

# Bayesova logistička regresija za predviđanje stečaja trgovačkih društava u djelatnosti trgovine na veliko i malo

---

**Moćan, Matteo**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:148:259183>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported / Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-18**



*Repository / Repozitorij:*

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



**Sveučilište u Zagrebu**  
**Ekonomski fakultet**  
**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij**  
**Poslovna ekonomija- smjer Analiza i poslovno planiranje**

**BAYESOVA LOGISTIČKA REGRESIJA ZA PREDVIĐANJE**  
**STEČAJA TRGOVAČKIH DRUŠTAVA U DJELATNOSTI**  
**TRGOVINE NA VELIKO I MALO**

Diplomski rad

**Matteo Moćan**

**Zagreb, rujan 2023**

**Sveučilište u Zagrebu**  
**Ekonomski fakultet**  
**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij**  
**Poslovna ekonomija- smjer Analiza i poslovno planiranje**

**BAYESOVA LOGISTIČKA REGRESIJA ZA PREDVIĐANJE  
STEČAJA TRGOVAČKIH DRUŠTAVA U DJELATNOSTI  
TRGOVINE NA VELIKO I MALO**

**BAYESIAN LOGISTIC REGRESSION FOR PREDICTING  
BANKRUPTCY OF WHOLESALE AND RETAIL TRADING  
COMPANIES**

Diplomski rad

**Student: Matteo Moćan**

**JMBAG: 0067573620**

**Mentor: prof. dr. sc. Josip Arnerić**

**Zagreb, rujan 2023**

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad / seminarski rad / prijava teme diplomskog rada isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem da nijedan dio rada / prijave teme nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog izvora te da nijedan dio rada / prijave teme ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem, također, da nijedan dio rada / prijave teme nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

  
(vlastoručni potpis studenta)

ZAGREB 5.4.2023.  
(mjesto i datum)

## STATEMENT ON THE ACADEMIC INTEGRITY

I hereby declare and confirm by my signature that the final thesis is the sole result of my own work based on my research and relies on the published literature, as shown in the listed notes and bibliography.

I declare that no part of the thesis has been written in an unauthorized manner, i.e., it is not transcribed from the non-cited work, and that no part of the thesis infringes any of the copyrights.

I also declare that no part of the thesis has been used for any other work in any other higher education, scientific or educational institution.

  
(personal signature of the student)

ZAGREB 5.4.2023.  
(place and date)

*Bila mi je čast i privilegija imati za mentora prof. dr. sc. Josipa Arnerića kojemu se zahvaljujem na popriličnoj pomoći u istraživanju i znatnoj potpori u izradi diplomskog rada. Ovo istraživanje ne bi doseglo tako daleko bez mentorovog bistrog uvida u statistiku i mudrog navođenja. Volio bih naglasiti bitan osobni razvoj ovim pothvatom, istančan zbog galantne konstruktivne kritike mentora i inzistiranja na korektnom akademskom pisanju.*

*Posebno hvala mojoj djevojci Ani na nevjerojatno inspirativnoj i magnum godini, te velikoj emotivnoj potpori prilikom stvaranja ovog rada.*

*Za voljene roditelje Ivana i Kludiju, te brata Emanuela.*

*Neizmjerno sam Vam zahvalan što ste mi omogućili predivno i nezaboravno studiranje, te za neiscrpnu potporu, uloženo vrijeme i golemi trud na mene i moje obrazovanje.*

## Sažetak

Pojavom COVID-19 krize, naglo se poljuljala svjetska ekonomija, te se isto dogodilo i Hrvatskoj. Takve okolnosti dovele su u pitanje preživljavanje poduzeća, naročito trgovine koja je pretrpjela najviše uvođenjem protuepidemijskih mjera. Stoga je od velike koristi s velikom preciznošću predvidjeti stečaj trgovina u navedenim uvjetima, kako bi se ispravnim odlukama spriječio stečaj i kako bi se u idealnoj situaciji stekla konkurentska prednost. Zato se provodi stratificirano uzorkovanje poduzeća kako bi omjer uspješnih i neuspješnih trgovačkih društava u sektoru trgovine na veliko i malo odgovarao populaciji s obzirom na njihovu heterogenost, te kako bi se pritom odredio optimalni prag vjerojatnosti za potrebe klasifikacije. Oblikuje se i razvija model standardne i Bayesove logističke regresije s jednim financijskim pokazateljem iz svake grupe financijskih pokazatelja koji su se pokazali signifikantnima za predviđanje stečaja trgovačkih društava djelatnosti trgovine na veliko i malo; koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti, koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine i EBIT marža. Cilj je utvrditi koji financijski pokazatelji najbolje diskriminiraju poduzeća na uspješna ili neuspješna i pridonosi li većoj prediktivnoj sposobnosti Bayesov pristup logističkoj regresiji u uvjetima neizvjesnosti. Koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine najbolje diskriminira između aktivnih poduzeća i onih u stečaju, dok EBIT marža najmanje. Nadalje model logističke regresije predviđa s 90,01% točnosti, a model Bayesove logističke regresije s 90,22% točnosti. Takve performanse modela ukazuju na veću preciznost Bayesove logističke regresije, te da je ona prikladnija za predviđanje stečaja u uvjetima neizvjesnosti. Model Bayesove logistička regresije je dvije godine prije stečaja trgovačkih društava predvidio stečaj sa 87,47% točnosti i 76,45% točnosti tri godine prije stečaja.

**Ključne riječi:** standardna logistička regresija, Bayesova logistička regresija, predviđanje stečaja, financijski pokazatelji, trgovina na veliko i malo

## Summary

With the emergence of the COVID-19 crisis, the world economy suddenly shook, and the same thing happened in Croatia. Such circumstances brought into question the survival of companies, especially retail, which suffered the most due to the introduction of anti-epidemic measures. Therefore, it is very useful to predict the retail bankruptcy in the mentioned conditions with great precision, in order to prevent bankruptcy with the correct bankruptcy decisions and to gain a competitive advantage in the ideal situation. That is why a stratified sampling of companies is carried out so that the ratio of successful and unsuccessful companies in the wholesale and retail trade sector corresponds to the population with regard to their heterogeneity, and in order to determine the optimal probability threshold for the purposes of classification. A standard and Bayesian logistic regression model is designed and developed with one financial indicator from each group of financial indicators that have proven to be significant for predicting the bankruptcy of wholesale and retail trade companies; current liquidity ratio, debt ratio, short-term asset turnover ratio and EBIT margin. The goal is to determine which financial indicators best discriminate between successful and unsuccessful companies and contribute to a greater predictive ability of the Bayesian approach to logistic regression under conditions of uncertainty. The current asset turnover ratio discriminates best between active and bankrupt companies, while EBIT margins do the least. Furthermore, the logistic regression model predicts with 90.01% accuracy, and the Bayesian logistic regression model with 90.22% accuracy. Such performance of the model indicates greater precision of Bayesian logistic regression, and that it is more suitable for predicting bankruptcy under conditions of uncertainty. The Bayesian logistic regression model predicted bankruptcy two years before bankruptcy of companies with 87.47% accuracy and 76.45% accuracy three years before bankruptcy.

**Keywords:** standard logistic regression, Bayesian logistic regression, bankruptcy prediction, financial indicators, wholesale and retail trade

# SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1. Problem i predmet istraživanja .....	1
1.2. Ciljevi i doprinos istraživanja .....	1
1.3. Struktura rada.....	2
<b>2. STEČAJ TRGOVAČKOG DRUŠTVA</b> .....	<b>4</b>
2.1. Pojam i značenje stečaja .....	4
2.2. Stečajni zakon.....	8
2.3. Prethodna istraživanja o predviđanju stečaja.....	13
2.4. Doprinos COVID-19 pandemije stečaju trgovačkih društava u Hrvatskoj .....	22
<b>3. METODOLOGIJA</b> .....	<b>24</b>
3.1. Logistička regresija .....	24
3.1.1. Pretpostavke logističke regresije.....	29
3.1.2. Procjena parametara logističke regresije.....	30
3.2. Bayesov pristup logističkoj regresiji.....	33
3.2.1. Pretpostavke Bayesove logističke regresije .....	35
3.2.2. Procjena parametara Bayesove logističke regresije .....	37
3.3. Prediktivna sposobnost logističke regresije u uvjetima neizvjesnosti.....	45
<b>4. EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE</b> .....	<b>48</b>
4.1. Stratificirano uzorkovanje temeljem ciljane populacije.....	48
4.2. Deskriptivna statistika izabranih financijskih pokazatelja.....	52
4.3. Rezultati i usporedba standardne i Bayesove logističke regresije .....	66
4.4. Interpretacija rezultata i diskusija .....	93
<b>5. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>96</b>
<b>LITERATURA</b> .....	<b>98</b>
<b>POPIS TABLICA</b> .....	<b>102</b>
<b>POPIS GRAFOVA</b> .....	<b>103</b>



# 1. UVOD

## 1.1. Problem i predmet istraživanja

Predmet istraživanja je stečaj trgovačkih društava u sektoru trgovine na veliko i malo u RH, dok se problem istraživanja odnosi na specifikaciju i procjenu modela predviđanja stečaja koji je najprikladniji u konkretnom slučaju primjene. Uz taj se problem vezuje i problem odabira odgovarajućih varijabli (ne samo financijskih indikatora) te specifikacija logističke regresije. To je izazov zbog brzih ekonomskih promjena i veće važnosti zbog intenzivnijih šokova posljedicom kriza i lančanog slabljenja poslovanja poduzeća ili čak stečaja drugih posljedicom stečaja jednog, zbog prisute globalizacije i sve veće povezanosti. Posljedice stečaja ima kritično težak utjecaj na poslovne poremećaje, ne samo na one koji čine poduzeće, već i na užu okolinu tj. one koji su povezani poslovno s tim poduzećem ali ima i multiplikativne učinke na širu okolinu jer pogađa i blagostanje ekonomije ako se rasplamsavaju nekontrolirano financijske poteškoće i stečajevi. Zato se naglašava važnost poboljšavanja pouzdanosti i preciznosti metoda i modela za predviđanje stečaja temeljem financijskih pokazatelja jer su odraz opće situacije. Pogotovo u uvjetima neizvjesnosti, gdje je gotovo nemoguće u danom trenutku minuciozno popratiti i kvantificirati specifične uzroke stečaju naglim nastankom jednog ali teškog događaja.

## 1.2. Ciljevi i doprinos istraživanja

Cilj istraživanja je specifikacija i procjena prognostičkog modela za predviđanje stečaja trgovačkih društava u djelatnosti trgovine u uvjetima neizvjesnosti temeljem financijskih pokazatelja. U tom se kontekstu želi utvrditi, ne samo koji su financijski pokazatelji signifikantni za predviđanje stečaja, već pridonosi li Bayesov pristup prediktivnoj sposobnosti logističke regresije u razdoblju neizvjesnosti, tj. u razdoblju COVID-19 krize u kojem je istoimena metoda i primijenjena.

Ovaj rad nastoji pružiti odgovore na česta pitanja koja su prisutna u istraživanjima slične ili iste tematike, što ujedno predstavlja i doprinos postojećoj literaturi, kao što je izbor homogenog uzorka trgovačkih društava iz ciljane populacije, izbor financijskih pokazatelja u modelu pomoću Akaike informacijskog kriterija i testiranje njihove značajnosti, izbor optimalne razine praga vjerojatnosti za klasifikaciju te prikladan odabir prior distribucija za primjenu Bayesove logističke regresije. Prednosti Bayesove logističke regresije naspram tradicionalne logističke regresije su uključivanje prethodnih (prior) informacija o parametrima u analizu, što pomaže u smanjenju nesigurnosti u procjenama. Nije pitanje trebamo li koristiti prognostičke modele, već je pitanje njihovog unaprjeđenja i prepoznavanja varijabli koje su signifikantne za predviđanje stečaja s obzirom da je najbolji način za sprječavanje stečaja njegovo predviđanje. U krajnjoj liniji svrha sprječavanja stečaja je zaštita zaposlenika, investitora, vjerovnika, poslovnih partnera pa i kupaca. Nadalje, pitanje je žele li stečaj sami oni koji vode poduzeće te trebaju li poboljšati kadar, financije, marketing, istraživanje i razvoj i strategiju da bi izbjegli stečaj, a istovremeno ostvarili konkurentske prednosti.

### 1.3. Struktura rada

Rad se sastoji od teoretskog i empirijskog dijela. Teoretski dio rada uključuje pojmovno određenje logističke regresije i Bayesove logističke regresije, nadalje navode se i pretpostavke istih metoda, te se procjenjuju parametri logističke regresije i Bayesove logističke regresije, zatim se određuje prediktivna sposobnost istih metoda. Nadalje obuhvaća i analizu financijskih pokazatelja koji su se u prethodnim istraživanjima pokazali signifikantnim za predviđanje stečaja. U empirijskom istraživanju provodi se stratificirano uzorkovanje trgovačkih društava trgovine na veliko i malo. Izabiru se 10 financijskih pokazatelja u periodu od tri godine te dva nefinancijska indikatore (veličina i odjeljak djelatnosti) kojim će se provest analiza za predviđanje vjerojatnosti stečaja. Ostatak rada je kako slijedi, u drugom poglavlju navodi se pojam i značenje stečaja, stečajni zakon, prethodna istraživanja o stečaju i doprinos COVID-19 pandemije stečaju trgovačkih društava u Hrvatskoj. U podpoglavljju pojam i značenje stečaja se navode uzroci stečaja kroz unutarnje i vanjske, te prikazuje utjecaj stečaja na užu i širu okolinu. U podpoglavljju

stečajnog zakona, navodi se što je stečajni zakon, što se stečajnim zakonom uređuje i navode se neke opće odredbe stečajnog zakona. U prethodnim istraživanjima o stečaju, za potrebe ovog diplomskog rada, navode se rezultati istraživanja i statističke metode korištene za predviđanje stečaja. Nadalje navedena je ukratko i povijest predviđanja stečaja, predstavnici i reprezentativni modeli koji su korišteni, za Hrvatsku i svijet. U doprinosu COVID-19 pandemije stečaju trgovačkih društava, analiziraju se podaci o kretanju udjela stečaja trgovačkih društva. Na kraju izlaže se zaključak istraživanja, koja statistička metoda je bolja za predviđanje stečaja u slučaju neizvjesnosti, kolika je prognostička preciznost, te koji su financijski i nefinancijski pokazatelji signifikantni za predviđanje stečaja trgovačkih društava u djelatnosti trgovine na veliko i malo.

## 2. STEČAJ TRGOVAČKOG DRUŠTVA

### 2.1. Pojam i značenje stečaja

Iz njemačke istoznačnice konkurs, proizlazi riječ stečaj. Doslovnim prevođenjem: kon=s, sa, i kurs=tečaj. Konkurs ima korijen u latinskom concursus, što znači strka, trčanje zajedno, sukob, sraz (Divković, 1990). Konkretnije, potječe iz sintagme concursus creditorum, čiji doslovan prijevod jest 'strka vjerovnika', što prikazuje situaciju u kojoj se dužnik i njegovi vjerovnici nalaze. Upotrebljava se i naziv bankrot, istoznačnica naziva stečaj. Na Talijanskome jeziku banca rotta označuje oštećenu i trulu klupu, te se nalazi u korijenu riječi bankrot (engl. *Bankruptcy*).

Slučaj u kojem se dužnik nađe u položaju nemogućnosti urednog podmirivanja svoje dospjele novčane obveze, bilo ugovorno, bilo zakonske, tj. koje je trajnije nesposobno za plaćanje, te koji je primoran prodati stečajnu masu i pokriti troškove stečajnog postupka, naziva se stečaj. Do toga dolazi akumulacijom poslovnih teškoća, te dolazi do ključne razine u danom trenutku koja je pravno označena kao stečajni razlog. Poslovne poteškoće obuhvaćaju širok spektar pozicija trgovačkog društva, sa manjim ili većim zastojećima, te u danom trenutku ispunjenjem zakonom propisanog stečajnog razloga, nad trgovačkim društvom se otvara stečajni postupak, koji može biti „smrt“ pravne osobe. Naziv stečaj ima šire značenje, jer se ne navodi uzrok zbog kojeg je trgovac klonuo.

Uzroci stečaju mogu se razlikovati kao unutarnji i vanjski. Ono što direktno utječe na uspjeh, direktno utječe i na neuspjeh. Stoga je djelovanje vodstva poduzeća unutarnji uzrok stečaju, te su trgovačka društva pod izravnim utjecajem kompetencija menadžmenta temeljem odluka o financijama, marketingu, taktičkim i strateškim odlukama. Vanjski opći uzroci stečaju su oni van kontrole vodstva, kao što su pravni, ekonomski, socijalni, ekološki i tehnološki. Konkurencija, kupci, dobavljači, investitori i kreditori dio su vanjskog užeg okruženja. Makar mogu do neke mjere utjecati na njih jer su u doticaju s njima, ali svejedno su van njihove kontrole. Odrednice stečaja ili ne stečaja poduzeća mogu biti veličina i starost poduzeća. Veća i starija poduzeća nisu toliko sklona stečaju. No zbog činjenice postojanja životnog vijeka, velika i starija

poduzeća imaju razloga za prestanak postojanja Ooghe and De Prijcker (2006) je izjasnio 4 glavna procesa poslovnog neuspjeha koja su fundamentalni razlog stečajju s financijskim i nefinancijskim posljedicama. Prvi jest neuspjeh novo osnovanih poduzeća zbog manjka menadžerskog i industrijskog znanja, ostali su; recesija u industriji, manjak povjerenja potrošača, nedovoljno kapitala i teške operativne greške. Drugi jest neuspjeh brzorastućih poduzeća zbog nedovoljnih financijskih sredstva za prilagodbu okolini, ostali su; neaktivna burza, manjak kupca, optimizam, precijenjena prodaja. Treći jest neuspjeh zaslijepljenih rastućih poduzeća uzrokovan vodstvom previše samouvjerenih menadžera bez realnog pogleda na financijsku situaciju poduzeća, ostali su; recesija u industriji, jaka konkurencija. Posljednji jest neuspjeh postepenog truljenja eminentnih poduzeća zbog menadžmenta koji više nije u dodiru sa promjenjivim okruženjem, ostali su; promjene zakona i ekonomije, razvoj konkurencija sa superiornom jezgrenom kompetencijom i strategijom, inertnost i manjak motivacije vodstva. Novak B. i Sajter D. (2007) o tome koji su uzorci stečaja u Hrvatskoj, poslali su 417 anketa kako bi to istražili. No zbog manjka suradnje dobili su odgovore 24 stečajnih upravitelja i 17 sudaca na trgovačkim sudovima. U njihovom istraživanju otkrili su da su uzroci stečajju u Hrvatskoj nerazvijeno tržište, zastarjela tehnologija, posljedice rata, loš menadžment, prijevarena kreditora i zakonodavstva, ne postojanje osobne odgovornosti za dugove, slaba financijska disciplina, loše planiranje, premale plaće, loši međuljudski odnosi. U istom su radu navedeni uzroci stečaja iz drugih istraživanja za Englesku i Njemačku. Pokazalo se da su prezaduženost, gubitak tržišta zbog manjka prodaje i snažnije konkurencije, 'ostali' problemi sa menadžmentom koji uključuje loše planiranje i velik optimizam, te ne plaćanje poreza uzroci stečaja u Engleskoj. U Njemačkoj su se kao uzrok stečajju pokazali neočekivani problemi u projektima, loše ponašanje u plaćanju potrošača, loš menadžment otplate dugova, greške u investicijama, slabe financijske performanse, poslovanje bez kontrolinga i slaba komunikacija.

Godine 1990. propala je sedma najveća američka javna računovodstvena tvrtka Laventhol and Horwath (L&H), do tada najveći i najskuplji kolaps partnerstva u povijesti SAD-a. Tvrtka je završila u stečajju zbog sudskih sporova i lošeg izbora korporativne politike u pogledu opasnosti od sudskog spora. Vodili su agresivnu politiku parničenja, preferirajući sudski postupak nego nagodbu. Stečaj je imao enorman utjecaj na zaposlenike, umirovljenike, partnere, klijente, vjerovnike, struku i financijska tržišta. Nije bilo otpremnina za 3400 zaposlenika, promptno su i

sva osiguranja otkazana. Za umirovljenike su prestale sve isplate mjesečnog dohotka i zdravstvenog osiguranja. Od 31. siječnja 1984. naovamo, svi partneri dovedeni su u stečaj. Stotine javno kotirajućih poduzeća za kraj godine trebale su novog revizora (Stiner, 2010.). Iz navedenog je razvidno kako stečajni postupak uključuje više dionika, ne samo vjerovnike i vlasnike, nego i ostale dionike na koje isti ima izravan ili neizravan utjecaj. Naime, posljedice stečaja pogađaju različite dionike te su opisani u nastavku.

### **Vjerovnici**

Svi su vjerovnici kojima se duguje novac, mogu biti banke, poduzeća koja kreditiraju drugo poduzeće prihvaćanjem odgode plaćanja i investitore u obveznice. U slučaju stečaja poduzeća, svima koji su navedeni prijeti nepovrat posuđenih sredstva, također i kada poduzeće kreditira dobavljač odgodom plaćanja. No u slučaju ako uspiju povratiti posuđena sredstva, popraćeno je pravnim troškovima, kašnjenjima u plaćanju i narušenim novčanim tijekom. U slučaju veće ovisnosti o poduzeću javlja se domino efekt. To znači da jedan stečaj može rezultirati nizom stečaja drugih poduzeća.

### **Vlasnici i dioničari**

U slučaju stečaja, prvo se namiruju vjerovnici jer su svoje dugove osigurali ali su i po zakonu prvi na redu jer i u normalnim uvjetima prvo se isplaćuje dug neosiguranim vjerovnicima, zatim nakon poreza ostaje za reinvestiranje ili raspodjelu dioničarima. Onda ono što ostane od likvidacijske mase se isplaćuje povlaštenim dioničarima, zatim držateljima običnih dionica. Prije nego što dođe do stečaja, može se primijetiti neisplaćivanje dividenda što je već gubitak, te korporacije umjesto financiranja dugom izdaju nove dionice. Time se javlja daljnji gubitak dividendi tj. manje dividende u budućnosti jer ima manji udio u vlasništvu i time manji udio u dobiti. To je pokazatelj slabosti korporacije jer se preferira financiranje dugom, a u prilog financiranja dugom ide to što kamate predstavljaju porezni zaklon, osim toga ne gubi se udio u vlasništvu. Stečajem obično je kapitalni gubitak velik tj. vlasnicima se isplati malo nakon prodaje dionica ili čak ništa, ako uspiju na vrijeme prodati jer trgovanje dionicama može biti ograničeno.

## **Zaposlenici**

Zaposlenici su i vjerovnici i dionici. Vjerovnici jer im poduzeće duguje plaće ili druge prihode povezane s radom, a dionici koji će ostati bez posla u slučaju stečaja. Zaposlenici proživljavaju veće promjene u poslu i životu zbog gubitka zaposlenja. Krizu proživljava ako je osoba zadužena, a ne može naći posao, a novi posao može značiti nepovoljnu plaću, drugačiju okolinu i sam posao ne znači da će biti jednako dobar ili u istoj industriji i istoj poziciji kao i prethodni.

## **Kupci**

Kupci također mogu primijetiti posljedice stečaja, jer na primjer servis kao redoviti i servis u sklopu garancije više nije moguć. Kupci gube i vrijednost darovnih kartica kada maloprodajna poduzeća padnu u stečaj, jer se s njima više ništa ne može kupiti u trgovini u stečaju.

## **Ostali dionici**

Zbog stečaja poduzeća, konkurencija može primijetiti povećanje prodaje, bolje uvjete s dobavljačima i bankama.

## 2.2. Stečajni zakon

Novi stečajni zakon nastupio je na snagu 31.03.2022. njime se uređuju (Narodne novine, 36/2022):

1. Pretpostavke za otvaranje predstečajnog postupka, predstečajni postupak, pravne posljedice njegova otvaranja i provedbe
2. Pretpostavke za otvaranje stečajnog postupka, stečajni postupak, pravne posljedice i njegova otvaranja i provedbe
3. Stečajni plan
4. Osobna uprava dužnika nesposobnog za plaćanje te
5. Pretpostavke i učinci oslobađanja dužnika od preostalih obveza

Za potrebe ovog rada, biti će navede opće odredbe, odnosno neke stavke prvih 7 članka.

„Prema novom stečajnom zakonu, predstečajni postupak se provodi radi uređivanja pravnog položaja dužnika i njegova odnosa prema vjerovnicima, sprečavanja nesposobnosti plaćanja i održavanja njegove djelatnosti, dok se stečajni postupak provodi radi skupnog namirenja vjerovnika stečajnog dužnika, unovčenjem njegove imovine i podjelom prikupljenih sredstava vjerovnicima. Poštenim dužnicima pojedincima omogućit će se oslobođenje od preostalih obveza prema odredbama glave IX. Ovog zakona. Tijekom stečajnoga postupka može se provesti stečajni plan prema odredbama glave VII. Ovoga zakona.“ (čl. 2. st. 1.-3. SZ 2022.)

