	0,6	8,8	4,3	10,6	16,6	26,3	15,2	20,0	12,1	11,2	-0,5	2,4
24	0,4	10,4	3,4	11,2	19,5	26,0	19,0	16,1	12,5	8,9	3,4	3,0
25	0,0	14,9	2,8	11,7	20,8	25,6	20,7	16,7	12,3	8,9	3,6	1,0
26	0,3	12,6	4,9	12,8	23,6	26,6	22,9	18,6	12,2	8,8	2,0	0,5
27	2,8	11,5	8,6	13,2	24,4	23,2	24,0	20,3	13,1	10,4	-0,4	0,0
28	5,7	7,5	10,2	14,3	26,5	22,6	23,8	21,0	10,5	14,5	0,4	-2,2
29	1,7		9,4	11,9	22,2	25,2	23,9	21,5	9,8	19,9	1,2	-2,4
30	1,7		9,0	14,2	21,4	22,8	23,6	19,9	14,3	13,4	3,8	-2,8
31	3,0		10,5		22,0		24,9	18,4		12,3		-3,9

Tablica p3: Dnevne prosječne temperature u 2017. godini

Dan	Mjesec											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	-3,6	2,3	4,5	17,0	14,5	22,7	21,0	27,6	19,1	11,3	8,2	4,0
2	2,1	6,4	6,0	15,0	15,3	23,2	21,8	28,3	14,9	11,0	10,0	1,6
3	-0,9	7,9	9,1	18,4	13,4	22,4	20,8	27,4	14,6	14,4	10,2	-0,4
4	-1,1	7,8	13,5	16,3	14,5	23,3	22,1	29,7	15,8	14,4	7,7	-1,0
5	-1,2	8,6	8,4	13,3	12,6	20,8	25,0	28,8	16,9	17,6	10,3	2,0
6	-4,8	5,9	8,5	9,1	17,2	22,0	25,8	24,0	21,2	9,4	8,9	1,0
7	-8,8	4,2	9,4	11,8	14,8	14,9	26,2	22,3	14,6	9,2	9,3	4,9
8	-5,8	1,4	7,7	12,9	15,7	17,1	25,6	23,1	15,0	11,0	9,6	9,0
9	-3,2	0,5	9,1	13,6	10,7	19,4	27,5	27,6	16,9	11,6	9,4	0,2
10	-8,3	0,9	9,7	18,0	11,3	20,2	30,0	27,4	20,0	10,4	8,2	1,8
11	-7,6	2,5	6,2	12,4	18,8	20,9	28,1	25,8	17,7	11,1	7,3	13,7
12	3,6	2,7	3,2	11,2	20,5	24,2	25,6	18,4	14,2	14,1	11,0	11,1
13	3,1	1,7	4,6	16,0	17,7	24,8	23,5	20,5	16,4	14,0	6,2	3,4
14	0,8	0,1	6,9	15,6	18,9	21,0	18,8	21,7	19,6	13,1	6,0	7,9
15	-2,6	1,5	7,7	12,0	16,6	22,5	20,0	22,6	12,5	12,9	4,9	7,4
16	-0,3	2,4	7,8	10,6	19,7	21,8	19,6	25,6	13,6	13,6	5,5	3,6
17	-0,6	4,8	10,0	8,9	18,8	19,2	21,4	24,8	15,2	13,0	5,6	2,4
18	-1,1	5,1	14,2	7,8	18,9	21,4	23,4	25,5	15,1	13,5	4,0	-0,1
19	-2,0	2,8	12,0	4,8	21,9	22,4	27,6	22,7	11,9	13,1	1,6	-1,8
20	-5,5	3,5	16,8	5,6	18,5	24,4	29,2	18,7	12,6	15,2	3,4	-0,2
21	-4,6	9,2	16,8	5,5	18,4	24,2	26,4	17,4	14,0	15,4	10,2	2,5
22	-4,1	9,2	15,0	11,0	19,6	26,1	29,4	17,6	13,5	10,8	11,3	1,8
23	-7,0	12,2	16,4	8,0	20,0	29,2	26,9	19,3	15,4	10,7	11,4	3,8
24	-4,9	9,2	14,4	13,6	18,2	27,5	22,5	22,4	14,9	12,5	12,7	3,0
25	-2,3	3,6	10,0	16,0	16,3	23,8	18,0	24,5	14,9	10,0	10,5	4,8
26	-1,2	4,2	6,0	17,6	18,0	23,4	18,2	26,1	16,0	10,6	5,6	9,7
27	-4,4	10,4	7,5	16,4	20,3	23,8	20,0	26,7	16,2	9,4	1,2	9,5
28	-6,8	13,3	9,6	11,6	20,2	25,6	24,2	21,4	14,5	8,5	1,8	5,4
29	-6,5		13,0	9,1	20,7	23,5	23,6	20,2	12,0	13,6	3,9	1,6
30	-7,3		13,3	12,4	23,2	20,0	26,0	21,2	11,9	6,8	3,6	1,5
31	-2,7		14,3		24,5		26,1	25,5		5,4		8,7