„Predstečajni i stečajni postupak mogu se provesti ad pravnom osobom i nad imovinom dužnika pojedinca, ako zakonom nije drugačije određeno. Dužnikom pojedincem u smislu ovog zakona smatra se fizička osoba obveznik poreza na dohodak od samostalne djelatnosti prema odredbama zakona o porezu na dohodak i fizička osoba obveznik poreza na dobit prema odredbama zakon o porezu na dobit. „(čl. 3. st. 1. SZ 2022.) „Ako je zakonom isključena mogućnost provedbe predstečajnoga i stečajnoga postupka nad pravnom osobom, za njezine obveze solidarno odgovaraju njezini osnivači odnosno članovi. Ova odredba ne odnosi se na trovačka društva kapitala.“ (čl. 3. st. 5. SZ 2022.) „Predstečajni postupak ne može se provesti nad financijskom institucijom, kreditnom unijom, investicijskim društvom i društvom za upravljanje



investicijskim fondovima, kreditnom institucijom, društvom za osiguranje i reosiguranje, leasing-društvom, institucijom za platni promet i institucijom za elektronički novac.“ (čl. 3. st. 6. SZ 2022.)

„Predstečajni postupak može se otvoriti ako sud utvrdi postojanje prijetee nesposobnosti za plaćanje. Prijeteća nesposobnost za plaćanje postoji ako predlagatelj učini vjerojatnim da dužnik svoje postojeće obveze neće moći ispuniti po dspijeću.“ (čl. 4. st. 1. SZ 2022.)

(čl. 4. st. 2. SZ 2022.) „Smatrat će se da postoji prijetee nesposobnost za plaćanje ako u trenutku podnošenje prijedloga nisu nastale okolnosti zbog kojih se smatra da je dužnik postao trajnije nesposoban za plaćanje i ako:

- Dužnik u Očevidniku redosljeda osnova za plaćanje koji vodi Financijska agencija ima jednu ili više evidentiranih neizvršenih osnova za plaćanje koje je trebalo, na temelju valjanih osnova za plaćanje, bez daljnjeg pristanka dužnika naplatiti s bilo kojeg od njihovih računa ili
- Duže od 30 dana kasni s isplatom plaće koja radniku pripada prema ugovoru o radu, pravilniku o radu, kolektivnom ugovoru ili posebnom propisu odnosno prema drugom aktu kojim se uređuju obveze poslodavca prema radniku ili
- U roku od 30 dana ne uplati doprinose i poreze prema plaći iz podstavka 2. ovog stavka, računajući od dana kada je radniku bio dužan isplatiti plaću.“

„Postojanje okolnosti i stavka 2. podstavka 1. ovog članka dokazuje se potvrdom financijske agencije. Financijska agencija dužna je na zahtjev dužnika ili vjerovnika bez odgode izdati takvu potvrdu. U protivnom financijska agencija odgovara za štetu koju bi podnositelj zahtjeva zbog toga mogao pretrpjeti.“ (čl. 4. st. 3. SZ 2022)

„Stečajni postupak može se otvoriti ako sud utvrdi postojanje stečajnog razloga. Stečajni razlozi su nesposobnost za plaćanje i prezaduženost. Dužnik može predložiti otvaranje stečajnog postupka i ako učini vjerojatnim da svoje već postojeće obveze neće moći ispuniti po dspijeću (prijeteća nesposobnost za plaćanje). Na prijetee nesposobnost za plaćanje kao stečajni razlog na odgovarajući način primjenjuju se odredbe članka 4. ovoga zakona.“ (čl. 5. st. 1.-4. SZ 2022.)

„Nesposobnost za plaćanje postoji ako dužnik ne može trajnije ispunjavati svoje dospjele novčane obveze. Okolnost da je dužnik namirio ili da može namiriti u cijelosti ili djelomično tražbine nekih vjerovnika ne znači da je sposoban za plaćanje.“ (čl. 6. st. 1. SZ 2022.)

(čl. 6. st. 2. SZ 2022.) „smatrat će se da je dužnik nesposoban za plaćanje:

- Ako u očevidniku redoslijeda osnova za plaćanje koji vodi Financijska agencija ima jednu ili više evidentiranih neizvršenih osnova za plaćanje u razdoblju dužem od 60 dana koje je trebalo, na temelju valjanih osnova za plaćanje, bez daljnjeg pristanka dužnika naplatiti s bilo kojeg od njegovih računa.
- Ako nije isplatio tri uzastopne plaće koje radniku pripadaju prema ugovoru o radu, pravilniku o radu, kolektivnom ugovoru ili posebnom propisu odnosno prema drugom aktu kojim se uređuju obveze poslodavca prema radniku.“

(čl. 7. st. 1.-2. SZ 2022.) „Prezaduženost postoji ako je imovina dužnika pravne osobe manja od postojećih obveza. Odredba stavka 1. ovog članka neće se primijeniti:

- Ako se prema okolnostima slučaja (razvojnog programu, raspoloživim izvorima sredstava, vrsti imovine, pribavljenim osiguranjima i slično) osnovano može pretpostaviti da će dužnik pravna osoba nastavljanjem poslovanja uredno ispunjavati svoje obveze po dospijeću.
- Ako za obveze društva osoba solidarno odgovara član društva fizička osoba nad čijom imovinom nije pokrenut ili otvoren stečajni postupak.“

Kako bi se izbjegao stečaj i na vrijeme pristupilo restrukturiranju, izmjenama zakona propisuje se sustav ranog upozoravanja koji će signalizirati dužnike u financijskim problemima. Stečajnim zakonom želi se učinkovitije djelovati na problem nesolventnosti poslovnih subjekta. Pristupom predstečajnom postupku omogućit će se nastavak rada će se održivim poslovnim subjektima, a nesolventnim ili prezaduženim se omogućuje nastavak poslovanja otpustom duga. U stečajnom postupku se također poboljšava položaj radnika. Njihova prava iz zdravstvenog

osiguranja neće biti upitna, jer HZZO će pravodobno obavijestiti o stečaju. Nadalje izmjenama se uvode stroža pravila za obavljanje profesije stečajnog upravitelja. Unatoč ranijim izmjenama zakona, još uvijek je nesolventni sustav opterećen nepotrebnim formalnostima, stečajni postupak traje duže nego što bi trebao i nerijetko onemogućuje restrukturiranje održivih dužnika.

Novi stečajni zakon obuhvaća zakon o stečaju i zakon o financijskom poslovanju, time krati rokove, pa je vidljiva akceleracija postupka predstečajnih nagodbi i stečaja. Novim prijedlogom postupak se vodi red jednim tijelom, što ubrzava postupak. Do sada su se predstečajni postupci preplitali kao upravni i sudski, što je rezultiralo pravno problematičnom situacijom za poduzetnike. Do sada je predstečajni zakon većini poslužio za prolongiranje stečaja ili za stupanje u besplatan stečaj. Zakonom se obvezivalo pokretanje predstečajnog postupka za sve one koji imaju problem s likvidnošću, uz ublažavanje te obveze kako bi dužnici što lakše prošli predstečaj. Manjina je iskoristila predstečaj kao korektan način poravnjenja svojih financijskih obveza. Novim zakonom će manje dužnika pokretati predstečaj. Nadalje se postupak skraćuje tako da FINA samo prikuplja podatke, više ne donosi odluke. Stoga neće biti iteracije postupka, prvo pred FINA-om, zatim pred sudom. Neće biti preglasavanja nametanjem volje vjerovnika svima drugima zbog posjedovanja dvije trećine potraživanja. Uzimat će se u obzir kriterij prema pojedinom broju vjerovnika, dužnik sam utvrđuje koga priznaje. Nepriznati vjerovnici se samostalno prijavljuju, stoga će vjerovnici imati pravo osporiti sporne tražbine. U pravilu su se banke namirile iz hipoteka, a ne ostali vjerovnici. Stečaj bio bi kvalitetan kada bi tretman i stupanj naplate bio jednak svim vjerovnicima. Automatski stečaj je novo rješenje, koje uvodi izvjesnost u sudbinu dužnika i prava vjerovnika. Prema tome neće pojedinim vjerovnicima stečajni postupak biti samo trošak i angažman na sudu. Svatko tko se nađe u području predstečajnog razloga biti će obeshrabren jer je predstečajni postupak restriktivan, opterećen kratkim rokovima, strogim pravilima za obustavu postupka i visoko postavljenim granicama za prihvaćanje predstečajnog sporazuma. Lakše je tražiti izvansudske načine restrukturiranja i uspostave likvidnosti u normalno stanje, nego savladati sve procesne zapreke te postići propisanu većinu glasova za sklapanje predstečajnog sporazuma. Sumnja se u učinkovitost suda. Dok FINA daje tehničku podršku cijelom poslu, predstečajne nagodbe vraćaju se u cijelosti u ruke suda. Upitno je hoće li sustav moći biti učinkovit kada sve preuzmu sudovi. Postoji problem da će povezana društva preglasavati ostale vjerovnike jer novi stečajni zakon nije uključio preporuke Europske komisije za pomoć poštenom poduzetniku u

teškoćama. U tom slučaju je dana mogućnost suda da uskrati davanje suglasnosti za nagodbu. Novim zakonom tjeraju se tvrtke u stečaj ako tri mjeseca nisu isplatile plaće, neisplata plaća rezultat je nemogućnosti naplate potraživanja. Dakle ne prepoznaje se prioritet naplate potraživanja, zatim bi se isplatile plaće, no zbog strogog kratkog postupka se samo gase radna mjesta. Rezultati istraživanja Sajtera (2014) pokazuju da se u velikom broju slučajeva praktična provedba stečajeva sudara sa definiranim zakonskim ciljevima stečajnog postupka. Stečajni zakon je netransparentna, zbog toga vjerovnici nisu namireni u cijelosti. Potvrđeno nalazom da se obilne nagrade isplaćuju stečajnim upraviteljima čak i kada se vjerovnicima ne isplaćuje ništa. Nadalje, stečajni upravitelji u stečajnim postupcima mogu poduzimati aktivnosti koje idu na štetu kolektivnog namirenja vjerovnika jer upravitelji ne podnose detaljan izvještaj o prihodima i rashodima.

### 2.3. Prethodna istraživanja o predviđanju stečaja

Literatura će se predstaviti pregledom razvoja modela i različitih pristupa za predviđanje stečaja u svijetu. Zatim se iznosi pregled financijskih pokazatelja ključnih za predviđanje bankrota na temelju istraživanja u svijetu, hrvatskoj i prema industriji trgovine u svijetu.

Znanstvena analiza predviđanja stečaja započela je 1930-ih. Bellovary i sur. (2007) navode znanstvene studije u ovom području provedene između 1930. i 2004. Također Zanzerović i Peruško (2021) radom su prikazali najčešće korištene statističke i matematičke metode; diskriminantna analiza, modeli linearne vjerojatnosti, logit i probit analiza, višenominalni logit modeli, stablo odlučivanja i neuronske mreže. Nakon čega je dan pregled modela za predviđanje stečaja koji su u teoriji i praktičnoj primjeni zauzeli najistaknutije mjesto; Altman (1968), Beaver (1966), Deakin (1972), Ohlson (1980), Edmister (1972) i Zavgren (1985). U početku se predviđanju stečaja pristupalo razmatranjem pojedinačnih financijskih pokazatelja i njihovom usporedbom s određenim referentnim vrijednostima temeljem čega su izvođeni zaključci kao u radovima Fitzpatricka (1932) i Altmana (1968). Razvijanje modela za predviđanje stečaja otišlo je korak dalje implementacijom statističkih i matematičkih metoda, kod kojih su središnje mjesto također zauzimali financijski pokazatelji, a bitan napredak učinjen je u smislu određivanja važnosti pojedinog pokazatelja te preciznosti korištenog modela.

Pionirsko istraživanje bilo je usmjereno na analizu pojedinačnih financijskih omjera i usporedbe između poduzeća koja pokazuju dobro financijsko stanje i onih koja su bankrotirala. Prvi istraživački rad napisan je od strane Fitzpatricka (1932). Autor je otkrio da u usporedbi sa standardnim omjerima i trendovima omjera tj. onima koji su služili kao mjerilo i predstavljale vitalnost poduzeća, propale firme su imale nepovoljne omjere, a uspješne povoljne omjere. Također je predložio da bi se manje važnosti trebalo pridati koeficijentu trenutne likvidnosti i koeficijentu ubrzane likvidnosti u slučaju ako je poduzeće opterećeno dugoročnim dugovima. Godine 1966. Beaver testirao je korisnost financijskih pokazatelja na primjeru predviđanja financijskog neuspjeha poduzeća. Empirijsko istraživanje proveo je na uzorku od 158 proizvodnih korporacija čije su dionica javno kotirale na burzi (Beaver, 1966). Uzorak čini 79 korporacija koje su ušle u stečaj u razdoblju od 1954. do 1964. godine, isti broj ostatka uzorka čine financijski zdrave korporacije. Navedene korporacije poslovale su u 38 različitih djelatnosti. Izabrao je 30

financijskih pokazatelja grupiranih u 6 skupina za potrebe analize; omjeri novčanog toka, omjeri neto prihoda, dug prema ukupnoj imovini omjeri, tekuća prema ukupnoj imovini omjeri, tekuća imovina prema kratkoročnim dugovima omjeri i omjeri obrtaja. Godine 1968. Altman je objavio prve rezultate multivarijatne analize podataka o stečaju. Njegov rad smatra se početkom modernog pristupa predviđanju bankrota, jer je dosadašnja istraživanja unaprijedio uporabom diskriminacijske analize. Z-score koji je Altman razvio, temeljila se na multivarijatnoj diskriminacijskoj analizi i bila je standardna metoda predviđanja bankrota najmanje 20 godina nakon njezina nastanka (Altman, 1968). On je analizirao istovremeno 5 financijskih omjera na uzorku od 33 listana zdrava poduzeća i 33 bankrotirana i pokazao da se sa vrlo velikom pouzdanošću može predvidjeti bankrot za godinu dana unaprijed s točnošću od 95%. Dok Beaver (1966) univarijatnom analizom izvodi zaključak da je između uspješnih i neuspješnih poduzeća najbolji diskriminator omjer novčanog toka i ukupnog duga, pri čemu analizira zasebnu diskriminatornu moć svakog pojedinog pokazatelja. Klasifikacijska preciznost tog omjera pokazana je u rasponu od 78% do 87%, bilo bi to od 5 godina prije bankrota do godinu dana prije bankrota. Altmanovo istraživanje potaknuo je sve veći interes za istraživanje bankrota, te je u narednim godinama postala je atraktivna tema za mnoge istraživače. Edmister (1972) je istraživao korisnost analize financijskih omjera za predviđanje neuspjeha malih poduzeća. Osvrnuo se na istraživanja Altmana i Beavera koji su proveli istraživanja o predviđanju stečaja na srednjim i velikim poduzećima. Stoga je Edmister odlučio provesti isto samo na malim poduzećima. Koristio je step-wise multivarijatnu diskriminacijsku analizu s restrikcijom na jednostavnoj korelaciji kako bi odabrao financijske pokazatelje koji će najbolje diskriminirati između zajmoprimaca s gubitkom i bez gubitka malih poduzeća. Koristio je za analizu 19 pokazatelja koji su se u prethodnim istraživanjima pokazali signifikantnim za predviđanje stečaja, te je izabran uzorak od 42 zajmoprimca malih poduzeća. Istraživanjem razvio je funkciju sa sedam varijabli koje predviđaju stečaj u 39 od 42 slučaja, tj. s 93% preciznošću. Funkcija se sastoji od pokazatelja tj. slijedećih omjera: neto radni kapital/tekuće obveze, vlasnički kapital/prodaja, neto radni kapital/prodaja, kratkoročne obveze/vlasnički kapital, zalihe/prodaja, kratkoročna imovina/kratkoročne obveze (brzi odnos) i brzi odnos/prosječni brzi odnos u industriji. Deakin (1972.) kombinira istraživanja Beaver i Altmana. Obuhvatio je uzorak od 64 poslovna subjekta koji su bili podijeljeni na dvije grupe. Prvu grupu činili su poslovni subjekti koji su klonuli u stečaj, a drugu grupu financijski zdrava poduzeća, čiji su podaci preuzeti u razdoblju od 1964. do 1970. Postojala je podudaranost

između dviju grupa u pogledu veličine aktive, razdoblje na koje su se odnosili financijski izvještaji te djelatnosti. Odabrao je 14 pokazatelja koje je koristio Beaver. Istraživanjem je zaključio da eliminiranje varijabli s niskim ponderom u funkciji značajno utječe na povećanje pogrešnog klasificiranja poslovnih subjekata. Prethodna istraživanja o predviđanju poslovnog neuspjeha Ohlson (1980) kritizira zbog dva razloga, neispunjenih obveznih pretpostavki diskriminacijske analize i zavisnih uzoraka (engl. *paired samples*). Ohlson za uzorak uzima 105 bankrotiranih poduzeća i 2058 slučajno odabrana zdrava poduzeća. Od 9 financijskih omjera uključeno u analizu, samo se 4 pokazalo statistički signifikantno: veličina, omjer ukupnih obveza i ukupne imovine, omjer zarada nakon kamata i poreza i ukupne imovine i omjer radnog kapitala i ukupne imovine. S obzirom da se u slučaju financijskih pokazatelja teško mogu ispuniti osnovne pretpostavke diskriminacijske analize predlaže se uporaba logit modela tj. logističke regresije. Ohlson uporabom takve metodologije i korištenjem četiri pokazatelja oblikuje model za predviđanje poslovnog neuspjeha (engl. *business failure*) s točnošću od 96,3%. Veći broj istraživanja nakon 1980-ih odustaje od korištenja diskriminacijske analize, te se češće koriste probabilistički modeli kao što su probit i logit modeli zbog njihove robusnosti i njihovih prednosti. Ohlson se ističe kao prvi autor koji je primijenio logističku regresiju za predviđanje stečaja. Ubrzo nakon toga, Zmijewski (1984) je proveo studiju vezanu uz predviđanje bankrota i razvio pristup predviđanju financijskih poteškoća (engl. *financial distress*). Bila je usmjerena na profitabilnost, a ne na bankrot. Međutim, svoj model je upotrijebio za predviđanje bankrota godinu dana unaprijed i izvijestio o točnosti od približno 80%. Netom nakon tog rada, Zavgren (1985) kako bi 5 godina unaprijed ispitala stečaj proizvodnih poduzeća, razvila je logit model. Osim navedenih, objavljeni su i mnogi drugi znanstveni radovi o modelima predviđanja bankrota. Modeli se razlikuju i po varijablama koje se koriste za predviđanje kao i po pristupima modeliranja. Među 165 modela stvorenih od 1960-tih, Bellovary i sur. (2007) navode najpopularnije pristupe modeliranju: diskriminantna analiza, logit i probit modeli i neuronske mreže, ali metode kao što su evolucijski algoritmi i algoritmi strojnog učenja (engl. *machine learning*).

Adullah i sur. (2019) istraživali su koji faktori mogu poslužiti za predikciju financijskih poteškoća malih i srednjih poduzeća 4, 3, 2 i 1 godinu prije poteškoća. Za svako poduzeće koje je stupilo u bankrot je usklađeno s zdravim poduzećima, temeljem ukupne imovine. Za analizu koristili su podatke 130, 111, 77 i 26 potresenih poduzeća. Isto je učinjeno sa zdravim poduzećima,

samo je analiza izvršena na 260, 222, 154 i 52 poduzeća. Koristili su logističku regresiju kako bi identificirali prediktore za mala i srednja poduzeća u poteškoćama. Utvrđeno je da je omjer duga i ukupne imovine dosljedno značajan tijekom cijelog razdoblja istraživanja. Bio je glavni razlog neuspjeha malih i srednjih poduzeća u Malaziji, s obzirom da najveću proporciju financiranja koriste dug. Signifikantnim faktorima također su se istakli tekući omjer tj. odnos kratkoročne imovine i kratkoročnih dugova, odnos kratkoročnih obveza i ukupnih obveza, profitabilnost ukupne imovine, koeficijent obrtaja ukupne imovine i profitabilnost vlasničke glavnice. Rezultati istraživanja ukazuju na konstantnu signifikantnost omjera duga i ukupne imovine kroz svih 4 godine. Dok ostali već spomenuti koji su se pokazali signifikantnima, više ističu u određenom periodu. Odnos duga je kroz svih 4 godine signifikantan u razlikovanju poduzeća s poteškoćama i bez poteškoća. Nalazi istraživanja pružaju četiri modela za otkrivanje financijskih poteškoća malih i srednjih poduzeća sa točnošću od 76,2 do 81,2 % i 66,5 do 90% za odgovarajuće procijenjene i zadržane uzorke. Fijorek i Grotowski (2012) u istraživanju predikcije bankrota poljskih poduzeća su zaključili da postoji jasna grupa financijskih pokazatelja koja su od velike pomoći u predikciji bankrota poduzeća. Ti pokazatelji su: koeficijent trenutne likvidnosti, operativna profitabilnost, neto profitna marža, odnos kratkoročnih obveza i ukupne imovine, odnos ukupne imovine i vlasničke glavnice, koeficijent obrtaja ukupne imovine. Obuhvaća podatke 13288 tvrtki, od kojih je 1198 otišlo u stečaj. Namjera je, korištenjem Shumwayevog (2001) pristupa, prikazati agregirane rezultate prilagođavanja mnogih konkurentskih specifikacija stečajnog modela velikom uzorku poljskih tvrtki. Primijenili su Shumwayevu metodu i koristili penaliziranu metodu najveće vjerodostojnost (engl. *penalized maximum likelihood method*) za procjenu parametara modela logističke regresije. Prema istraživanju, moguće je predvidjeti bankrot dvije godine prije nego što nastupi, i to poprilično precizno između 70% i 96,6%. Sfaikianakis (2021) imao je za cilj istraživanja specificira model pomoću novog skupa prediktorskih varijabli, koji postiže značajnu diskriminaciju među uvrštenim proizvodnim tvrtkama u Grčkoj, korištenjem diskriminacijske analize DA (engl. *discriminant analysis*). Korišten je jednako uravnotežen podudaran uzorak od 28 Grčkih proizvodnih poduzeća uvrštenih na burzi, u razdoblju od 2008. do 2015. godine. Koeficijent ubrzane likvidnosti, zalihe podijeljena sa tekućim obvezama, pokriće novčanim tokom i ekonomska dodana vrijednost podijeljena sa ukupnom imovinom su pokazani kao signifikantni za predikciju bankrota poduzeća u Grčkoj. Pomoću navedenih varijabli ispravno je klasificirano 96,43% grupiranih slučajeva 1 godinu prije stečaja. Prilagođeni model predviđanja za dvije i tri



godine prije stečaja koristio je iste varijable i ispravno klasificirao 92,86% i 89,29% poduzeća. Posljedično, ova mješavina financijskih omjera postigla je snažnu točnost klasifikacije tri godine prije bankrota, ukazujući na sliku financijskog zdravlja poduzeća. I još su mnogi u svijetu pokušali predvidjeti bankrot; primjerice Ray (2011), Bhunia i sur. (2011) u Indiji, Nam i sur. (2000) u Koreji te Rashid i Abbas (2011) za Pakistan.

Bogdan (2021) je za svrhu svog istraživanja imao istražiti mogućnost predviđanja stečaja u hrvatskoj restoranskoj industriji. Za uzorak je uzeo 297 poslovnih subjekata u stečaju i 308 poslovnih subjekata koji nisu u stečaju. Logističkom regresijom procijenjen je model s dvije varijable, te je isti pokazao 82,8% točnosti predviđanja godinu dana prije stečaja, 76,7% dvije godine prije stečaja i 76,4% tri godine prije stečaja. Zaključuje se da važnu ulogu u predviđanju stečaja restorana imaju: koeficijent vlastitog financiranja i EBITDA. Dvadeset eksplanatornih varijabli bilo je uključeno u istraživanje, ali je zbog problema s multikolinearnošću uklonjeno devet varijabli. Nakon provođenja procedure stepwise odabira, razvijen je model koji se sastojao od dvije varijable, a to su koeficijent vlastitog financiranja i EBITDA. U slijedećem radu Bogdan i sur. (2021) analiziraju predviđanje stečaja na temelju ukupne populacije hrvatskih poduzeća. Reprezentativnost uzorka postigli su podudaranjem pune populacije poduzeća u stečaju i sličnih zdravih poduzeća, a uzorak se sastoji od 1099 poduzeća. Diskriminantnom analizom i logističkom regresijom provode predviđanja. Koristili su 21 financijski pokazatelj, te je točnost DA modela 73,7%, a logit modela 76,3%. Prethodno su Bogdan i sur. (2019) testirali i kalibrirali Altman Z score model na uzorku od 52 poduzeća, od čega 26 koji su otvorili stečaj i 26 sa stabilnim poslovanjem, te je isti promatran u ukupnom vremenskom razdoblju 2007.-2016. Kod poslovnih subjekata koji su otvorili stečaj, uspješnost predviđanja za godinu dana ranije iznosi 73,08% za gornju i 84,62% za donju granicu. Točnost za dvije godine ranije iznosi 71,15% i 86,54% prilikom testiranja gornje i donje granice, te za tri godine ranije isto vrijedi za gornju granicu 71,15% i nešto slabije u odnosu na dvije godine ranije za donju granicu u iznosi od 78,85%. Pervanu i sur. (2011) glavni cilj istraživanja bio je istražiti mogu li javno dostupne informacije o stečaju i financijskim izvještajima biti korisne za razvoj modela predviđanja stečaja. Uzorak se sastojao od 78 tvrtki u stečaju i 78 zdravih tvrtki iz hrvatske, djelatnosti proizvodnje i trgovine/veleprodaje. DA model je pokazao predviđanje tvrtki u stečaju sa 79,5% točnosti, a učinkovito se za predviđanje bankrota mogu koristiti koeficijent tekuće likvidnosti, stupanj zaduženosti i omjer EBIT. Model logističke

regresije je rezultirao sličnim nalazima, no pokazatelj značajan za diskriminaciju između bankrotirale i zdrave tvrtke razlikuje odnos kratkotrajne i dugotrajne imovine. Točnost klasifikacije modela logističke regresije iznosi 85,9%. Rezultat istraživanja je pokazalo da javno dostupna financijska izvješća i financijski pokazatelji imaju informacijsku vrijednost jer se mogu učinkovito koristiti za predviđanje bankrota poduzeća. Pervan (2017) je kroz članak prezentirao model za predviđanje stečaja za hrvatska mala i srednja poduzeća iz proizvodnog sektora. Primjena logističke regresije rezultirala je vrlo kvalitetnim modelom, empirijsko istraživanje ukazalo je da su financijski pokazatelji statistički značajni za predviđanje stečaja malih i srednjih proizvodnih poduzeća slijedeći: EBIT marža, tekuća likvidnost i samofinanciranje. Točnost predviđanja oblikovanog modela u segmentu uspješnih poduzeća je 93%, u segmentu proizvodnih u stečaju je 78,6%, dok je ukupna točnost predviđanja 87,9%. Vareško i Zubin (2022) imali su za cilj istražiti utjecaj pandemije COVID-19 na poslovanje sektora ugostiteljstva u istarskoj županiji. Koristili su prilagođeni Altmanov Z-score model, jer je primjena izvornog modela bila ograničena prvenstveno za predviđanje stečaja za poduzeća koja kotiraju na burzi. Modelom je analiziran i testiran utjecaj pandemije na poslovanje poslovnih subjekata unutar sektora ugostiteljstva. Istraživanje se temelji na uzorku od 60 mikro i malih poduzetnika u razdoblju od tri godine 2018.-2020. Korištene su metode deskriptivne statistike, a testiranje hipoteze je izvršeno pomoću studentsovog t-testa. Rezultati su ukazali na značajno pogoršanje poslovanja. Primjenom Altmanovog z-score modela pokazano je da je u 2020. godini u odnosu na 2019. broj tvrtki s visokim rizikom stečaja porastao s 26 na 33 odnosno s 43% na 55% dok se istovremeno prosječna vrijednost z-scorea značajno smanjila zbog COVID-19 na razini signifikantnosti od 5% s 1,85 na 0,67 (uzimajući u obzir da je granična vrijednost 1,1). Šarlija i Jeger (2011) razvili su tri modela temeljena na financijskim pokazateljima pomoću logističke regresije kako bi pratili relativnu važnost financijskih pokazatelja prije, tijekom i nakon recesije. S promjenama i prilagođavanjem u svakodnevnim poslovnim aktivnostima poduzeća, Pokazatelji aktivnosti pokazali su se značajnim u modelu predviđanja stečaja. Dok su omjeri financijske poluge smanjeni s modela 2007./2008. na model 2008./2009. To pokazuje da nedostatak izvora financiranja nije imao značajan negativan utjecaj na poduzeća koja su se uspješno prilagodila i koja su promijenile poslovne aktivnosti. Zaključili su da promjenom ekonomskih uvjeta treba prvo promijeniti razinu praga vjerojatnosti te nakon toga slijedi razvoj novog modela. No u slučaju nepromijenjenih ekonomskih uvjeta, isti model može postići odgovarajuću preciznost tijekom godina.

U Hrvatskoj nema istraživačkih radova koji su se konkretno bavili predviđanjem stečaja trgovine primjenom Bayesove logističke regresije i utvrđivanjem signifikantnih pokazatelja za predviđanje stečaja u tom sektoru u uvjetima neizvjesnosti, čak i u svijetu predviđanje bankrota u sektoru trgovine je oskudan. Postoje radovi u Hrvatskoj koji u analizu među ostalim sektorima uključuju i trgovinu, čiji se pak rezultati razlikuju prema obuhvatu podataka, tj. u niti jednim radovima nije obrazložen izbor slučajnog uzorka poduzeća koji se analizira, niti se autori osvrću na ograničenja metode koju koriste, a ne ispituju niti koja svojstva podaci imaju da bi primjena predložene metode bila adekvatna. S obzirom da se ovo istraživanje bavi predviđanjem stečaja i utvrđivanjem financijskih pokazatelja relevantnih za predikciju stečaja u trgovini, slijedeći radovi su relevantni. Vuković i sur. (2020) su razvili model kojim se može predvidjeti stečaj poduzeća koristeći logistički regresijski model. Za uzorak su odabrali 23 poduzeća u stečaju i 30 zdravih poduzeća. Tvrtke posluju u trgovačkoj industriji, sektoru veleprodaje u zapadnoj Europi, u vremenskom razdoblju od 2010. do 2018. godine. Logit model se temeljio na izboru između 23 financijska pokazatelja. Pokazatelji koji su se pokazali kao najvažniji prediktori stečaja su: povrat na kapital, kratkotrajna imovina/ukupna imovina, solventnost, obrtaj radnog kapitala (prodaja/radni kapital), zalihe/kratkotrajna imovina. Arnis (2018) istraživao je predviđanje bankrota Grčkih maloprodajnih i veleprodajnih trgovačkih poduzeća i posebno odnos između mogućnosti predviđanja logit modela i stupnja homogenosti uzoraka bankrotiranih i zdravih poduzeća. Uzorak od 119 poduzeća u stečaju uparen je s jednakim brojem zdravih poduzeća u razdoblju od 2003.-2014. godine. Zaključak istraživanja ukazuje da homogenost uzoraka poduzeća, odabirom poduzeća približnih veličina i na uzorku iz iste djelatnosti dovodi do ukupne bolje prediktivne sposobnosti modela. Godinu prije bankrota, ukupna prediktivna sposobnost logit modela za sva trgovačka poduzeća je 72,88%, dok prediktivna sposobnost modela u slučaju podsektora trgovine na veliko je 85,25%. sukladno tome dvije godine prije bankrota, ukupna prediktivna sposobnost modela povećana je sa 71,24% na 80%. Varijabla strukture kapitala, pokazuje najbolju sposobnost predikcije. Keener (2013) rad se posebno fokusira na primjenu modela predviđanja neuspjeha na poduzećima maloprodaje. Koristi logističku regresiju kako bi se predvidjelo koje će tvrtke vjerojatno propasti. Uzorak za studiju uključuje javna poduzeća Sjedinjenih Američkih Država iz maloprodaje, a podaci su prikupljeni za razdoblje od 2005. do 2012. godine. Rezultati istraživanja pokazuju da manja maloprodajna poduzeća s manje zaposlenih imaju veću vjerojatnost da propadnu, nadalje tvrtke s nižim omjerima gotovine i tekućih obveza,

nižim omjerima maržama novčanog toka i višim omjerima duga i kapitala vjerojatnije će podnijeti zahtjev za stečaj. U predviđanja neuspjeha tvrtki u maloprodajnoj industriji model se pokazao iznimno preciznim, koristeći se sa nekoliko financijskih omjera. Suprotno tome, rezultati pokazuju da će tvrtke s većim povratom na imovinu vjerojatnije podnijeti zahtjev za stečaj, a ovaj neočekivani rezultat trebalo bi dodatno ispitati u budućim studijima. Indriani i Thamrin (2020) imali su za cilj identificirati dominantne uzorke za formiranje modela za predviđanje bankrota maloprodajnih uslužnih tvrtki koje kotiraju na Indonezijskoj burzi u razdoblju 2015.-2017. godine. Uzeli su uzorak od 20 poduzeća i koristili su 20 financijska pokazatelja. Korištena analitička metoda je diskriminativna analiza, te su rezultatima diskriminativnog testa korištenjem postupne metode (engl. *stepwise*) dobili varijable za formiranje modela: omjer duga i kapitala, povrat na kapital i zarada po dionici. Diskriminanta funkcija je u stanju točno klasificirati slučajeve u čak 88,3%. Ballkoci i Gremi (2016) ispitale su uzorak od 30 maloprodajnih tvrtki koje su bile aktivne u razdoblju od 2010. do 2012. godine dionice 30 tvrtki trajno su suspendirane ili uklonjene s kotacije zbog neispunjenja obveza. S obzirom na karakteristike komercijalnih poduzeća, uzele su u obzir 22 financijska pokazatelja koji potencijalno predstavljaju financijsku situaciju. Pokazala su se samo 8 statistički signifikantnim. Logistička regresijska funkcija dobivena modelom logit analize izgrađenom prema klasifikaciji poslovnih jedinica u jedinici stečajnih i ne stečajnih jedinica godinu dana prije pojave stečaja je: tekući odnos, obrtaj ukupne imovine, omjer duga, neto profitna marža i ROA.

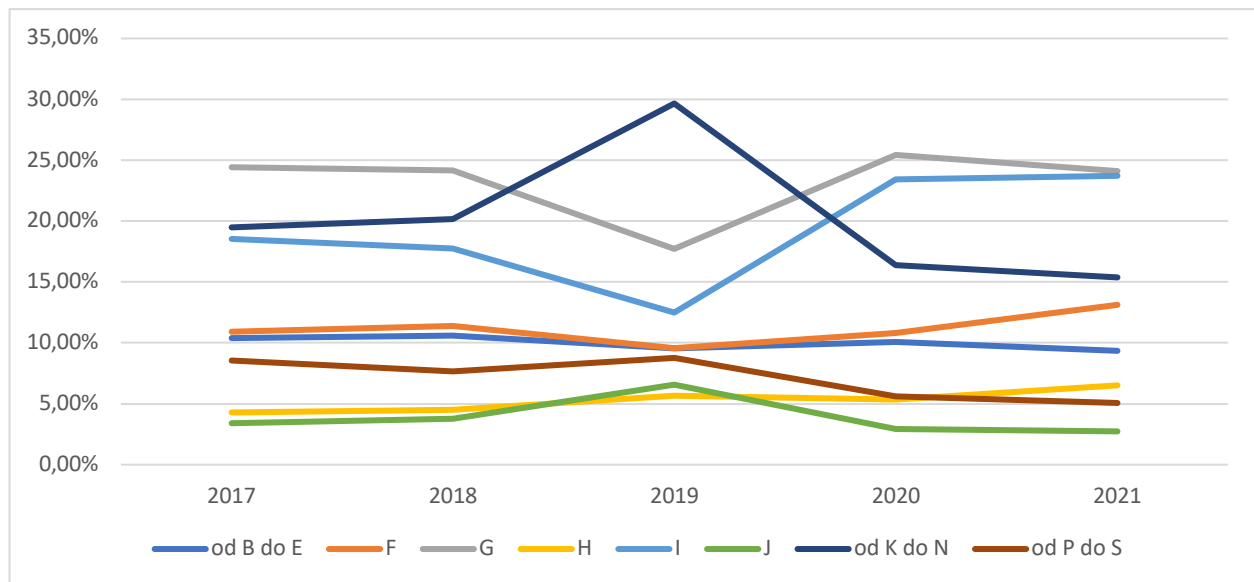
Većina autora u analizu uključuje mali uzorak poduzeća ili pak uzorak poduzeća koji je gotovo jednak broju varijabli pa su procjene parametara neefikasne i nesignifikantne zbog malog broja stupnjeva slobode. Također, najveći dio izabire jednak broj poduzeća u uzorak koja su uspješna i neuspješna prilagođavajući se na taj način razini praga vjerojatnosti (engl. *cut-off*) od 0,5 što je pogrešno jer takvi uzorci nisu reprezentativni budući nisu proporcionalni broju uspješnih i neuspješnih poduzeća u populaciji. Drugim riječima, u populaciji nikada neće biti jednak broj uspješnih i neuspješnih poduzeća pa je pristup „uparenih“ uzoraka pogrešan i pruža prividno dobru sliku o prediktivnoj (klasifikacijskoj) točnosti modela logističke regresije LR (engl. *logistic regression*). Ispravnije bi bilo izabrati proporcionalni stratificirani uzorak poduzeća koji odgovara populaciji, a da se pri tome odredi optimalni prag vjerojatnosti za njihovu klasifikaciju. Veliki je nedostatak što mnogi autori zanemaruju „nenormalnost“ financijskih pokazatelja, a istovremeno

je pretpostavka normalne distribucije ključna prilikom procjene parametara. Ipak, logistička regresija, koja ima isti cilj kao i diskriminacijska analiza, razvila se kao alternativna tehnika DA jer dopušta analizu podataka u uvjetima kada je pretpostavka o normalnoj distribuciji promatranih varijabli narušena. S druge strane, DA i LR pretpostavljaju da su parametri koji se procjenjuju fiksni, dok su varijable slučajne, stoga su oba pristupa frekventistička. Bayesovci za razliku od frekventista pretpostavljaju da su parametri slučajni, a varijable fiksne (imaju jednake vrijednosti u ponovljenim uzorcima). To znači da Bayesov pristup zahtijeva unaprijed poznavanje distribucije vjerojatnosti svakog parametra pojedinačno, tj. barem nekih vjerojatnosnih svojstava na osnovu kojih se može definirati priorna distribucija istoimenih parametara. Naposljetku se izvodi posteriorna distribucija za svaki parametar te se interpretira na odgovarajući način, a prikladnost modela testira se križnom validacijom (engl. *cross-validation*). Naime, dobivene procjene parametara u standardnoj logističkoj regresiji nemaju apsolutnu sigurnost, primjerice nije apsolutno sigurno da će povećanje zaduženosti za jednu jedinicu povećati vjerojatnost bankrota za procijenjen broj puta, kojeg nazivamo omjerom šansi (engl. *odds ratio*). Bayesov pak pristup omogućuje da se odredi za koliko će se puta najvjerojatnije povećati vjerojatnost bankrota ako se zaduženost poveća za jednu jedinicu. Ujedno je taj pristup pogodan primijeniti u uvjetima neizvjesnosti, što je u ovom radu i učinjeno s obzirom na obuhvat poslovanja poduzeća u periodu COVID-19 krize. Zato je glavni doprinos ovog rada utvrditi ima li Bayesov pristup logističkoj regresiji veću prediktivnu sposobnost, odnosno je li Bayesova logistička regresija superiornija od standardne logističke regresije u periodu COVID-19 krize, koja je zasigurno utjecala na stečaj trgovačkih društava u djelatnosti trgovine u RH.

## 2.4. Doprinos COVID-19 pandemije stečaju trgovačkih društava u Hrvatskoj

Nastup velikih poremećaja prvenstveno s fizičkog aspekta, te psihičkog i gospodarskog, uzrokovano je globalnom zdravstvenom krizom COVID-19, početkom 2020. godine. Kako bi se vršila represija nad širenjem virusa, poduzete su protuepidemijske mjere; fizička distanca od 2 m, nošenja zaštitnih maski, dezinfekcija ruku i prostora, nadalje samoizolacija u slučaju bliskog kontakta sa zaraženom osobom, već su jasne naznake crvenih zastavica u provođenju poslovanja ako se tih pravila strogo drži i krionice ne krše. Uvođenjem parcijalnog ili potpunog zatvaranja (engl. *lockdown*) obustavio se rad institucija, trgovačkih subjekata, uslužnih subjekata i javnog prijevoza, čak i zabranu mjesta prebivališta u nekim zemljama. Mjere zatvaranja u vidu ograničenog broja kupaca unutar prodavaonica, zabrana rada nedjeljom, skraćivanje radnog vremena, dezinfekcije prostora i pauze prilikom izmjena smjena, trgovina je najviše pretrpjela (Narodne novine, 131/2020). Dok je strategija borbe protiv COVID-19 krize Švedskog modela bio kolektivni imunitet, te je bez kočenja aktivnosti imala manji sveukupni broj smrtnih slučajeva na 100 tisuća stanovnika za razliku od Hrvatske (WHO, 2023).

Graf 1: Udio stečaja prema djelatnosti NKD-a 2007. godine



Izvor: Izrada autora prema DZS (2021) Osnovni pokazatelji poslovne demografije u 2020. dostupno na: <https://podaci.dzs.hr/2021/hr/10022>

Tablica 1: Djelatnosti prema NKD-u 2007. godine

**Od B do E** Rudarstvo i vađenje; Prerađivačka industrija; Opskrba električnom energijom, plinom, parom i klimatizacija; Opskrba vodom, uklanjanje otpadnih voda, gospodarenje otpadom te djelatnosti sanacije okoliša

<b>F</b>	Građevinarstvo
<b>G</b>	Trgovina na veliko i na malo; popravak motornih vozila i motocikla
<b>H</b>	Prijevoz i skladištenje
<b>I</b>	Djelatnosti pružanja smještaja te pripreme i usluživanja hrane
<b>J</b>	Informacije i komunikacije
<b>Od K do N</b>	Financijske djelatnosti i djelatnosti osiguranja; Poslovanje nekretninama; Stručne, znanstvene i tehničke djelatnosti; Administrativne i pomoćne uslužne djelatnosti
<b>Od P do S</b>	Obrazovanje; Djelatnosti zdravstvene zaštite i socijalne skrbi; Umjetnost, zabava i rekreacija, Ostale uslužne djelatnosti

Izvor: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2007\\_06\\_58\\_1870.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2007_06_58_1870.html)

Prema grafikonu može se primijetiti trend vraćanja prvobitnom stanju, vraćanju približno udjelu stečaja trgovine u ukupnom broju stečaja kao prethodnih godina nastupom pandemije COVID-19, štoviše za nijansu je udio i prerastao prijašnje udjele. Udio stečaja trgovine u ukupnom broju stečaja za 2017. godinu iznosi 24,44% i za 2018. godinu iznosi 24,14%, te pada 2019. godine na 17,72%, tada je drugi po redu po broju stečaja. Nastupom COVID-19, udio se povećao približnom udjelu kao 2017. i 2018. samo za nijansu veći u 2020. godini od 25,43% te se razina zadržala i u 2021. godini i udio iznosi 24,12%, samo je udio sitno pao. Može se zaključiti da je trgovina najviše pogođena pandemijom COVID-19, ima najveći udio u ukupnom broju stečaja.

„U ožujku 2020. godine i na početku potpunog zatvaranja, realni promet trgovine na malo zabilježio je najveći pad do tog trenutka od siječnja 2010. godine i ekonomske krize koja je tada bila još prisutna Republici Hrvatskoj.“ (Keglević i sur., 2022).

### 3. METODOLOGIJA

#### 3.1. Logistička regresija

Logistička regresija (engl. *logistic regression - LR*), baš kao i diskriminacijska analiza (engl. *discriminant analysis - DA*) spada u zavisne tehnike multivarijatne statističke analize. U zavisnim tehnikama statističke analize unaprijed je strogo definirano koje su varijable zavisne, a koje su varijable nezavisne. Osnovni cilj DA i LR je odrediti varijable koje najbolje diskriminiraju (odvajaju) određene skupine poduzeća prema njihovim glavnim obilježjima ili karakteristikama, te odrediti vjerojatnost pripadnosti pojedinog poduzeća određenoj skupini ili grupi (npr. uspješan - neuspješan). Potrebno je istaknuti da postoji više zavisnih tehnika multivarijatne statističke analize, npr. kanonička korelacija (engl. *Canonical Correlation*) ili multivarijatna analiza varijance (MANOVA), čija prikladnost primjene najčešće ovisi o broju zavisnih varijabli (jedna ili više), te o vrsti mjerne skale nezavisnih varijabli (numerička ili nominalna).

U ovom radu jedna je zavisna varijabla i to binarnog karaktera (engl. *dummy*), tzv. dihotomna varijabla (0, 1), dok je 8 nezavisnih numeričkih varijabli i dvije nominalne varijable, obje dihotomne. U slučaju kada su nezavisne varijable nenumeričke (kvalitativne ili nominalne) mogu se kodirati pomoću binarnih vrijednosti i tada se primjena logističke regresije pokazala adekvatnijom od diskriminacijske analize. Parametri diskriminacijske funkcije procjenjuju tako da se maksimizira varijanca između grupa u odnosu prema varijanci unutar grupa, dok se parametri logističke regresije procjenjuje metodom najveće vjerodostojnosti. Premda se logistička regresija primjenjuje prije svega u uvjetima kada je zavisna varijabla dihotomna (engl. *binary logistic regression*), diskriminacijska analiza se pokazala adekvatnijom u slučaju pojave politomne zavisne varijable koja sadrži više od dva atributa ili modaliteta obilježja, što u ovom radu nije slučaj. Osim toga, u ovom se radu prednost daje logističkoj regresiji jer je ista adekvatna kada su nezavisne varijable različitih mjernih skala (numeričke i nominalne), te je robusnija na neispunjene pretpostavke. Dakle, cilj LR, koja se koristiti u ovom radu, je ne samo odrediti statističku značajnost pojedinih nezavisnih varijabli u predviđanju stečaja. Pri čemu je definirano 10 pokazatelja; 8 finansijskih pokazatelja (2 pokazatelja kojima se mjeri likvidnost, jedan kojim se mjeri zaduženost, 2 pokazatelja kojima se mjeri aktivnost i 3 kojima se mjeri profitabilnost) te dva nefinansijska pokazatelja (veličina i odjeljak djelatnosti).

Naime, model višestruke regresije s dihotomnom zavisnom varijablom ima slijedeći oblik:



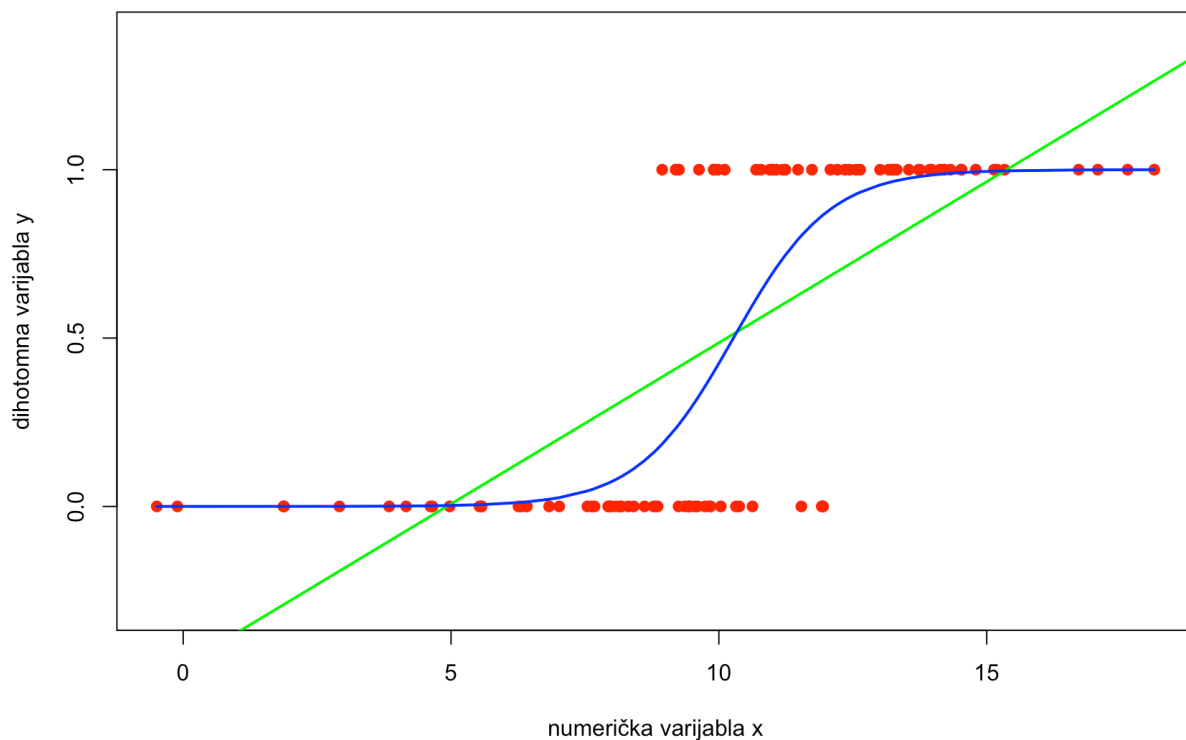
$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

pri čemu je zavisna varijabla definirana kao binarna (dummy):

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{ako je događaj nastupio (stečaj)} \\ 0 & \text{ako događaj nije nastupio (inače)} \end{cases} \quad (2)$$

Prema modelu u izrazu (1) očekivana vrijednost zavisne varijable se interpretira kao vjerojatnost realizacije slučajnog događaja, primjerice stečaja. Zato se taj model još naziva linearni probabilistički model. Linearni probabilistički model nije prikladan s obzirom da metoda najmanjih kvadrata (engl. *Ordinary Least Squares – OLS*) ne osigurava da su očekivane vrijednosti iz zatvorenog intervala  $[0, 1]$ . Primjena standardnog linearnog modela višestruke regresije bi rezultirala negativnim očekivanim vrijednostima ili pak većim od jedan, što se ne može interpretirati kao vjerojatnost jer je ona uvijek nenegativna, tj.  $0 \leq p \leq 1$ .