Prilog 2: Ispis E-Views rezultata s β_n parametrima uz indikator varijablu za svaki pojedini mjesec (u ispisu S1-S12)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
S1	0.328172	0.097914	3.351632	0.0008
S10	2.467470	0.126876	19.44784	0.0000
S11	1.368704	0.111167	12.31216	0.0000
S12	0.413926	0.089388	4.630642	0.0000
S2	0.757206	0.108106	7.004288	0.0000
S3	1.944970	0.110439	17.61123	0.0000
S4	2.998611	0.139905	21.43325	0.0000
S5	3.829013	0.165359	23.15582	0.0000
S6	4.731267	0.189226	25.00330	0.0000
S7	5.014358	0.202235	24.79476	0.0000
S8	4.639632	0.198072	23.42396	0.0000
S9	3.418878	0.167723	20.38404	0.0000
TEMP(-1)	0.871388	0.013405	65.00288	0.0000
TEMP(-2)	-0.093237	0.012726	-7.326722	0.0000

Variance Equation				
C	1.626649	0.212759	7.645513	0.0000
RESID(-1)^2	0.100390	0.010934	9.181735	0.0000
GARCH(-1)	0.627130	0.041412	15.14352	0.0000

R-squared	0.917723	Mean dependent var	12.17309
Adjusted R-squared	0.917569	S.D. dependent var	8.479529
S.E. of regression	2.434546	Akaike info criterion	4.602741
Sum squared resid	41009.01	Schwarz criterion	4.619523
Log likelihood	-15938.40	Hannan-Quinn criter.	4.608527
Durbin-Watson stat	2.007470		

Životopis

Matej Kovač rođen je 18. srpnja 1995. godine u Zagrebu. Pohađao je Osnovnu školu Petra Zrinskog nakon čega školovanje nastavlja u V. gimnaziji Zagreb. Ekonomski fakultet Sveučilišta u Zagrebu upisuje 2014. godine i 2018. završava preddiplomski studij, a iste godine upisuje diplomski studij „Analiza i poslovno planiranje“. Tijekom svoga studentskog obrazovanja u sklopu Erasmus razmjene šest mjeseci boravio je u Ljubljani na FELU – Faculty of Economics and Business gdje je proširio svoja znanja iz područja poslovne ekonomije koja mu je i bila usmjerenje na preddiplomskom studiju.

Tečno govori engleski jezik, dobro se služi njemačkim i iskusan je korisnik Microsoft Office programa i alata. Tijekom fakultetskog obrazovanja razvio je sklonost prema financijskoj analizi i statistici koje je dodatno usavršavao odabirom odgovarajućeg diplomskog programa „Analiza i poslovno planiranje“ i asistiranjem članovima Katedre za statistiku u svojstvu demonstratora. Uz akademske obaveze, preddiplomski i diplomski studij proveo je usavršavajući se u praksi putem nekoliko studentskih poslova i praksi sve do stalnog zaposlenja u Addiko banci u svibnju 2019. godine.