Graf 2: Prikaz linearne i logističke regresije



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Osim toga, nedostatak linearnog probabilističkog modela je što slučajne varijable, tzv. greške relacije  $\varepsilon_i$ , neće biti normalno distribuirane kada zavisna varijabla nije numerička kontinuirana budući ima samo dva moguća ishoda. Naime, standardna, kako jednostruka tako i višestruka linearna regresija podrazumijeva da je zavisna varijabla kontinuirana numerička varijabla s normalnom distribucijom vjerojatnosti. Međutim, varijabla koja ima samo dva ishoda ne može biti normalno distribuirana, već je prikladnije pretpostaviti da slučajna varijabla ima Bernulijevu distribuciju, što u konačnici rezultira Binomnom distribucijom kada se promatra  $n$  nezavisnih slučajnih varijabli. Zato se nelinearna specifikacija probabilističkog modela pokazuje prikladnijom. Nelinearna specifikacija podrazumijeva inverznu logit transformaciju lijeve strane jednadžbe (1), koja može poprimiti bilo koju realnu vrijednost iz intervala  $(-\infty, +\infty)$ , u vjerojatnost:

$$P(y_i = 1) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i}} \quad (3)$$

To znači da se vjerojatnost realizacije nekog događaja promatra kao nelinearna monotono neopadajuća funkcija s domenom iz zatvorenog intervala  $[0, 1]$ , slijedećeg oblika:

$$p_i = \text{logit}^{-1}(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i), \quad (4)$$

pri čemu je  $e$  baza prirodnog logaritma ( $e = 2,718281828$ ),  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  su parametri u modelu koji se procjenjuju temeljem vrijednosti iz uzorka  $n$ , dok je  $p_i$  vjerojatnost nastupa događaja, tj.  $p_i = P(y_i = 1)$ . Model definiran u (3) je model logističke regresije u kojem je zavisna varijabla funkcija distribucije vjerojatnosti skupa nezavisnih varijabli logističkog oblika (oblika slova S). Potrebno je napomenuti da umjesto metode najmanjih kvadrata i sustava normalnih jednadžbi parametri logističke regresije se procjenjuju metodom maksimalne vjerodostojnosti (engl. *Maximum Likelihood Estimation – MLE*). Cilj metode maksimalne vjerodostojnosti je procjena takvih parametara koji bi najčešće generirale opaženi uzorak. Radi jednostavnije interpretacije model logističke regresije zapisuje u obliku:

$$\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (5)$$

pri čemu je  $\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right)$  logit transformacija, tj. logaritamska vrijednost omjera šansi (engl. *log odds*). Nadalje, najčešći pokazatelj valjanosti logističke regresije je test omjera vjerodostojnosti

(engl. *likelihood ratio test*). To znači da se omjer vjerodostojnosti LR najčešće primjenjuje kao kriterij između više logističkih regresija s različitim brojem nezavisnih varijabli. Služi kao formalan test u testiranju je li jedna logistička regresija prikladnija od ostalih logističkih regresija, što ima smisla ako koristimo različite kriterije u izboru nezavisnih varijabli, primjerice *forward* ili *backward* metodu. U novije se pak vrijeme koristi informacijski kriterij AIC (engl. *Akaike Information Criteria*). Akaikeov informacijski kriterij je osmišljen kako bi pronašao model koji najviše objašnjava varijacija u podacima, dok istovremeno penalizira modele koji koriste preveliki broj parametara (varijabli) u odnosu na veličinu uzorka (Akaike, 1974). Pomoću navedenog kriterija varijable se iterativno (postupno) dodaju i uklanjaju iz modela logističke regresije sve dok se ne pronađe skup varijabli s najnižom vrijednosti AIC. Upravo će se ovaj kriterij koristiti u istraživanju za postupni izbor varijabli.

Osim toga, u slučaju korištenja velikog skupa nezavisnih varijabli za očekivati je da iste međusobno nekorelirane. Stupanj korelacije između skupa nezavisnih varijabli može se utvrditi izračunom Pearsonovog koeficijenta linearne korelacije. Da se izbjegne problem multikolinearnosti dovoljno je u model uključiti manji broj varijabli prema načelu parsimonije. Naime, redukcija nezavisnih varijabli koje će biti uključene u model može se postići izborom neke od odgovarajućih metoda, baš kao i u modelu višestruke (multiple) regresije.

Najčešće zastupljene metode odabira nezavisnih varijabli su forward metoda, enter metoda, backward metoda i stepwise metoda. Prema forward metodi (selekcija unaprijed) model ne sadrži niti jednu varijablu, a prva koja ulazi u model je ona s najvećim pozitivnim ili negativnim koeficijentom korelacije sa zavisnom varijablom pri čemu je kriterij za „ulazak“ varijable u model razina signifikantnosti u testiranju iste hipoteze manja ili jednaka od 5% ili ima vrijednost F-omjera veći ili jednak 3,84. Kod „enter“ metode sve varijable ulaze u model istovremeno bez obzira da li zadovoljavaju kriterij „ulaska“ ili ne. Dok kod backward metode (eliminacija unatrag) u model su uključene sve varijable, no postepeno isključuje varijable iz modela za što mora zadovoljiti kriterije za „izlazak“; vrijednost F-omjera manja ili jednaka 2.71, ili alternativno razina signifikantnosti testa veća ili jednaka od 10%. Stepwise metoda je kombinacija forward i backward metode kojom se spriječava da varijabla u jednom koraku uđe u model, a da u drugom koraku ista ta varijabla izađe iz modela.

Nadalje, bitno je shvatiti da vjerojatnosti i omjer šansi (engl. *odds ratio*) nisu isto. Vjerojatnost je logit transformacija prema formuli (5). S druge strane, omjer šanse je omjer između vjerojatnosti povoljnog ishoda i suprotne vjerojatnosti. Vjerojatnost je ograničena između nula i jedan, a šanse su ograničeni između nule i beskonačnosti. Neka je  $p$  vjerojatnost nekog događaja, u našem slučaju vjerojatnost stečaja, tada je omjer šanse je omjer između vjerojatnosti stečaja i vjerojatnosti da stečaj ne nastupi, tj.

$$\text{omjer šanse} = \frac{p}{1 - p} \quad (6)$$

Sušтина izaraza (6) je da stavlja u odnos dvije vjerojatnosti formirajući omjer vjerojatnosti. Svaka vjerojatnost je asociirana s omjerom šansi, to vidimo iz sljedeće tablice.

Tablica 2: Vjerojatnosti i omjer šanse

Vjerojatnost	Omjer šanse
0,2	0,25
0,33	0,5
0,5	1,0
0,67	2,0
0,8	4,0

Izvor: izrada autora

Primjerice, ako je vjerojatnost stečaja 0,2 to znači da je vjerojatnost suprotnog događaja (ne stečaja) 0,8. Ova vjerojatnost znači da je omjer šansi za stečaja 0,25, odnosno šansa (izgled) za stečaj je manja za 75%. Većina istraživača koji koriste logističku regresiju se oslanjaju na šanse zbog jednostavnije interpretacije. Šanse su bitne zbog višestrukog uspoređivanja. Na primjer, ako je vjerojatnost da poduzeće A potrese bankrot 0,2, a poduzeće B 0,4, zaključujemo da je vjerojatnost bankrota poduzeća B dvostruko veća od poduzeća A. No u slučaju da vrijedi za poduzeće A vjerojatnost stečaja 0,6, onda bi za poduzeće B vrijedilo 1,2 ako znamo da je dvostruko veća vjerojatnost stečaja B poduzeća od poduzeća A, što nije moguće jer najveća vjerojatnost može biti 1. Zbog toga je puno razumnije koristiti šanse za uspoređivanje i interpretaciju.

### 3.1.1. Pretpostavke logističke regresije

Logistička regresija razlikuje se od linearne regresije po nekoliko pretpostavki; ne zahtijeva linearni odnos između zavisnih i nezavisnih varijabli, zavisna varijabla ne mora biti normalno distribuirana (rješenja mogu biti stabilnija ako prediktori imaju multivarijatnu normalnu distribuciju), članovi pogreške (reziduali) ne moraju biti normalno raspodijeljeni, nije potrebna homoskedastičnost (konstantna varijanca) i zavisna varijabla ne mjeri se na intervalu ili omjernoj ljestvici.

Međutim, još vrijede i druge pretpostavke. Jedna od glavnih pretpostavki logističke regresije jest odgovarajuća struktura ishoda. S obzirom da funkcionira kao klasifikator, zahtijeva da zavisna varijabla bude binarna. Dakle dva ishoda (npr. da ili ne), no ako zavisna varijabla ima tri ili više ishoda, tada se koristi multinomna logistička regresija.

Nadalje, logistička regresija zahtijeva da su promatranja u skupu podataka neovisna jedno o drugome, tj. opažanja ne bi trebala proizaći iz ponovljenih mjerenja ili podudarnih podataka. To znači da svako promatranje nije pod utjecajem ostalih promatranja, niti je povezano s njima.

Među zavisnim varijabala postoji mala ili nikakva multikolinarnost, to znači da logistička regresija zahtijeva da nezavisne varijable ne budu previše međusobno povezane tj. korelirane. U suprotnom, smanjuje se preciznost procijenjenih koeficijenata, što slabi statističku snagu modela logističke regresije.

Analiza ne zahtijeva da zavisne i nezavisne varijable budu linearno povezane, ali zahtijeva da su nezavisne varijable linearno povezane logaritamskim izgledima (omjerima šansi). Ako se pretpostavka o linearnosti u logitima prekrši, logistička regresija će u tom slučaju podcijeniti stupanj odnosa, te će generirati pogreške tipa II, misleći da nema odnosa iako zapravo postoji.

Logistička regresija obično zahtijeva veliki uzorak. Za svaku nezavisnu varijablu u skupu podataka trebao bi postojati odgovarajući broj opažanja kako bi se izbjeglo stvaranje modela prekomjernog prilagođavanja (engl. *overfitting*). Logistička regresija koristi procjenu najveće

vjerodostojnosti MLE umjesto običnih najmanjih kvadrata OLS za procjenu parametara. Stoga pouzdanost procjena pada kada postoji nekoliko slučajeva za promatrane kombinacije neovisnih varijabli, jer maksimalna vjerodostojnost oslanja se na asimptotsku normalnost velikog uzorka. Osim toga, ako pretpostavka normalnosti nije zadovoljena procjene parametara metodom MLE su kvazi-maksimalno vjerodostojne (Arnerić i sur. 2007).

Logistička regresija pretpostavlja da nema visoko utjecajnih i ekstremnih točaka tj. netipičnih vrijednosti (engl. *outliers*) jer mogu iskriviti ishod i točnost modela. Treba razmotriti njihovo uklanjanje ili zasebno modeliranje.

### 3.1.2. Procjena parametara logističke regresije

Linearni regresijski modeli očekivanu vrijednost zavisne varijable izjednačavaju s linearnom kombinacijom nezavisnih varijabli i njihovih parametara, dok generalizirani linearni modeli linearnu komponentu izjednačavaju s nekom funkcijom vjerodostojnosti danog ishoda zavisne varijable. Ta funkcija u logističkoj regresiji jest logit transformacija. U linearnoj regresiji, procjena parametara odvija se metodom najmanjih kvadrata, minimiziranjem zbroja kvadrata odstupanja predviđenih vrijednosti od promatranih vrijednosti. Međutim, ova metoda ne funkcionira jednako dobro za varijablu kategoričkog odgovora. Procjena najmanjih kvadrata ne može proizvesti nepristrane procjenitelje minimalne varijance stvarnih parametara za logističku regresiju. Posljedično se za pronalaženje procjena koje maksimiziraju funkciju vjerodostojnosti logaritma koriste numeričke metode, one počinju nagađanjem vrijednosti parametara i ponavljaju kako bi poboljšale to nagađanje, te se proces iteracije zaustavlja tek kada se procjene ne mijenjaju mnogo od jednog koraka do sljedećeg. Stoga za rješavanje parametara koji najbolje odgovaraju podacima koristi se procjena maksimalne vjerodostojnosti. Ova metoda pruža vrijednost  $\beta_0$  i  $\beta_1$  koje maksimiziraju vjerojatnost dobivanja promatranog skupa podataka. Procjene maksimalne vjerodostojnosti, one su vrijednosti parametara koje promatrane podatke čine najvjerojatnijima. U nastavku se zbog jednostavnosti navedena metoda detaljno opisuje pretpostavljajući samo jednu nezavisnu varijablu, tj. jedan prediktor  $x$ .

Metoda MLE funkcionira konstruiranjem funkcije vjerodostojnosti koja izražava vjerojatnost promatranih podataka kao funkciju nepoznatih parametara  $\beta_0$  i  $\beta_1$ .

Doprinos funkciji vjerodostojnosti za svako opažanje  $i$  odnosno za svaku vrijednost zavisne varijable  $y_i$  i vrijednost prediktora  $x_i$  definiran je Bernulijevom distribucijom vjerojatnosti

$$P(y = 1) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i} = \left( \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right)^{y_i} \cdot \left( 1 - \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right)^{1-y_i} \quad (7)$$

Budući da se pretpostavlja da su opažanja uzorka neovisna, funkcija vjerodostojnosti samo je umnožak pojedinačnih doprinosa:

$$L = \prod_{i=1}^n \left( \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right)^{y_i} \cdot \left( 1 - \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right)^{1-y_i} \quad (8)$$

Lakša verzija ove funkcije dobiva se uzimanjem prirodnog logaritma vjerodostojnosti funkcije, koja se naziva funkcija log-vjerodostojnosti (engl. *log-likelihood*):

$$\text{Log}L = \sum_{i=1}^n y_i \log \left( \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right) \cdot (1 - y_i) \log \left( 1 - \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \right) \quad (9)$$

Gornju funkciju deriviramo s obzirom na  $\beta_0$  i  $\beta_1$  i izjednačavamo dva rezultirajuća izraza s nulom kako bi pronašli vrijednost parametara koji maksimiziraju gornju funkciju. Koristi se numerička iterativna metoda za rješavanje jednadžbi jer ne postoji analitičko rješenje, a dobivene vrijednosti  $\beta_0$  i  $\beta_1$  nazivaju se procjenama najveće vjerodostojnosti tih parametara. Prema zadanim postavkama prilikom korištenja `glm()` funkcije u RStudiu, ona koristi metodu iterativno ponderiranih najmanjih kvadrata (engl. *iteratively reweighted least squares*) za dobivanje maksimalno vjerodostojnih procjena. IWLS je pojednostavljena verzija Newton-Raphsonovog algoritma tj. to je kvazi-Newton algoritam. U slučaju višestrukih prediktora koristi se isti pristup, ali bi imali  $(k + 1)$  jednadžbi koje odgovaraju  $k$  prediktorima i jednom konstantnom članu  $\beta_0$ .

Za procjenu maksimalne vjerodostojnosti, poželjna su svojstva konzistentnosti, normalnosti i efikasnost. Ta svojstva su asimptotička, tj. dokazano je da ta svojstva vrijede kad se veličina uzorka približava beskonačnosti. Procjene maksimalne vjerodostojnosti su konzistentne; kako veličina uzorka raste, nadalje su efikasne; znači da je varijanca najmanja moguća među konzistentnim procjeniteljima i asimptotski su normalno distribuirane; što opravdava primjenjivost statističkih i dijagnostičkih testova.



### 3.2. Bayesov pristup logističkoj regresiji

Bayesova logistička regresija i tradicionalna logistička regresija su statističke tehnike za modeliranje odnosa između binarne zavisne varijable i jedne ili više nezavisnih varijabli. U Bayesovoj logističkoj regresiji, model je određen prethodnom distribucijom (piori), funkcijom vjerodostojnosti i opaženim podacima kojima se opisuje odnos između zavisne i nezavisne varijable, te se time putem Bayesovog teorema izračunava posteriorna distribucija svakog parametra pojedinačno. Prethodna, tzv. priorna, distribucija daje prethodne informacije o parametrima modela, a temelje se na prethodnim studijima ili stručnom znanju ili iskustvu. Naposljetku, posteriorno predviđanje može se napraviti izračunavanjem posteriorne distribucije. U logističkoj regresiji, maksimalnom vjerodostojnosti se procjenjuju parametri, no ograničenja tog pristupa uključuju pretpostavku o normalno distribuiranim pogreškama i zahtjev za velikim uzorkom kako bi se dobile stabilne procjene parametara.

Prednosti Bayesove logističke regresija naspram tradicionalne su uključivanje prethodnih (piori) informacija o parametrima u analizu te pruža potpuniju naknadnu (posteriornu) distribuciju, koja se može koristiti za kvantificiranje nesigurnosti u procjenama, što je korisno kada je veličina uzorka mala. Također omogućuje usporedbu različitih modela na objektivan i formalan način, što je korisno za odabir modela i za procjenu kompromisa između složenosti i preciznosti modela. Bayesova logistička regresija je fleksibilna jer se može koristiti za upravljanje složenim podatkovnim strukturama i modelima; za modeliranje nelinearnih odnosa, za uključivanje latentnih varijabli, za modeliranje više razina hijerarhije, pa čak i ekstremnih vrijednosti podataka. Metoda procjene parametara oslanja se također na maksimizaciji funkcije vjerodostojnosti, ali koja se provodi u velikom broj ponavljanja (engl. *repetitions*) kroz određen broj Markovljevih lanaca (engl. *Markov chain*) pri čemu se koriste Monte Carlo simulacije. Takav je postupak objedinjen pod nazivom Monte Carlo Markovljevi lanci (engl. *Markov Chain Monte Carlo* - MCMC). Metodom MCMC procjenjuje se posteriorna distribucija parametara, kojom se generira slučajni uzorak vrijednosti parametara koji se koriste za aproksimaciju posteriorne distribucije. MCMC je računalno vođena metoda uzorkovanja (Gelman i Lopes, 2006). Svrha ovog pristupa je proizvesti uzorak nepoznatih vrijednosti parametara iz posteriorne distribucije. Postoji više

MCMC algoritma koji se koriste za izvođenje posteriorne distribucije parametara u Bayesovom modelu, a najčešće je u primjeni Metropolis algoritam.

Općenito se Bayesov teorem koristi kako bi se izračunala vjerojatnost nastupa nekog događaja  $A$  uzrokovanog jednim od  $n$  mogućih načina ostvarenja tog događaja. Isti se teorem može primijeniti za izvođenje posteriorne distribucije promatranog parametra na temelju priorne distribucije i vjerodostojnosti nakon što podaci postanu opaženi. Bayesov pristup podrazumijeva korištenje modela potpune vjerojatnosti kojim se opisuje ne samo neizvjesnost u vrijednosti varijable  $y$ , uvjetovane skupom nepoznatih parametara  $\beta$ , već i nesigurnost u istim tim parametrima koja se iskazuje njihovom priornom distribucijom. Pomoću specificiranog modela i opaženih (stvarnih) podataka, distribucija vjerojatnosti nepoznatih parametara se ažurira prema Bayesovoj formuli, a rezultirajuća se distribucija naziva posteriorna distribucija. Dakle, odnos između priorne vjerojatnosti parametara (prije nego što podaci postanu opaženi) i posteriornih vjerojatnosti istih parametrima zapisuje se pomoću Bayesove formule:

$$p(\beta|y) = \frac{p(y|\beta) \cdot p(\beta)}{p(y)} \quad (10)$$

U izrazu (10) posteriorna vjerojatnost parametra  $\beta$  koja je uvjetovana opaženim podacima  $p(\beta|y)$ , jednaka je umnošku funkcije vjerodostojnosti  $p(y|\beta)$  i priorne vjerojatnosti  $p(\beta)$ , podijeljena s marginalnom vjerojatnosti opaženih podataka  $p(y)$ . Marginalna (granična) vjerojatnost u nazivniku ne daje nikakve informacije o tome koje vrijednosti parametara su više ili manje vjerojatne, stoga se ona zanemaruje u postupku ažuriranja priorne vjerojatnosti parametra. Riječ je o tzv. normalizirajućoj konstanti koja ne utječe na oblik distribucije.

### 3.2.1. Pretpostavke Bayesove logističke regresije

Pretpostavke Bayesove logističke regresije su: neovisnost promatranja, linearnost u logaritamskim izgledima, kategoričke nezavisne varijable, ispravan funkcionalni oblik, normalno raspoređene pogreške i neovisnost pogrešaka.

Neovisnost opažanja odnosi se na pretpostavku da opažanja korištena za uklapanje u model neovisne jedna o drugoj. Ova pretpostavka je bitna jer osigurava da opažanja nisu pristrana ili pod utjecajem. Zanemarivanjem strukture ovisnosti u podacima može rezultirati netočnim zaključcima, stoga je bitno pažljivo ispitati podatke i razmotriti korelacije prije prilagođavanja Bayesovog modela logističke regresije.

Linearnost u logaritamskim izgledima odnosi se na pretpostavku da logaritamski izgledi zavisne varijable imaju linearni odnos s nezavisnim varijablama, znači da se logaritamski izgledi mijenjaju linearno sa svakom promjenom jedinice u nezavisnim varijablama. U Bayesovoj logističkoj regresiji, linearnost u pretpostavci o logaritamskim izgledima može se ublažiti korištenjem fleksibilnijih modela, kao što je hijerarhijska logistička regresija ili s mješovitim učincima, koja dopušta nelinearne odnose između zavisnih i nezavisnih varijabli.

U modelu barem jedna nezavisna varijabla mora biti numerička, a ostale mogu biti nominalne ili kategorijske. Kategorijske neovisne varijable su one koje poprimaju ograničen broj kategorija ili razina. U Bayesovoj logističkoj regresiji, važno je razmotriti kako postupati s kategorijskim varijablama u modelu. Jedan uobičajen pristup je stvaranje binarnih varijabli za svaku razinu kategoričke varijable, koje zatim mogu uključiti kao nezavisne varijable. Drugi pristup je korištenje referentne kategorije ili razine za kategoričku varijablu, koja se koristi kao osnova za usporedbu s drugim razinama. Za svaku razinu procjenjuju se koeficijenti u odnosu na referentnu kategoriju. Korištenjem metoda MCMC, može se olakšati modeliranje neovisnih kategorijskih varijabli.

U modelu pogreške trebaju biti normalno raspoređene, ta je pretpostavka stvorena kako bi se pojednostavio proces modeliranja i omogućila uporaba određenih statističkih metoda i tehnika.

Reziduali su procjene tih pogrešaka, te predstavljaju razliku između opaženih vrijednosti zavisne varijable i vrijednosti predviđenih modelom. Pretpostavlja se da su reziduali nasumično raspoređeni oko nule s konstantnom i konačnom varijancom. Ova pretpostavka je bitna zbog procjene parametara modela, kao i za izračun intervala pouzdanosti.

U Bayesovoj logističkoj regresiji pretpostavka o neovisnosti pogrešaka znači da reziduali tj. odstupanja u modelu nisu u međusobnoj korelaciji. To znači da vrijednost jedne pogreške ne daje nikakve informacije o vrijednosti druge pogreške. Neovisnost pogrešaka može se uključiti u model korištenjem prethodnih distribucija za parametre, koje određuju distribuciju parametara prije nego što se podaci postanu dostupni.

### 3.2.2. Procjena parametara Bayesove logističke regresije

U Bayesovom okviru postoje tri ključne komponente povezane s procjenom parametara: prethodna distribucija, funkcija vjerodostojnosti i posteriorna distribucija. Ove tri komponente su formalno kombinirane Bayesovim pravilom kao što je opisano u jednadžbi (10):

$$\text{posterior distribucija parametra} = \text{funkcija vjerodostojnosti} \cdot \text{prior distribucija parametra}$$

#### **Specifikacija prior distribucije**

Prethodna distribucija vjerojatnosti tj. priori je njezina pretpostavljena distribucija vjerojatnosti koja je dodijeljena parametrima statističkog modela prije nego što podaci postanu opaženi. Za konstruiranje prior distribucije, priori može se odrediti iz prethodnih eksperimenata, istraživanja i subjektivne procjene stručnjaka. Značajan utjecaj na rezultate Bayesovog zaključivanja ima odabir prior distribucije vjerojatnosti. Zbog toga što utječe na posteriornu vjerojatnost, koja je ažurirana distribucija vjerojatnosti parametara nakon opažanja podataka. U Bayesovoj statistici, ažuriranje prethodnih informacija s novima radi dobivanja posteriorne distribucije vjerojatnosti propisuje se Bayesovim pravilom. Frekventistički pristup pretpostavlja da postoji samo jedna stvarna vrijednost parametara u populaciji. Dok Bayesov pristup parametre od interesa smatra nesigurnima (nemaju apsolutnu sigurnost) i opisuje ih distribucijom vjerojatnosti (Van de Schoot i sur. 2014). Bayesova procjena s informativnim priorom povećava preciznost posteriornih distribucija ažuriranjem prior informacija novim podacima. Stvaranjem pretpostavki o parametrima modela Bayesovom procjenom, omogućuje istraživačima isključivanje ili ograničavanje određenih vrijednosti parametara (Zondervan-Zwijnenburg i sur. 2017).

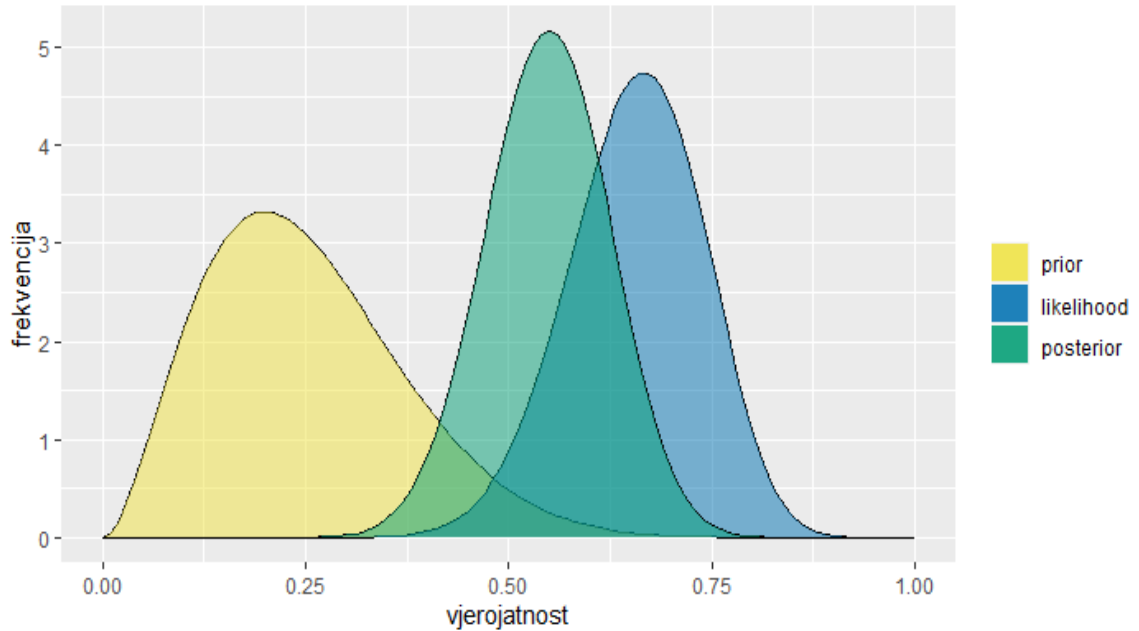
Razlikuju se tri kategorije prior distribucija vjerojatnosti:

1. Informativni prior, koji daje potpune informacije koje su ključne za procjenu parametara modela. Proizlazi iz pregleda literature ili izričito iz ranije analize podataka.
2. Slabo informativni prior, koji ne daje potpune informacije, ali su dovoljno informativne da utječu na konačne procjene parametara.
3. Neinformativni prior, koji pridružuje jednaku vjerojatnost svim mogućim vrijednostima parametara.

### **Informativni prior**

U kontekstu Bayesove statistike, informativni priori su distribucije vjerojatnosti koje izražavaju subjektivna uvjerenja o vjerojatnom rasponu ili distribuciji parametara statističkog modela na temelju prethodnog znanja ili iskustva. Informativni su jer pružaju potpune informacije izvan podataka korištenih za njihovu procjenu, dok neinformativni dodjeljuje jednaku vjerojatnost svim mogućim vrijednostima parametara. Međutim, razumno je pretpostaviti da priori nisu sve vrijednosti parametara jednako moguće, što se zapravo svodi na frekventistički pristup. U situacijama kada je količina dostupnih podataka ograničena ili kada su podaci šumoviti ili nepouzdana, onda informativni priori mogu biti korisni. Uključivanjem prethodnih znanja, informativni priori mogu pomoći stabilizirati procjene parametara i poboljšati točnost i preciznost statističkih zaključaka. S druge strane, informativni priori mogu unijeti u analizu pristranost u slučaju ako su prethodna uvjerenja netočna ili temeljena na pogrešnim pretpostavkama. Stoga je bitno odabrati i evaluirati informativne priore na temelju dostupnih znanja i iskustva iz prakse. Primjer je priori distribucija sutrašnje zaključne cijene dionice. Razuman pristup je pretpostaviti prior normalnu distribuciju s očekivanom vrijednošću jednakoj današnjoj zaključnoj cijeni dionice i jednakom dnevnom varijancom unutar jedne godine.

Graf 3: Informativni prior



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Prema grafu 3 može se vidjeti informativni prior (uža prior distribucija s visokom koncentracijom) koji ukazuje na veću vjerojatnost oko određenih parametara tj. sigurnost zbog manje varijance. Informativni prior preferira te vrijednosti, stoga se posterior distribucija približava tim vrijednostima, te se posterior i vjerodostojnost više razlikuju.

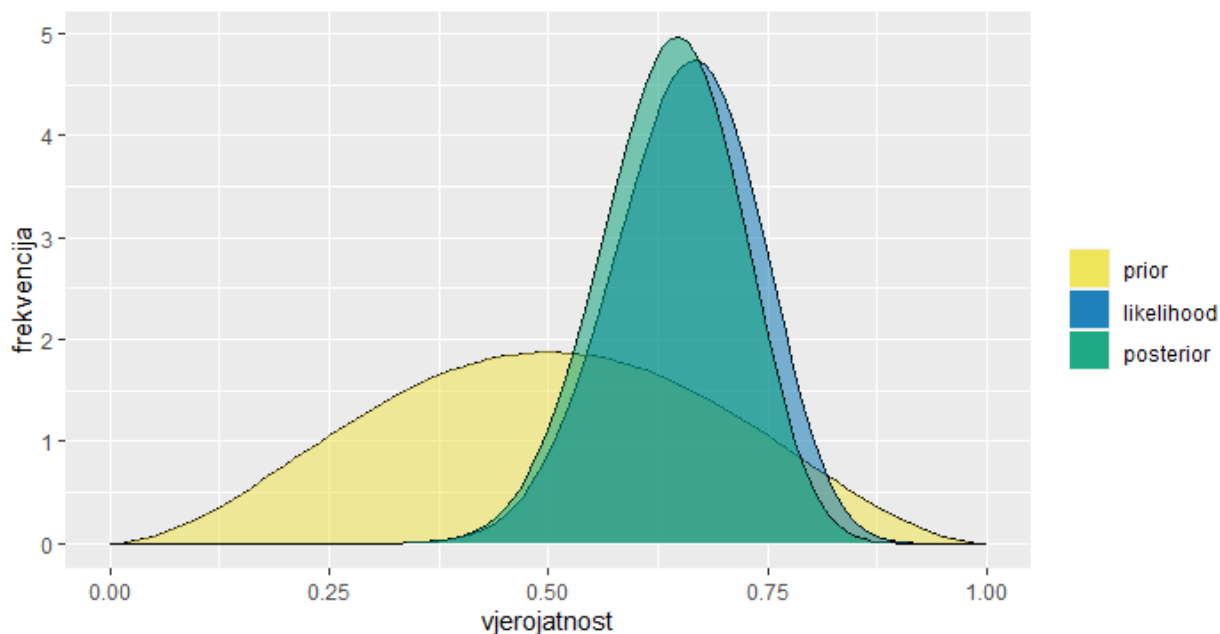
### Slabo informativni prior

Slabo informativni prior je distribucija vjerojatnosti s ograničenjima na vjerojatan raspon tj. distribuciju parametara u statističkom modelu, te su takve informacije dovoljno informativne da utječu konačne procjene parametara. Slabo informativni priori su od pomoći kada su podaci ograničeni tj. kada se raspolože s malo prethodnog znanja. On služi za uspostavljanje ravnoteže između subjektivnosti i objektivnosti kako bi stabilizirao procjene bez uvođenja nepotrebne pristranosti. Primjeri slabo informativnih priora uključuju Gaussove distribucije s umjerenim varijancama, Studentove  $t$ -distribucije s malim brojem stupnjeva slobode ili uniformne distribucija. Izbor slabo informativnih priora i dalje može utjecati na rezultate, te se preporučuje

izvođenje analize osjetljivosti radi procjene robusnosti zaključaka prema različitim prior specifikacijama.

Djelomičnu informaciju o parametru izražava slabo informativni prior. Na primjer, postavlja se prior distribucija za sutrašnju zaključnu cijenu dionice, te se koristi normalna distribucija sa sredinom od 30 dolara i standardnom devijacijom od 20 dolara. Zapravo, koliko je prior informativan ovisi o varijanci odnosno standardnoj devijaciji. U navedenom je primjeru zaključnu cijenu dionice „labavo“ ograničena u rasponu od 10 dolara do 50 dolara s izrazito malom vjerojatnošću da bude 2 dolara ili 80 dolara. Svrha slabo informativnog priora je regularizacija, to jest održavanje zaključaka u razumnom rasponu.

Graf 4: Slabo informativni prior



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Prema grafu 4 može se vidjeti slabije informativni prior (razvučenija prior distribucija na krajevima zbog velike varijance) koji ukazuje na manju vjerojatnost oko određenih parametara. Slabije informativni prior više ne dominira u procjeni parametara, te dopušta novim podacima



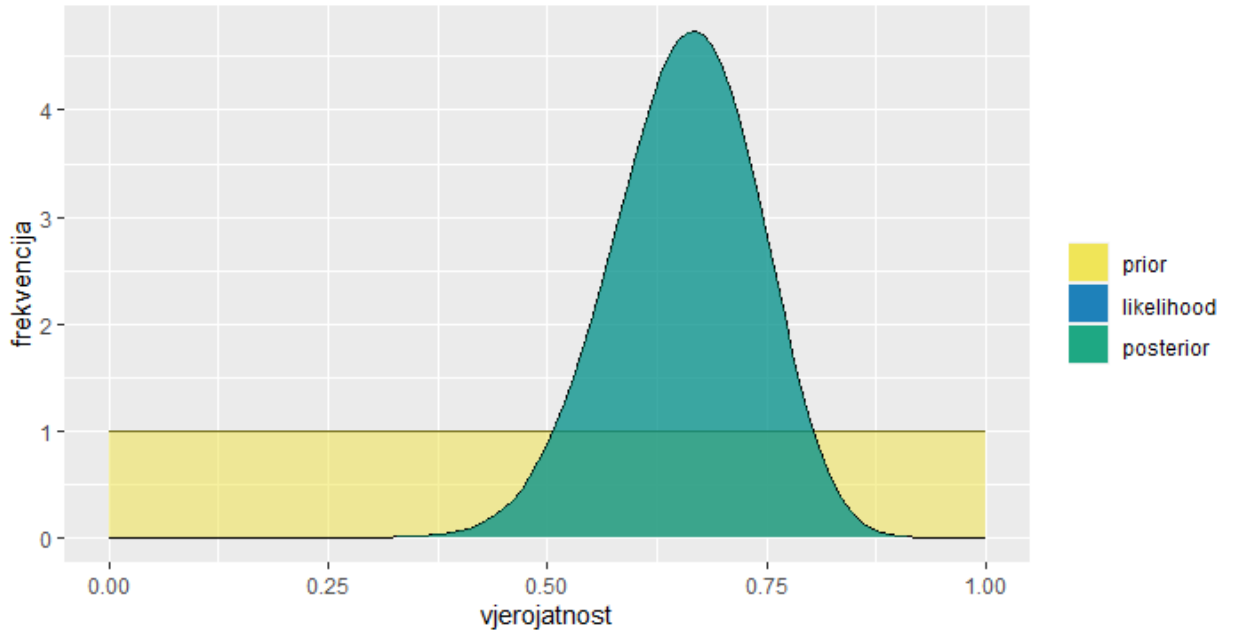
snažniji utjecaj na procjenu parametara. Posterior distribucija više nalikuje funkciji vjerodostojnosti, tj. posterior i vjerodostojnost više se podudaraju.

### **Neinformativni prior**

Dodjeljuju jednaku vjerojatnost svim mogućim vrijednostima parametara ili skupa parametara u statističkom modelu. Neinformativni rezultat je nedostatak priornog znanja ili čvrstih uvjerenja o vjerojatnom rasponu ili distribuciji parametara. Želja je izbjeći subjektivnu pristranost u analizi i dopustiti pokretanje zaključka podacima što je više moguće. Od osobite su koristi u situacijama kada je dostupna velika količina podatka, a funkcija vjerodostojnosti je dovoljno informativna da prevlada nedostatak prethodnih informacija.

Neinformativni prior ne daje nikakve informacije koji su ishodi vjerojatniji od drugih, već sve ishode tretira jednako vjerojatnima. S obzirom na to posteriorsna distribucija i distribucija vjerodostojnosti će se u potpunosti podudarati (Graf 5) što je onda specijalni slučaj standardne logističke regresije. Dakle, Bayseova logistička regresija s neinformativnim priorom svodi se na standardnu logističku regresiju. Najjednostavnije i najstarije pravilo za određivanje neinformativnog priora je načelo indiferencije, koje prepisuje jednake vjerojatnosti svim mogućnostima. To je slučaj kada je varijanca izuzetno velika ili nije konačna i zato je prior ravan (engl. *flat*). U problemima procjene parametara, korištenje neinformativnog priora obično daje rezultate koji se ne razlikuju previše od konvencionalne statističke analize, budući da funkcija vjerojatnosti često daje više informacija od neinformativnog priora.

Graf 5: Neinformativni prior

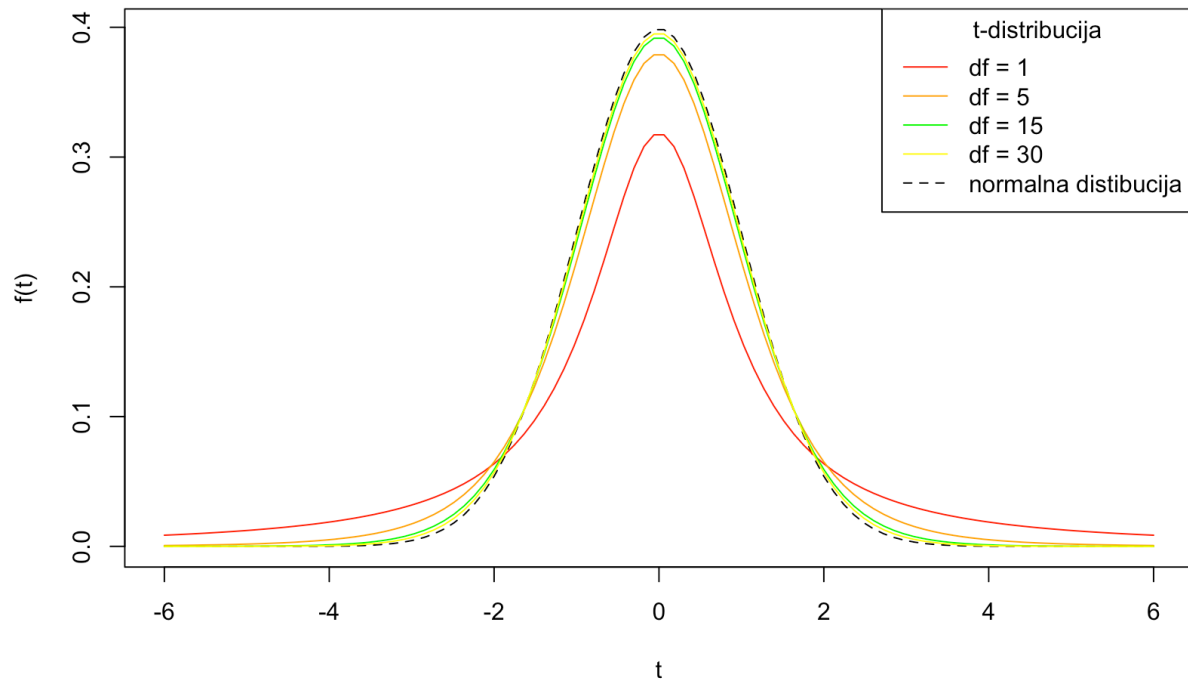


Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

U praktičnim primjenama preporuča se koristiti slabo informativni prior i to najčešće specificirajući Studentovu  $t$ -distribuciju vjerojatnosti jer omogućuje dobro prilagođavanje prior distribucije očekivanim vrijednostima parametara koji mogu poprimiti i ekstremne vrijednosti zbog pojave „debelih repova“ (engl. *fat-tails*) i asimetrije (Gelman i sur. 2008.). Upravo se to svojstvo može kontrolirati pomoću stupnjeve slobode iz kojih proizlazi i sama varijanca  $t$ -distribucije. Naime, preporuka je koristiti  $t$ -distribuciju s  $df=7$  stupnjeva slobode (engl. *degrees of freedom*), centriranom oko nule i skaliranom varijancom, iako se za različite stupnjeve slobode mogu dobiti i druge distribucije. Primjerice, normalna je distribucija granični slučaj  $t$ -distribucije s beskonačnim stupnjevima slobode  $df=\infty$  koja je simetrična i nema debelih repova ili pak Cauchyjeva distribucija kao granični slučaj  $t$ -distribucije s jednim stupnjem slobode  $df=1$  koja je ekstremno desnostrano asimetrična i ima zadebljaniji samo desni rep.

Na grafu 6 je prikazan primjer studentove distribucije sa stupnjevima slobode 1, 5, 15 i 30.

Graf 6: Studentova distribucija u usporedbi s normalnom distribucijom



Izvor: izrada autora u programu RStudio

Cauchyjeva distribucija se rjeđe koristi u usporedbi s normalnom distribucijom. Uglavnom se koristi u statističkom zaključivanju, posebno u situacijama kada su podaci ekstremni. To znači da ima mnogo veću vjerojatnost generiranja ekstremnih vrijednosti ili odstupanja od normalne distribucije. U statistici se Cauchyjeva distribucija često koristi u Bayesovom zaključivanju, budući da dodjeljuje nezanemarive vjerojatnosti širokom rasponu vrijednosti za parametar, uključujući vrijednosti koje su daleko od srednje vrijednosti ili medijana. Ovo je osobito korisno kada postoji malo prethodnog znanja o pravoj vrijednosti parametra, budući da Cauchyjev prior može pomoći u sprječavanju prevelikog utjecaja posteriorne distribucije ekstremnih vrijednosti.

U Bayesovoj metodi, parametar koji se procjenjuje  $\beta_j$  odnosno skup parametara  $\beta$ , tretira se kao slučajna varijabla te ako prior distribuciju vjerojatnosti označimo s  $f(\beta_j)$ , pretpostavljajući normalnu distribuciju sa sredinom nula 0 i dovoljno velikom varijancom  $\sigma_0^2$ , tada je

$$f(\beta) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\beta^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad -\infty < \beta < \infty, \quad (13)$$

Ako se pretpostavlja da su parametri  $\beta_j$  neovisni te da imaju jednake priore, tada je zajednička prior distribucija za sve regresijske koeficijente jednaka umnošku pojedinačnih prior distribucija

$$f(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) = \prod_{j=1}^{k+1} \frac{1}{\sigma_{j0}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\beta_j^2}{2\sigma_{j0}^2}\right] \quad (14)$$

Zatim se formira posteriorna distribucija kao uvjetna funkcija gustoće vjerojatnosti  $\beta$ , temeljeno na Bayesovom teoremu

$$f(\beta|y_i, x_i) = f(y_i, x_i|\beta) \cdot f(\beta) \quad (15)$$

Uzimajući u obzir jednakost (5) i funkciju vjerodostojnosti (8) posteriorna distribucija je rezultat množenja prior distribucije preko svih parametara s funkcijom vjerodostojnosti:

$$f(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k|y_i, x_i, \sigma_{j0}) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}\right)^{y_i} \left(1 - \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}\right)^{1-y_i} \cdot \prod_{j=1}^{k+1} \frac{1}{\sigma_{j0}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\beta_j^2}{2\sigma_{j0}^2}\right] \quad (16)$$

Metropolis algoritam se koristi za rješavanje i aproksimaciju svojstava rubnih posteriornih distribucija za svaki parametar. Zapravo, procjena posteriorne distribucije parametara Bayesove logističke regresije provedena je korištenjem Metropolis algoritma slučajnog hoda. (Chiaka, 2019).

### 3.3. Prediktivna sposobnost logističke regresije u uvjetima neizvjesnosti

Preciznost predviđanja može opisati osjetljivošću i specifičnošću kojim se izvještava o prisutnosti ili odsutnosti stanja, u ovom slučaju stečaj ili ne stečaj. ako je predviđanje „pozitivno“, onda se poduzeće klasificira pod stečaj, a „negativno“ ako se poduzeće klasificira pod ne stečaj. Tada je osjetljivost mjera koliko dobro predviđanje može identificirati istinski pozitivne rezultate, a specifičnost je mjera koliko dobro predviđanje može identificirati istinski negativne. S time rečeno rezultat predviđanja može biti, ali i ne mora odgovarati stvarnom statusu subjekta. U toj postavci:

- Istinski pozitivan- poduzeće u stečaju je predviđeno kao poduzeće u stečaju
- Lažno pozitivan- poduzeće koje nije u stečaju je predviđeno kao poduzeće u stečaju
- Istinski negativan- poduzeće koje nije u stečaju je predviđeno kao poduzeće koje nije u stečaju
- Lažno negativan- poduzeće u stečaju je predviđeno kao poduzeće koje nije u stečaju

Tablica 3: Klasifikacijska tablica

		Predviđeno stanje	
		Stečaj	Ne stečaj
Stvarno stanje	Stečaj	Istinito pozitivan	Lažno negativan
	Ne stečaj	Lažno pozitivan	Istinito negativan

Izvor: izrada autora

Nakon klasifikacije, može se izračunati osjetljivost i specifičnost prema izrazima

$$PPV = \text{Osjetljivost} = \frac{\text{broj istinitih pozitivnih}}{\text{broj istinitih pozitivnih} + \text{broj lažno negativnih}} 100\% \quad (17)$$

Rezultat formule je vjerojatnost da poduzeće za koje je predviđen stečaj će stvarno biti u stečaju, tj. kolika je vjerojatnost pozitivnog rezultata predviđanja, uvjetovana time da će poduzeće stvarno ići u stečaj. Negativan rezultat u predviđanju sa visokom osjetljivošću može biti koristan

za „isključivanje“ stečaja, budući da se rijetko pogrešno predvidi stečaj poduzeća. primjer je sa 100% osjetljivosti koja točno predvidi svako poduzeće u stečaju, što je pozitivan rezultat. Negativan rezultat testa bi definitivno isključio mogućnost stečaja. Međutim, pozitivan rezultat predviđanja nije nužno koristan za definitivni zaključak da će poduzeće biti u stečaj. Osjetljivost je postotak istinski pozitivnih rezultata (npr. 80% osjetljivosti = biti će predviđeno 80% poduzeća koja će ići u stečaj). Specifičnost se odnosi na ispravno predviđanje poduzeća koje neće biti u stečaju i još se u literaturi označava kao pozitivna prediktivna sposobnost (PPV).

$$NPV = \text{Specifičnost} = \frac{\text{broj istinitih negativnih}}{\text{broj istinitih negativnih} + \text{broj lažnih pozitivnih}} 100\% \quad (18)$$

Rezultat formule je vjerojatnost da poduzeće za koje nije predviđen stečaj stvarno neće pasti u stečaj, tj. kolika je vjerojatnost negativnog rezultata pod uvjetom da poduzeće nije u stečaju i još se u literaturi označava kao negativna prediktivna sposobnost (NPV). Pozitivan rezultat predviđanja visoke specifičnosti može biti koristan za „presuđivanje“ stečaja, budući da test rijetko daje pozitivne rezultate kod poduzeća koja stvarno nisu u stečaju. Predviđanje sa 100% specifičnosti će prepoznati sva poduzeća koja nisu u stečaju, tako da bi pozitivan rezultat predviđanja definitivno presudio stečaj poduzeća. Specifičnost je postotak stvarno negativnih rezultata (npr. 80% specifičnosti = biti će predviđeno 80% poduzeća koja neće pasti u stečaj)

Osjetljivost i specifičnost su obrnuto proporcionalne, što znači da kako se osjetljivost povećava, specifičnost opada i obrnuto. Ako osjetljivost naraste na 100%, u tom trenutku nema lažno negativnih rezultata, što znači da su svi negativni rezultati predviđanja stvarno negativni. U slučaju 100% specifičnosti, broj lažno pozitivnih jednak je nuli. To znači da su svi rezultati predviđanja stvarno pozitivni. Granična točka je kompromis između osjetljivosti i specifičnosti, tj. to je vjerojatnost gdje se specifičnost i osjetljivost susreću. Ona će biti optimalna razina praga (engl. *cut-off*) za klasificiranje poduzeća u stečaj ili ne stečaj, iznad praga se poduzeće klasificira pod stečaj, a ispod praga pod ne stečaj. U većini istraživanja koristi se razina praga od 0,5 ili je prilagođena uzimanjem uparenih uzoraka, što nije primjereno jer dovodi do prividno dobre prediktivne sposobnosti prognostičkog modela.

## Preciznost predviđanja

Preciznost (engl. *accuracy*) je udio točnih predviđanja u skupu svih predviđanja.

$$Preciznost = \frac{IP + IN}{IP + IN + LP + LN} 100\% \quad (19)$$

## ROC krivulja

Krivulja operativnih karakteristika (engl. *Receiver Operating Characteristic*) je grafikon koji prikazuje utjecaj različitih cut-off vrijednosti na osjetljivost i specifičnost, pri čemu svaka točka pripada jednom izboru praga. ROC krivulja pokazuje kompromis između stope stvarnih pozitivnih rezultata i stope lažno pozitivnih preko različitih pragova odluke.

Površina ispod ROC krivulje (engl. *Area Under Curve*) odnosno, AUC mjeri cijelo dvodimenzionalno područje ispod cijele ROC krivulje. AUC pruža zbirnu mjeru izvedbe preko svih mogućih pragova klasifikacije.

AUCROC govori koliko je model logističke regresije sposoban klasificirati poduzeća na aktivna i ona u stečaju. Raspon vrijednosti se kreće od 0 do 1. Izvršna mjera sposobnosti klasifikacije je 1, dakle u tom slučaju model ima predviđanja 100% točnosti. Loša mjera sposobnosti klasifikacije je 0, što znači da model ima 100% pogrešna predviđanja.

Tablica 4: Kategorizacija ROC krivulje

AUCROC	Kategorija
0.9-1.0	Izvršno
0.8-0.9	Vrlo dobro
0.7-0.8	Dobro
0.6-0.7	Zadovoljavajuće
0.5-0.6	Nezadovoljavajuće

Izvor: Izrada autora

## 4. EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE

### 4.1. Stratificirano uzorkovanje temeljem ciljane populacije

Učinkovita je metoda uzorkovanja za proučavanje heterogene populacije s obzirom da se jedinice promatranja, u ovom radu su to trgovačka društva, razlikuju prema određenim obilježjima te se prema tim istim obilježjima mogu grupirati u podskupove. Stratificirano uzorkovanje podrazumijeva podjelu populacije u manje stratumne kada osnovni skup nije homogen, a da pritom jedinice unutar tih stratumna budu što homogenije. Takvi stratumi su zapravo disjunktni podskupovi. Stratumna može biti više i ne moraju biti jednakih veličina. U ovom istraživanju ciljano populaciju čine sva trgovačka društva u djelatnosti trgovine na veliko i malo (djelatnost G prema NKD-u: trgovina na veliko i malo, osim trgovine motornim vozilima i motociklima) koja su u trogodišnjem razdoblju predali godišnja financijska izvješća (za 2021., 2020. i 2019. godinu) te kojima je poznat status zaključno s 2022. godinom (u stečaju ili nije u stečaju). Prema podacima FINA-e koji su izvezeni pomoću infoBIZ servisa takvih trgovačkih društava ima 17180. Jednostavno slučajno uzorkovanje ne bi bilo reprezentativno u ovom slučaju jer bi se zbog velike populacije ( $N=17180$ ) mogao dobiti uzorak, od primjerice 2000 trgovačkih društava, među kojima ne bi uopće bilo stečajnih društava ili bi ih bilo jako malo pa bi izvedeni zaključci istraživanja bili pogrešni ili samo prividni. S obzirom da je navedena populacija izrazito heterogena prema veličini trgovačkih društava, djelatnosti i njihovom statusu, podijeljena je na osam stratumna, istovremeno vodeći računa o njihovoj veličini (mikro ili mali), djelatnosti (trgovina na veliko – poddjelatnost G46 ili trgovina na malo poddjelatnost G47) te statusu (u stečaju ili nije u stečaju). Budući da su po dvije kategorije u svakom od tri navedena obilježja došlo se do 8 stratumna. Potrebno je napomenuti da ciljanom populacijom ( $N=17180$ ) nisu obuhvaćena srednja i velika trgovačka društva iz dva razloga: a) samo je jedno društvo u stečaju srednje veličine u trgovini na veliko (CELOX d.o.o.) i jedno veliko društvo u trgovini na malo (NAMA d.d.) pa nije imalo smisla formirati stratumne s jednom jedinicom promatranja i b) uključivanje srednjih i velikih trgovačkih društava koja nisu u stečaju uzrokovalo bi pristranost u rezultatima previđanja stečaja zbog neusporedivosti, ali i zbog utjecaja ekstremnih vrijednosti financijskih pokazatelja koje ta društva generiraju. Osim toga, mikro i mala trgovačka društva dominiraju populacijom s udjelom od 98% pa je izoliranje srednjih i velikih trgovačkih društava iz ciljane populacije bilo razumno iz dva već



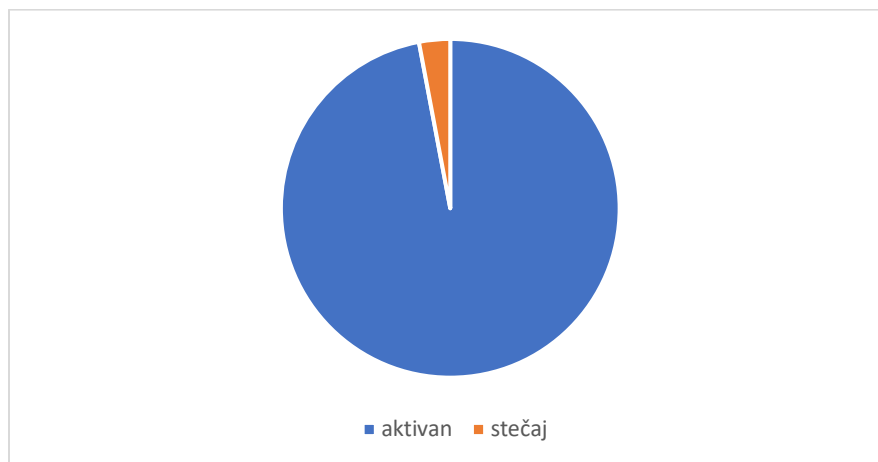
navedena razloga, a s ciljem da se dobije reprezentativniji uzorak što je više moguće, koji po strukturi nalikuje populaciji, u kojem su jedinice promatranja usporedive te homogene unutar stratuma. Distribucija trgovačkih društava ciljane populacije prikazana je u Tablici 5 (apsolutne i relativne frekvencije vertikalno).

Tablica 5: Populacija trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo u 2022. godini

Stečaj		Mali / Trg na malo	Mali / Trg na veliko	Mikro / Trg na malo	Mikro / Trg na veliko	Ukupno
0	N	690	2260	3465	10255	16670
	%	99,3	99,1	95,7	96,9	97,0
1	N	5	20	155	330	510
	%	0,7	0,9	4,3	3,1	3,0
Ukupno	N	695	2280	3620	10585	17180
	%	100	100	100,0	100,0	100,0

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Graf 7: Struktura ciljane populacije trgovačkih društava prema statusu poslovanja iz 2022. godine

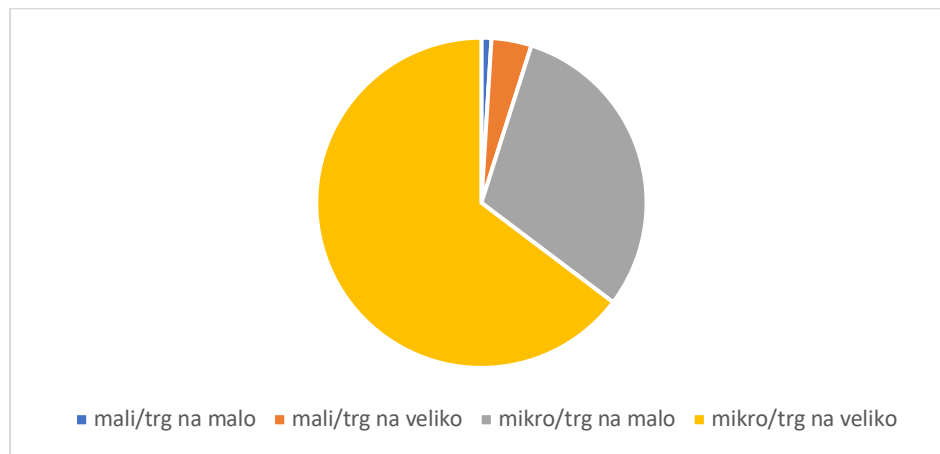


Izvor: izrada autora

Trgovačkih društva u sektoru trgovine na veliko i malo čini 16670 aktivnih (Stečaj=0) i 510 u stečaju (Stečaj=1). Iako su aktivna trgovačka društva najviše zastupljena, frakciju stečajnih poduzeća u ciljanoj populaciji, čini svega 3% (Graf 7). Međutim, udio se stečajnih poduzeća ipak

razlikuje s obzirom na veličinu i poddjelatnost. Iz Tablice 5 se vidi da je ipak veći broj stečajnih poduzeća u stratumu “Mikro/Trgovina na veliko”, a najmanji u stratumu “Mali/Trgovina na malo”. Navedeno daje naslutiti da je veća vjerojatnost stečaja za mikro trgovačka društva koja se bave trgovinom na veliko (Graf 8).

*Graf 8: Struktura stečajnih trgovačkih društava ciljane populacije iz 2022. godine*



*Izvor: izrada autora*

Ciljana populacija aktivnih poduzeća i poduzeća u stečaju dijeli se na stratume prema veličini i djelatnosti; time se stvara uzorak od 8 stratuma za koje se izdvaja 20% poduzeća iz populacije. Postotak od 20% je izabran zato da se u uzorku nađe najmanje 100 stečajnih trgovačkih društava u apsolutnom broju što je minimalni zahtjeva kada se ista uspoređuju s aktivnim trgovačkim društvima kojih u ciljanoj populaciji ima gotovo 33 puta više (16670 naspram 510) odnosno točnije 3168%.

Tablica 6: Stratificirani uzorak trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo iz 2022. godine

Stečaj		Mali / Trg na malo	Mali / Trg na veliko	Mikro / Trg na malo	Mikro / Trg na veliko	Ukupno
0	N	138	452	693	2051	3334
	%	99,1	99	95,5	96,1	96,5
1	N	1	4	31	66	102
	%	0,7	0,9	4,3	3,1	3,0
Ukupno	N	139	457	726	2134	3456
	%	100	100	100	100	100

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Struktura stratificiranog uzorka prema 8 stratumima identična je strukturi populacije kada se usporede Tablica 5 i Tablica 6. Izabirući stratificirani uzorak od 20% ciljane populacije dobiva se apsolutna veličina uzorka  $n=3456$  od čega je 102 stečajnih trgovačkih društava (Tablica 6).

## 4.2. Deskriptivna statistika izabranih financijskih pokazatelja

Temeljem dostupnih podataka odgovarajućih AOP pozicija izračunati su financijski pokazatelji koji su odabrani za samo istraživanje iz četiri kategorije: likvidnost, zaduženost, likvidnost te profitabilnost.

Najčešći financijski pokazatelji koji se u prethodnim istraživanjima pokazali signifikantnim za predikciju bankrota je koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti i rentabilnost ukupne imovine, stoga su prioritet analize jer su se prema pregledu literature pokazali značajnim barem u 50% istraživanja. Neki su se financijski pokazatelji u nešto manjem broju pokazali signifikantnima, ali uključeni su u analizu jer kvalitetno objašnjavaju i prezentiraju financijsko stanje trgovine i načelno su kvalitetni pokazatelji poput pokazatelja trenutne likvidnosti, koeficijenta obrtaja kratkotrajne imovine i ukupne imovine, nadalje EBIT marža i rentabilnost vlastitog kapitala. S obzirom da su neki u analizu uzimali oko 20 financijskih pokazatelja i više, u ovom radu se ne uzima mnogo financijskih pokazatelja iz razloga jer su se neki pokazali nesignifikantnima za predviđanje bankrota, te se neki u analizu ne mogu uzeti iz razloga jer su primjenjivi isključivo za poduzeća koja javno kotiraju na burzi, tj. cijela kategorija pokazatelja investiranja; zarade po dionici, dividende po dionici, prinos od dividendi i odnos cijene i zarada. Ježovita (2015) utvrdila je svojim istraživanjem da je bitno uvažavati specifičnost poslovanja svakog poduzeća u pogledu djelatnosti, veličine i gospodarskog okruženja prilikom primjene kvantitativnih financijskih podataka za ocjenu sigurnosti poslovanja. Za pokazatelje likvidnosti, zaduženosti i aktivnosti zaključena je statistički značajna razlika u odnosu na grupu djelatnosti kojom se poduzeće bavi.

Naime, ovo je istraživanje ograničeno na 10 varijabli koje potencijalno dobro previđaju stečaj trgovačkog društva i to: 8 financijskih pokazatelja i 2 nefinancijska pokazatelja (Tablica 7). Više od 10 varijabli je nesuvislo iz dva razloga: a) financijski pokazatelji, ne nužno iz iste kategorije, mogu biti visoko korelirani te utjecati na pristranost procijenjenih parametara u modelu logističke regresije ili čak mogu imati netočan predznak kao posljedica ozbiljnog problema multikolinearnosti i b) ne poštujući načelo parsimonije može se dobiti prividno adekvatan model samo zato što sadrži puno nezavisnih varijabli, a istovremeno se zbog njihove brojnosti može

izgubiti veliki broj stupnjeva slobode (engl. *degrees of freedom*) koji izravno utječu na empirijsku razinu signifikantnosti (*p-vrijednost*) prilikom testiranja značajnosti procijenjenih parametara.

Tablica 7: Financijski i nefinancijski pokazatelji uključeni u analizu

<b>Financijski pokazatelj</b>	<b>Formula</b>	<b>Kategorija</b>
<i>Koeficijent trenutne likvidnosti</i>	Novac/kratkoročne obveze	Pokazatelj likvidnosti
<i>Koeficijent tekuće likvidnosti</i>	Kratkotrajna imovina/kratkoročne obveze	Pokazatelj likvidnosti
<i>Koeficijent zaduženosti</i>	Ukupne obveze/ukupna imovina	Pokazatelj zaduženosti
<i>Koeficijent obrtaja ukupne imovine</i>	Ukupni prihod/ukupna imovina	Pokazatelj aktivnosti
<i>Koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine</i>	Ukupni prihod/kratkotrajna imovina	Pokazatelj aktivnosti
<i>EBIT marža</i>	Zarade prije kamata i poreza/ukupni prihod	Pokazatelj profitabilnosti
<i>Rentabilnost ukupne imovine neto (ROA)</i>	Zarade nakon kamata i poreza/ukupna imovina	Pokazatelj profitabilnosti
<i>Rentabilnost vlastitog kapitala (ROE)</i>	Zarade nakon kamata i poreza/vrijednost glavnice	Pokazatelj profitabilnosti
<b>Nefinancijski pokazatelj</b>		
<i>Veličina</i>		
<i>Djelatnost</i>		

Izvor: izrada autora

Pokazatelji likvidnosti su izravno pokazatelji solventnosti jer mjere sposobnost podmirivanja dospjelih obveza, dok neizravno ukazuju na sposobnost cirkulacije imovine. U tom su smislu za trgovinu svojevrsna pretpostavka poslovanja, dakle u trgovini će se pretvaranjem imovine iz jednog oblika u drugi, odnosno kontinuirano cirkuliranje novčanih u materijalna sredstva, poduzeće smatrati likvidnim (Brealey i sur. 2020). Stoga privremeni zastoje u plaćanjima znači insolventnost, no i dalje može poslovati, no trajna i akutna obustava plaćanja može dovesti do likvidacije. Odabrani koeficijenti trenutne i tekuće likvidnosti odlični su pokazatelji urednog poslovanja trgovačkog društva jer visok koeficijent pokazuje da se ulog trgovine može lako prodati tj. pretvoriti u gotovinu, stoga neće doći do zastoja ili neizvjesnosti u podmirivanju obveza. Dok je trgovanje nekretnina poprilično nelikvidno zbog pregovaranja o cijeni te teškom pronalasku kupca u kratkom periodu. Jedina mana koeficijenta tekuće likvidnosti je što se ne može njime protumačiti konkretna promjena, zato što ako poduzeće posudi novac kako bi uložio, raste imovina ali i obveze. No s obzirom da se neka imovina teže prodaje, najbolji pokazatelj financijske napetosti je koeficijent trenutne likvidnosti, što je veći to je financijska napetost manja. Međutim, preveliki koeficijent trenutne likvidnosti upućuje na slabo upravljanje novcem, ali barem je veća spremnost na nove prilike ulaganja. Te je on više mjera sigurnosti vjerovnicima, stoga se prednost daje koeficijentu tekuće likvidnosti jer je imovina barem uložena, makar se neće pretvoriti uskoro u novac pa ima parcijalnu mjeru sigurnosti, a opet novac ne gubi vrijednost. S ovime rečeno u trgovini se koeficijent tekuće likvidnosti smatra osjetljivim, zato se očekuje snažno povećanje vjerojatnosti stečaja smanjenjem koeficijenta tekuće likvidnosti, dok se ne očekuje isto za koeficijent trenutne likvidnosti.

Pokazatelji aktivnosti upućuju na učinkovitost korištenja dijelova imovine i pokazuju brzinu cirkulacije sredstava u poslovnim procesima, odnosno pokazatelji su vremena trajanja poslovnih procesa. Koeficijent obrtaja pokazuje koliko puta se imovina obrne u tijeku godine dana. Jedan obrtaj znači da sredstvo prođe sve faze poslovnih procesa i vrati se u početni oblik. Što je veći koeficijent obrtaja u trgovini, to predstavlja efikasnije korištenje imovine, jer uz manji angažman imovine ostvaruje se isti rezultati. Smatra se da je za procjenu vitalnosti trgovina idealan koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine, te se očekuje da će promjena njega značajno utjecati na vjerojatnost stečaja. Zato što tvrtka može imati velik iznos fiksne dugotrajne materijalne imovine, što čini velik udio u ukupnoj imovini pa povećanje prodaje u tom slučaju rezultira povećanjem

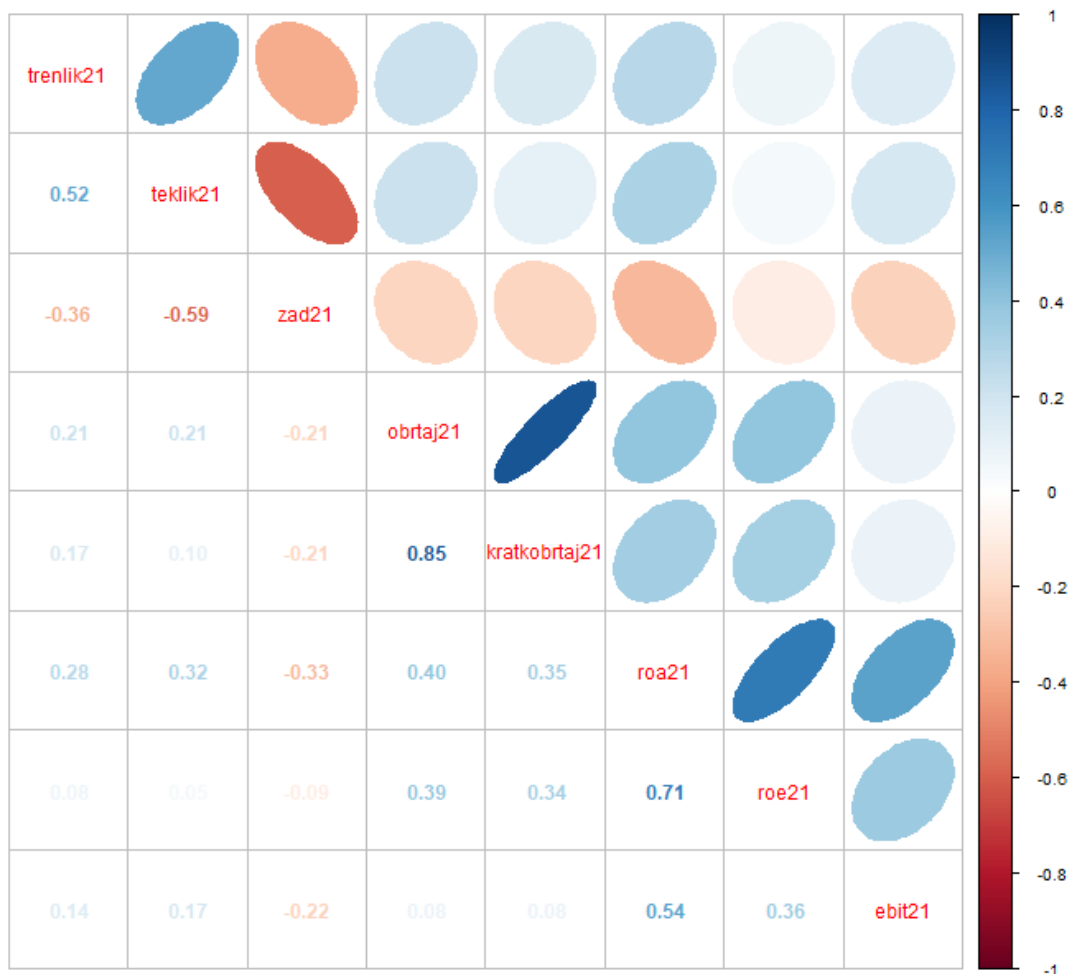
koeficijenta, no ne mnogo, jer bi to bio rezultat veće cirkulacije kratkotrajne imovine koja onda ne dolazi do izražaja pa i obrnuto smanjenjem prodaje.

Pokazatelji profitabilnosti mjere uspjeh zarada poduzeća i pokazuju značenje nekog modaliteta profita prema veličini angažirane imovine, odnosno prema obujmu poslovne aktivnosti predočene veličinom prodaje. Od ukupnih zarada najbitnije su neto zarade tj. uopće postojanje profita pokretač je poduzeća jer može reinvestirati taj iznos i tako nastaviti poslovati i razvijati se. Te od ukupne imovine najbitnija bi bila vlasnička glavnica, jer bez duga se i osniva poduzeće. S time kao ishod ona ipak služi kao poluga za zaduživanje, također ona služi i za likvidacijsku masu. S time rečeno, ako bi neto dobit i vlasnička glavnica bile najbitnije komponente, onda stavljanjem u odnos te dvije komponentne dobiva se rentabilnost vlasničke glavnice, te se temeljem tog pokazatelja vidi koliko 'čistog' profita se stvori angažiranjem jedinice 'čiste' imovine. Tako da se očekuje najveći utjecaj na promjenu vjerojatnosti stečaja promjenom rentabilnosti vlasničke glavnice.

Pokazatelji djelovanja poluge tj. pokazatelji zaduženosti mjere zaduženost tvrtke i sposobnost servisiranja dugova. Također promatraju se kao svojevrsni pokazatelji financijske snage. Prezentira koliki se dio ukupne imovine tvrtke financira iz tuđih izvora. Svojevrsni je pokazatelj rizika otplate dugova, primarno kreditorima i drugim vjerovnicima (Orsag, 2015). Neizravno pokazuje koliko je poduzeće opterećeno fiksnim naknadama tj. kamatama. Što je veća zaduženost, to je teret kamata veći. Koeficijent zaduženosti je kvalitetan pokazatelj vjerojatnosti stečaja za bilo koju djelatnosti, te se očekuje da će promijene njega značajno utjecat na promjenu vjerojatnosti stečaja.

Provodi se deskriptivna statistika financijskih pokazatelja u 2021. godini koji se koriste za predviđanje stečaja u 2022. godini (s odmakom od jedne godine) te će se ista analiza nad istim trgovačkim društvima, izabranim stratificiranim uzorkovanjem, ponoviti s odmakom od dvije i tri godine, ali se za 2020. i 2019. godinu neće prikazati deskriptivna statistika. Prije deskriptivno statističkih pokazatelja analiziranih varijabli grafički je prikazana korelacijska matrica financijskih pokazatelja (graf 9).

Graf 9: Korelacijska matrica financijskih pokazatelja u 2021. godini na stratificiranom uzorku



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Iz matrice korelacije (graf 9) vidi se da jedina koja ima negativan umjeren koeficijent korelacije u odnosu na druge varijable jest zaduženost, samo s koeficijentom tekuće likvidnosti ima umjereno negativan koeficijent od -0,59. S vrlo jakim i pozitivnim koeficijentom korelacije su koeficijent obrtaja ukupne imovine i koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine od 0,85. Što je za pretpostaviti s obzirom da su oba pokazatelja aktivnosti koja koriste u izračunu ukupnu imovinu i kratkotrajnu imovinu, a ukupnu imovinu čini kratkotrajna imovina. Stoga je za očekivati da se u modelu neće naći oba ta koeficijenta, baš kao ni ROA i ROE budući da je relativno visok pozitivni koeficijent korelacije rentabilnosti ukupne imovine i rentabilnosti vlasničke glavnice od 0,71. Nešto blaža korelacija javlja se između koeficijenta trenutne i tekuće likvidnosti od 0,52. Može se



primijetiti da se koreliranost financijskih pokazatelja javlja unutar kategorija pokazatelja, dok između kategorija se javlja gotovo nekoreliranost.

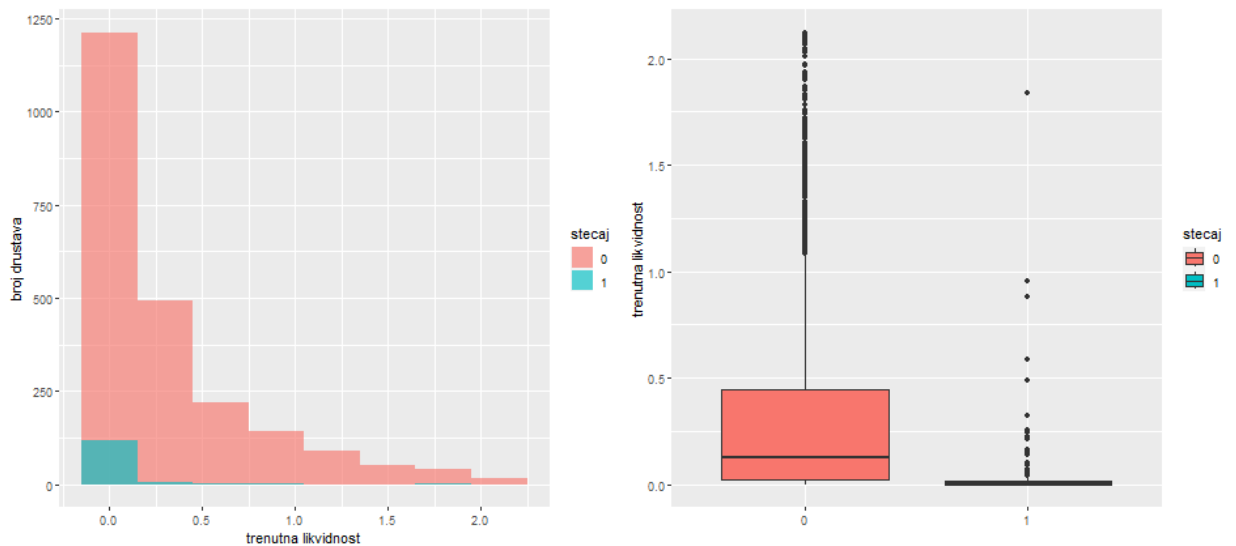
Osnovna statistička obilježja numeričkih nezavisnih varijabli korištenih u modelu prikazani su u tablici 8.

Tablica 8: Deskriptivna statistika financijskih pokazatelja u 2021. godini na stratificiranom uzorku

	Stečaj	Srednja vrijednost	SD	Min	Median	Max
Koeficijent trenutne likvidnosti	0	0,32	0,44	0,00	0,12	2,12
	1	0,06	0,21	0,00	0,00	1,84
Koeficijent tekuće likvidnosti	0	1,82	1,11	0,00	1,57	5,10
	1	0,66	0,53	0,00	0,58	2,26
Koeficijent zaduženost	0	0,67	0,34	0,00	0,63	2,06
	1	1,45	0,99	0,00	1,14	4,84
Koeficijent obrtaja ukupne imovine	0	1,51	1,06	0,00	1,41	5,06
	1	0,13	0,30	0,00	0,00	1,57
Koeficijent obrtaja katkotrajne imovine	0	1,97	1,34	0,00	1,82	6,20
	1	0,18	0,33	0,00	0,00	1,57
Rentabilnost ukupne imovine (ROA)	0	4,53	7,04	-15,43	3,01	26,10
	1	-2,88	10,56	-46,82	-0,06	26,45
Rentabilnost vlasničke glavnice (ROE)	0	14,62	15,68	0,00	9,38	67,73
	1	4,04	17,38	0,00	0,00	154,18
EBIT marža	0	3,72	5,03	-10,86	3,02	18,05
	1	-7,16	33,84	-146,23	0,00	90,91

Izvor: izračun autora u programu RStudio

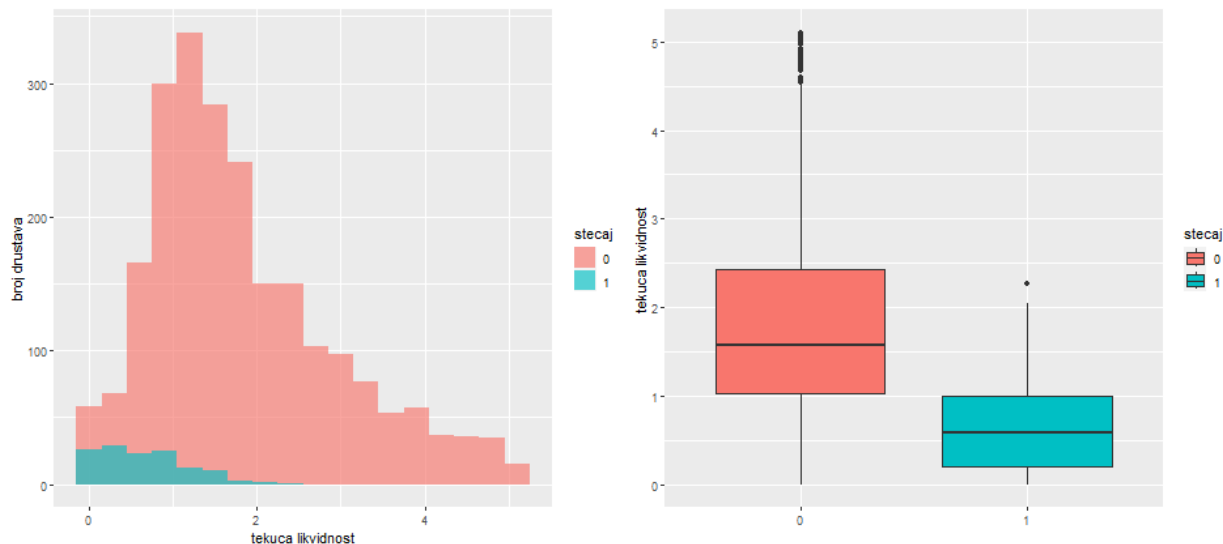
Graf 10: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu trenutne likvidnosti iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost koeficijenta trenutne likvidnosti aktivnih poduzeća je 0,32, a onih u stečaju je 0,06. Njegova standardna devijacija aktivnih poduzeća iznosi 0,44, a za ona u stečaju iznosi 0,21. Iz čega se zaključuje malo prosječno odstupanje od prosjeka. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju koeficijent u vrijednosti 0,12 i manje, a druga polovina ima 0,12 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi od 0,00. Koeficijent za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost 0,00. Dok aktivna bilježe najvišu 2,12, a ona u stečaju 1,84.

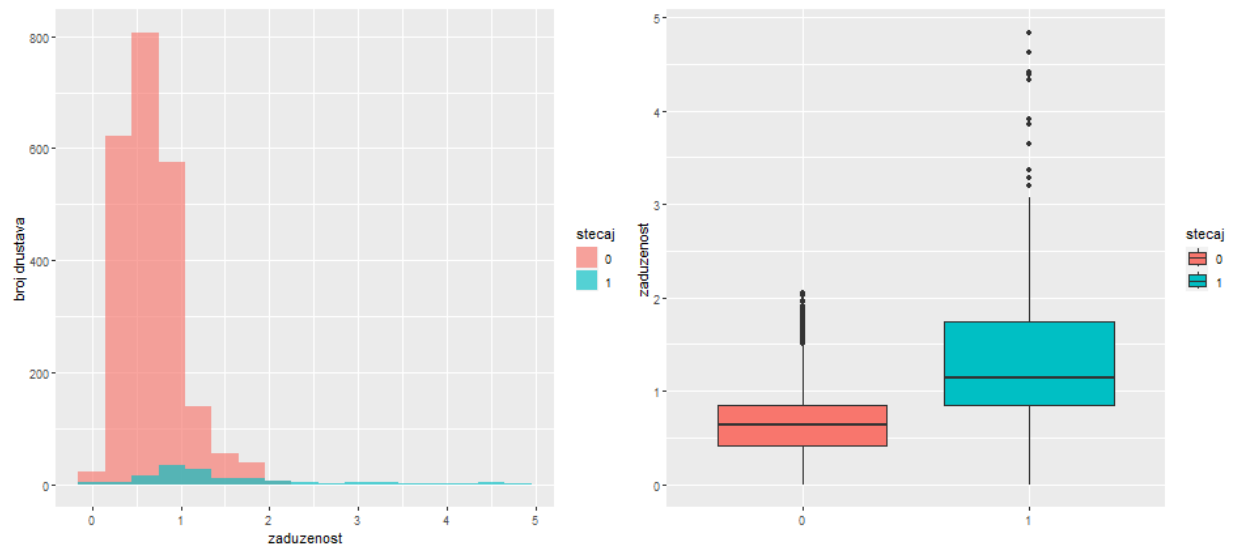
Graf 11: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu tekuće likvidnosti iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost koeficijenta tekuće likvidnosti aktivnih poduzeća je 1,82, a onih u stečaju je 0,66. Njegova standardna devijacija aktivnih poduzeća iznosi 1,11, a za ona u stečaju iznosi 0,53. Iz čega se zaključuje malo prosječno odstupanje od prosjeka. Prva polovina poduzeća aktivnih poduzeća imaju koeficijente u vrijednosti 1,57 i manje, a druga polovina ima 1,57 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 0,58. Koeficijent za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost od 0,00. Dok aktivna bilježe najvišu 5,10, a ona u stečaju 2,26.

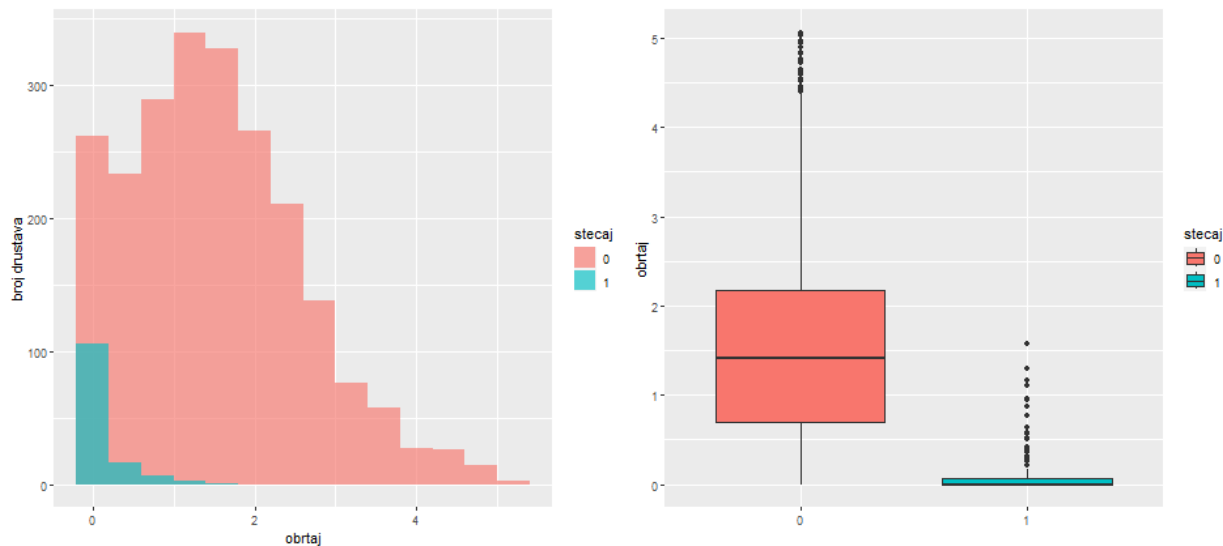
Graf 12: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu zaduženosti iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost koeficijenta zaduženosti aktivnih poduzeća je 0,67, a onih u stečaju je 1,45. Njegova standardna devijacija aktivnih poduzeća iznosi 0,34, a za ona u stečaju iznosi 0,99. Iz čega se zaključuje malo prosječno odstupanje od prosjeka za aktivna poduzeća, a veće za ona u stečaju. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju pokazatelje zaduženosti poduzeća u vrijednosti 0,63 i manje, a druga polovina ima 0,63 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 1,14. Koeficijent za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost 0,00. Dok aktivna bilježe 2,06, a ona u stečaju 4,84.

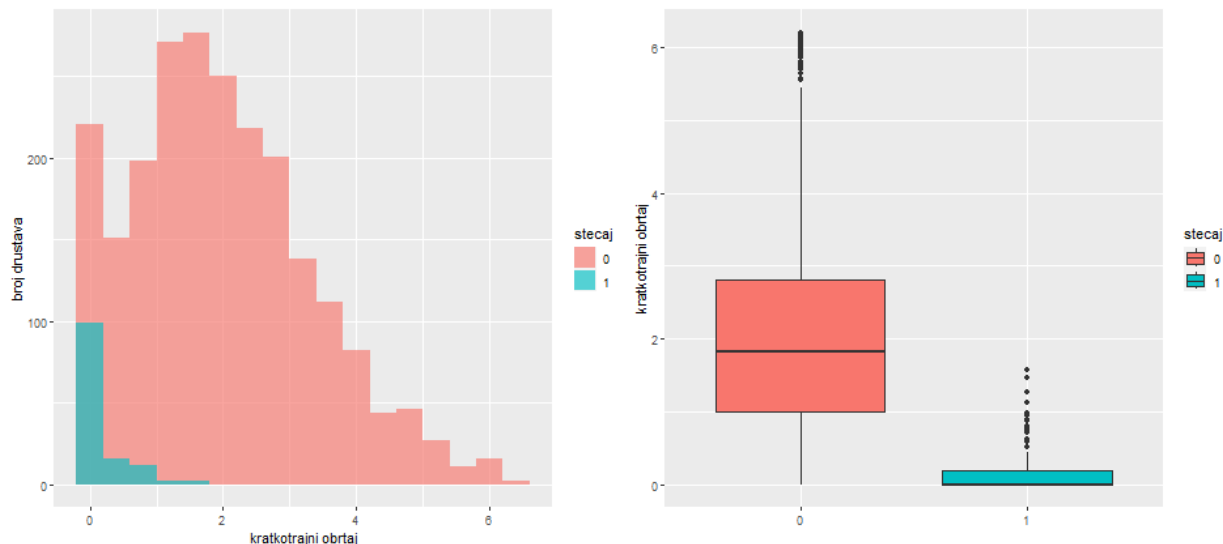
Graf 13: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu obrtaja ukupne imovine iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost koeficijenta obrtaja ukupne imovine aktivnih poduzeća je 1,51, a onih u stečaju je 0,13. Njegova standardna devijacija aktivnih poduzeća iznosi 1,06, a za ona koja su u stečaju iznosi 0,30. Iz čega se zaključuje veće prosječno odstupanje od prosjeka aktivnih poduzeća, a malo za ona u stečaju. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju koeficijent u vrijednosti 1,41 i manje, a druga polovina ima 1,41 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 0,00. Koeficijent za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost 0,00. Dok aktivna bilježe najvišu 5,06, a ona u stečaju 1,57.

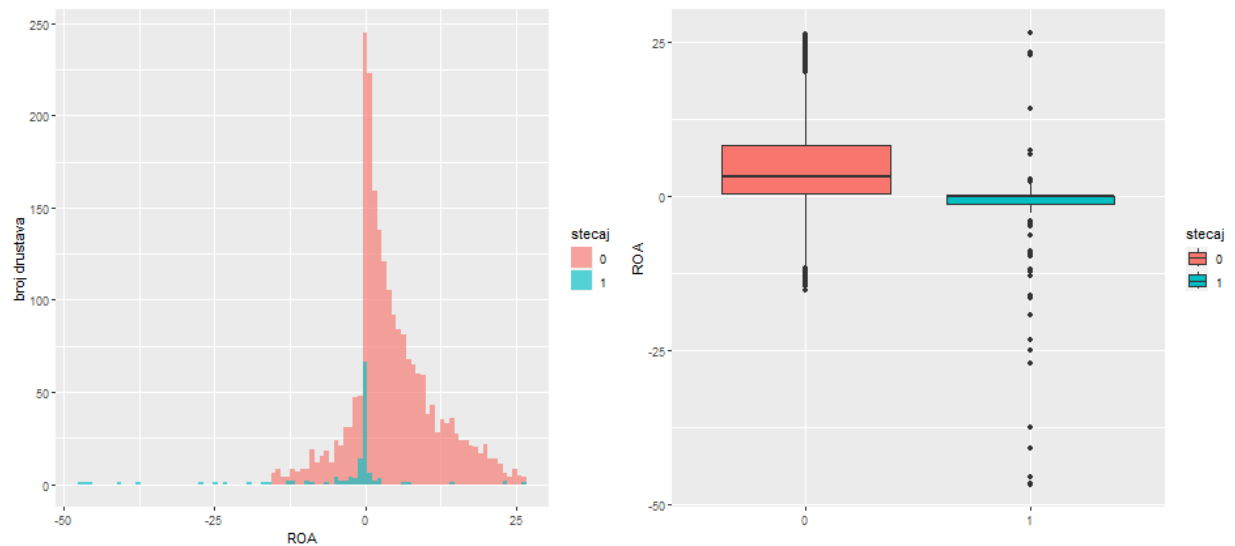
Graf 14: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu obrtaja kratkotrajne imovine iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost koeficijenta obrtaja kratkotrajne imovine aktivnih poduzeća je 1,97, a onih u stečaju je 0,18. Njegova standardna devijacija aktivnih poduzeća iznosi 1,34, a za ona koja su u stečaju iznosi 0,33. Iz čega se zaključuje veće prosječno odstupanje od prosjeka za aktivna poduzeća, a malo za ona u stečaju. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju koeficijent u vrijednosti 1,82 i manje, a druga polovina ima 1,82 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 0,00. Koeficijent za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost 0,00. Dok aktivna bilježe najvišu 6,20, a ona u stečaju 1,57.

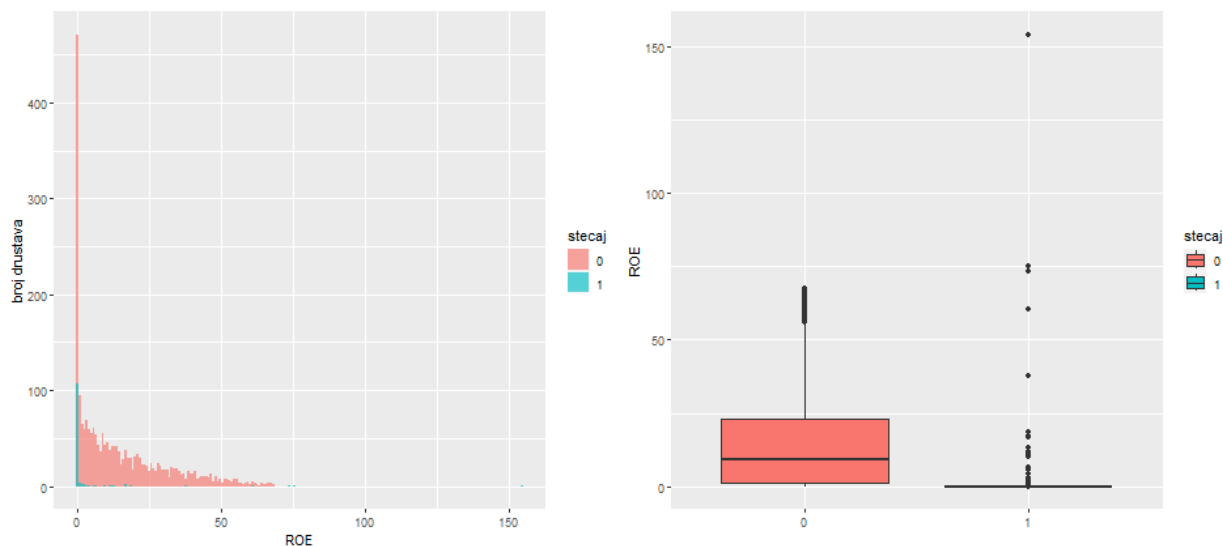
Graf 15: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema rentabilnosti ukupne imovine (ROA) iz 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost rentabilnosti ukupne imovine aktivnih poduzeća je 4,53, a onih u stečaju je -2,88. Standardna devijacija rentabilnosti ukupne imovine aktivnih poduzeća iznosi 7,04, a za ona u stečaju iznosi 10,56. Iz čega se zaključuje veliko prosječno odstupanje od prosjeka, zato što je prosjek pod utjecajem velikih i malih podataka. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju rentabilnost ukupne imovine u vrijednosti 3,01 i manje, a druga polovina ima 3,01 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi -0,06. Rentabilnost ukupne imovine aktivnih poduzeća bilježi najveću vrijednost u iznosu od 26,10, a najnižu -15,43. Dok rentabilnost ukupne imovine poduzeća u stečaju bilježi najveću vrijednost u iznosu od 26,45, a najnižu -46,82.

Graf 16: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema rentabilnosti vlasničke glavnice (ROE) iz 2021. godine

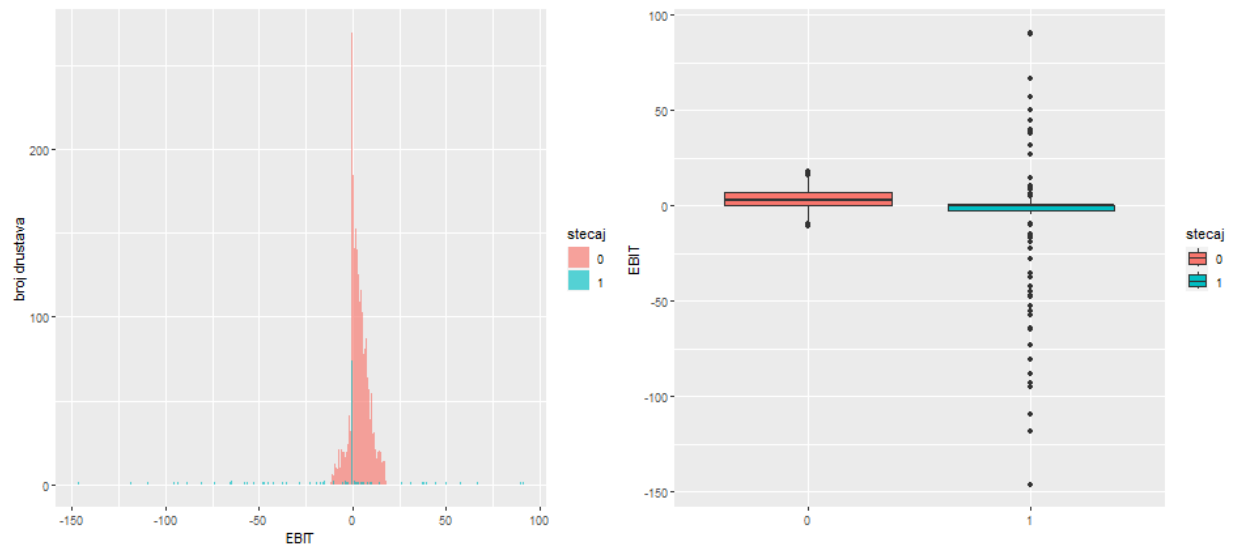


Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost rentabilnosti vlasničke glavnice aktivnih poduzeća je 14,62, a onih u stečaju je 4,04. Standardna devijacija rentabilnosti vlasničke glavnice aktivnih poduzeća iznosi 15,68 a za ona u stečaju iznosi 17,38. Iz čega se zaključuje veliko odstupanje od prosjeka, jer je prosjek pod utjecajem velikih podataka. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju rentabilnost vlasničke glavnice poduzeća u vrijednosti 9,38 i manje, a druga polovina ima 9,38 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 0,00. Rentabilnost vlasničke glavnice za aktivna poduzeća i ona u stečaju bilježi najnižu vrijednost 0,00. Dok aktivna bilježe najvišu 67,73, a ona u stečaju 154,18.



Graf 17: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema EBIT marži iz 2021. godine



Izvor 30: izrada autora pomoću programa RStudio

Srednja vrijednost EBIT marže aktivnih poduzeća je 3,72, a onih u stečaju je -7,16. Standardna devijacija EBIT marže aktivnih poduzeća iznosi 5,03, a za ona u stečaju iznosi 33,84. Iz čega se zaključuje veliko prosječno odstupanje od prosjeka, jer je prosjek pod utjecajem velikih i malih podataka. Prva polovina aktivnih poduzeća imaju EBIT maržu u vrijednosti 3,02 i manje, a druga polovina ima 3,02 i više. Dok za poduzeća u stečaju medijan iznosi 0,00. EBIT marža aktivnih poduzeća bilježi najveću vrijednost u iznosu od 18,05, a najnižu -10,86. Dok EBIT marža poduzeća u stečaju bilježi najveću vrijednost u iznosu od 90,91, a najnižu -146,23.

### 4.3. Rezultati i usporedba standardne i Bayesove logističke regresije

U prvom koraku procijenjen je model standardne logističke regresije sa svim odabranim varijablama uključujući 8 financijskih pokazatelja, 2 nefinancijska pokazatelja i njihovu interakciju predočenu članom umnoška. Financijske varijable su iz 2021. godine, dok su nefinancijske vremenski nepromjenjive. Pomoću navedenih varijabli predviđa se vjerojatnost stečaja u 2022. godini. Zajedno s konstantnim članom u prvom modelu standardne logističke regresije ukupno je procijenjeno 12 parametara, tzv. puni model. Što se tiče nefinancijskih pokazatelja veličina i djelatnost generirane su dummy varijabli, jedna za veličinu trgovačkog društva, a druga za djelatnost:

$$veličina_i = \begin{cases} 1 & mikro \\ 0 & malo \end{cases}, \quad djelatnost_i = \begin{cases} 1 & trgovina na veliko \\ 0 & trgovina na malo \end{cases}$$

Navedene se varijable također pojavljuju u umnošku (*veličina \* djelatnost*) da bi se ispitalo postoji li utjecaj njihove interakcije na vjerojatnost stečaja. Sve procijenjene vrijednosti parametara su izražene u logaritamskim omjerima šansi (engl. *log odds ratios*) te se interpretiraju tako da se isti antilogaritmiraju pod bazom prirodnog algoritma oduzme 1 i pomnoži sa 100, tj.

$$\left(e^{\hat{\beta}_j} - 1\right) 100\% \approx \frac{\% \Delta p}{\Delta x_j} \quad (20)$$

Ispod svakog procijenjenog parametra u zagradama je njegova standardna pogreška (engl. *standard error*). Ako je procijenjen parametar statistički značajan pridružen mu je simbol \*\*\*, \*\* ili \* ako je empirijska razina značajnosti manja od 1%, 5% ili 10%.

U drugom je koraku procijenjen reducirani model u kojem su neke varijable izostavljene prema AIC kriteriju. Akaikeov informacijski kriterij je osmišljen kako bi se pronašao model koji objašnjava najviše varijacija u podacima, dok istovremeno penalizira model koji koristi veliki broj parametara. Pomoću navedenog kriterija varijable se iterativno (postupno) dodaju i uklanjaju iz modela logističke regresije sve dok se ne pronađe skup varijabli s najnižom vrijednosti AIC.

Tablica 9: Rezultati cjelokupnog i reduciranog modela standardne logističke regresije

	Cjelokupni model	Reducirani model
(Konstantni član)	-2,4033 (1,4871)	-1,8292*** (0,3627)
Veličina	0,6581 (1,4583)	
Djelatnost	0,4971 (1,5860)	
Trenlik21	-0,7597 (0,6409)	
Teklik21	-0,4715* (0,1947)	-0,5439** (0,1866)
Zad21	1,1957*** (0,2348)	1,2267*** (0,2350)
Obrtaj21	-0,1557 (0,9811)	
Kratkobrtaj21	-2,3260** (0,8283)	-2,5097*** (0,3278)
Roa21	-0,0242 (0,0213)	
Roe21	0,0287** (0,0099)	0,0267** (0,0095)
Ebit21	-0,0291*** (0,0087)	-0,0335*** (0,0080)
Veličina × djelatnost	-0,6358 (1,6054)	
Num.Obs.	3456	3456
Log.Lik.	-260,420	-261,998
AIC	544,8	536,0
RMSE	0,18	0,18
F	14,734	32,622

+  $p < 0.1$ , \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Nakon što se procjene parametri metodom MLE, pomoću logaritamske vrijednosti najveće vjerodostojnosti (engl. *log-likelihood*) izračunava AIC kriterij prema formuli:

$$AIC = -2\text{Log. Lik.} + 2K \quad (21)$$

pri čemu je  $K$  broj parametara. Primjerice, za puni model vrijedi:

$$AIC = -2(-260,42) + 2 \cdot 12 = 520,84 + 24 = 544,84$$

U reduciranom modelu preostale su varijable koje su izabrane pomoću AIC kriterija i koje su sve statistički značajne, a očigledno je reducirani model prikladniji naspram punog modela jer ima manju AIC vrijednost. Zaključuje se da se reducirani model bolje prilagođava podacima, bez obzira što ima jednaku vrijednost prosječne pogreške, tj. rezidualnog odstupanja RMSE (engl. *Root Mean Squaer Error*). F testom se pak testira značajnost svih varijabli u modelu te se zbog visoke vrijednosti F testa zaključuje da je barem jedna varijabla značajna što se može očekivati u oba modela.

Što se tiče predznaka procijenjenih parametara svi su točni i smisleni osim predznaka uz varijablu ROE što se moglo i očekivati kao posljedica multikolinearnosti jer su korištena 3 pokazatelja profitabilnosti. Kako bi se navedeni problem riješio varijabla ROE se neće dalje analizirati, a varijable koje su preostale su zapravo pojedini pokazatelji iz svake kategorije likvidnosti, aktivnosti, zaduženosti i profitabilnosti. Nefinancijske varijable se nisu pokazale značajnim i one se također neće dalje koristiti u analizi.

Tablica 10: Antilogaritmirani parametri i procijenjeni intervali reduciranog modela standardne logističke regresije uz pouzdanost od 95%

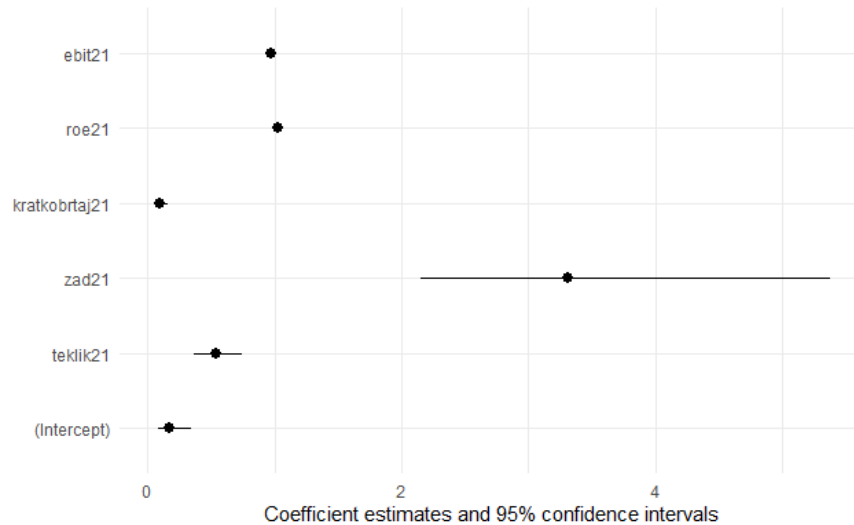
	Reducirani model
(Konstantni član)	0,1605*** [0,0768, 0,3188]
Teklik21	0,5805** [0,3949, 0,8208]
Zad21	3,4101*** [2,2104, 5,5485]
Kratkobrtaj21	0,0813*** [0,0403, 0,1466]
Roe21	1,0271** [1,0083, 1,0472]
Ebit21	0,9671*** [0,9509, 0,9814]

+ p < 0.1, \* p < 0.05, \*\* p < 0.01, \*\*\* p < 0.001

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Antilogaritmirani i procijenjeni intervali parametara reduciranog modela standardne logističke regresije uz pouzdanost od 95% prikazani su u tablici 10, čiji su podaci prikazani i na grafu 18. Uvrštavanjem podataka iz tablice 10 u formulu 20 procjenjuju se promjene šanse stečaja temeljem financijskih pokazatelja promatrajući pojedinačno. Prema tome računajući može se zaključiti da će 2021. godine uz pouzdanost od 95% i nepromijenjenost ostalih financijskih pokazatelja promatrajući jednog, u prosjeku smanjiti šanse stečaja; za 41,75% koeficijent tekuće likvidnosti (Teklik21) povećanjem za 1 koeficijent, za 91,87% koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine (Kratkobrtaj21) povećanjem za 1 koeficijent i za 3,29% EBIT marža (Ebit21) povećanjem za 1%. Dok će u prosjeku povećati šanse stečaja; za 241,01% koeficijent zaduženosti povećanejm (Zad21) za 1 koeficijent i za 2,71% rentabilnost vlasničke glavnice (Roe21) povećanjem za 1%. Te se može primijetiti nelogičnost utjecaja rentabilnosti vlasničke glavnice na šanse stečaja. Koeficijent zaduženosti najmanje je precizan u predviđanju šanse stečaja, što je vidljivo iz najvećeg raspona intervala antilogaritmiranih parametara na grafu 18.

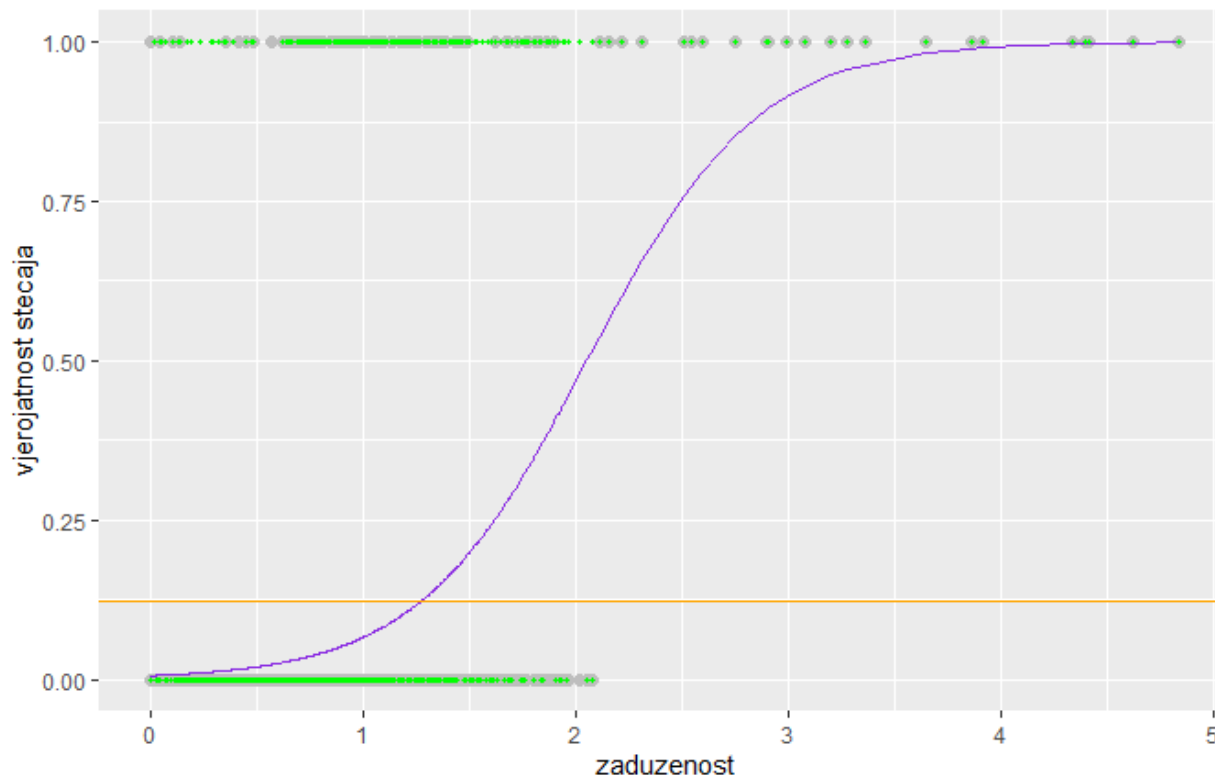
Graf 18: Procjenjeni intervali parametara reduciranog modela standardne logističke regresije uz pouzdanost od 95%



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Na osnovu reduciranog modela prikazana je logistička krivulja naspram koeficijenta zaduženosti (Graf 19) iz koje je vidljivo da vjerojatnost stečaja nelinearno povećava s povećanjem zaduženosti. S obzirom na optimalnu razinu praga od 0,125 pri kojoj se specifičnost izjednačava s osjetljivošću trgovačka su društva klasificirana kao ne stečajna i stečajna. Zelene točke na grafikonu su trgovačka društva koja su klasificirana prema reduciranom modelu logističke regresije, dok su sive točke stvarne klasifikacije. Vidi se visoka podudarnost stvarne i predviđene klasifikacije s obzirom da se zelene i sive točke većinom preklapaju. To ujedno dokazuje da je razina praga 0,125 u konkretnom slučaju optimalna. Ako se vrijednošću koeficijenta zaduženosti prognozira vjerojatnost stečaja od barem 12,5% i više, model će poduzeće klasificirati u stanje stečaja. U slučaju ako model temeljem vrijednosti koeficijenta zaduženosti prognozira vjerojatnost stečaja od 12,5% i manje, model će klasificirati poduzeće u stanje aktivnosti.

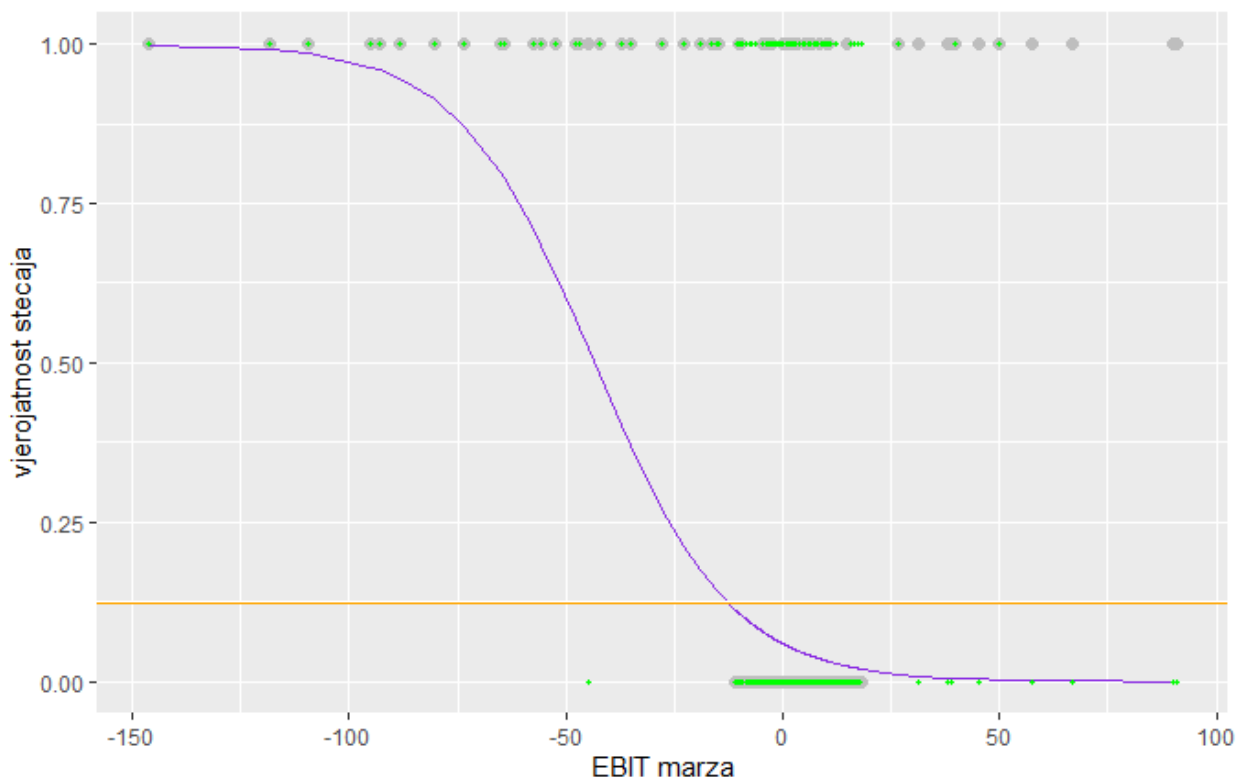
Graf 19: Logistička krivulja prema koeficijentu zaduženosti



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Radi ilustracije negativnog utjecaja financijskog pokazatelja na vjerojatnost stečaja analogno je prikazana i logistička krivulja naspram EBIT marže (Graf 20), koja je zrcalna obliku slova S te je vidljivo da se vjerojatnost stečaja nelinearno smanjuje s povećanjem EBIT marže. S obzirom na EBIT maržu trgovačka društva su drugačije raspoređena, ali postotak točne klasifikacije, kao i razina praga su nepromijenjeni, tj. u slučaju ako model temeljem vrijednosti EBIT marže prognozira vjerojatnost stečaja od 12,5% i manje, model će klasificirati poduzeće u stanje aktivnosti i obratno.

Graf 20: Logistička krivulja prema EBIT marži



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Tablica 11: Klasifikacijska matrica temeljem rezultata reduciranog modela za 2021. godinu

predviđeno		0	1	ukupno
0	N	3023	14	3037
1	N	331	88	419
ukupno	N	3354	102	3456

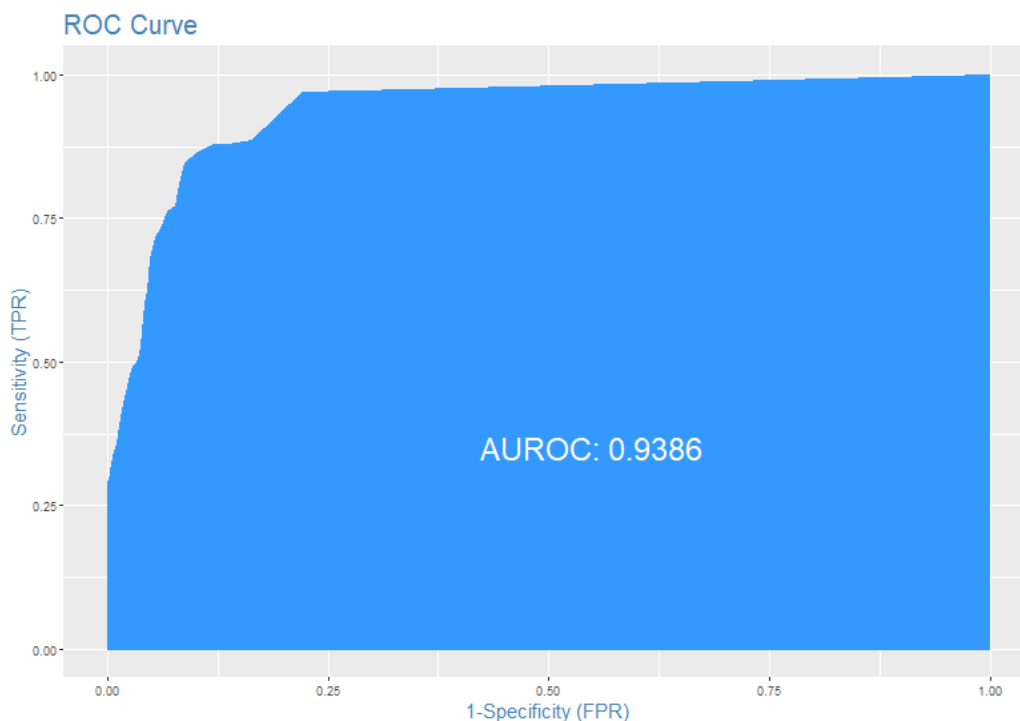
Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Prema klasifikacijskoj matrici (Tablica 11) može se izračunati da je modelom logističke regresije na ukupno 3456 predviđanja, točno klasificirano 3111 poduzeća. Što znači da je 90,01% poduzeća točno klasificirano. Od ukupno 419 predviđanja, 88 poduzeća točno je klasificirano pod stečaj. Stoga će model će klasificirati 21% poduzeća koja će ići u stečaj (osjetljivost). Također



model će točno klasificirati 99,54% poduzeća koja nisu u stečaju (specifičnost), jer je od ukupno 3037 predviđanja točno klasificirano 3023 poduzeća pod aktivno.

Graf 21: ROC krivulja temeljem rezultata reduciranog modela za 2021. godinu



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Krivulja operativnih karakteristika (ROC) koristi se za grafički prikaz kompromisa između osjetljivosti i specifičnosti za svaki mogući prag vjerojatnosti. Za predviđanje stečaja koristi se kako bi se odabrao najprikladniji prag vjerojatnosti za klasifikaciju u modelu predviđanja stečaja. ROC krivulja je grafikon sa:

- X-os prikazuje 1-specifičnost
- Y-os pokazuje osjetljivost

Što je ROC krivulja bliže gornjem lijevom kutu, to je predviđanje učinkovitije. Dakle površinom ispod ROC krivulje pokazuje se korisnost modela predviđanja, pri čemu veća površina znači korisniji model predviđanja, a za kategorizaciju modela koristimo tablicu 4. Prema površini ispod ROC krivulje (Graf 21) može se vidjeti da model logističke regresije ima predviđanja od 93,86% točnosti. Stoga zaključujemo da je ovaj model izvrstan.

Kako se došlo do varijabli koje su ključne za previđanje stečaja (koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti, koeficijent obrtaja kratkoročne imovine i EBIT marža) iste će se koristiti u Bayesovoj logističkoj regresiji koja će se procijeni tri puta. Prvi put će se predviđati stečaj u 2022. godini na osnovu spomenutih pokazatelja iz 2021., drugi put na osnovu spomenutih pokazatelja iz 2020., te treći put na osnovu spomenutih pokazatelja iz 2019., dakle s odmakom od 1, 2 i 3 godine. Zanimljivo je da je tim godinama obuhvaćen period COVID-19 krize i stoga postoje idealni uvjeti za primjenu Bayesove logističke regresije u uvjetima neizvjesnosti. Pri tome će se Bayesova logistička regresija u 2021. godini procijeniti u tri verzije s različito specificiranim prior distribucijama da se potvrdi koji je prior najadekvatniji, a potom će se uz jednako specificirane priore procijeniti Bayesova logistička regresija u 2020. godini i u 2019. godini.

U tablici 12, na osnovu generiranih posteriornih distribucija MCMC simulacijom prezentirane su prosječne vrijednosti procijenjenih parametara. Neke su prosječne vrijednosti jednake, a neke se pak umjereno razlikuju s obzirom na različite specifikacije prior distribucija, kako za konstantni član, tako i za svaki koeficijent smjera uz pojedinu nezavisnu varijablu. Najprije će se utvrditi koji je model Bayesove logističke regresije prikladniji s obzirom na tri specifikacije priora, a potom će se za adekvatan model grafički prikazati posteriorne distribucije svakog regresijskog parametra pojedinačno, njihove medijalne vrijednosti i granične vrijednosti na razini pouzdanosti 95% (grafovi 22-25). Zatim će se sve posteriorne distribucije usporediti zajedno na jednom grafikonu u svrhu donošenja zaključka u kojem je parametru najviše izražena nesigurnost temeljem adekvatnog modela (graf 26). Tek naposljetku će se prosječni omjeri šansi, temeljem posteriornih distribucija, interpretirati na tradicionalan način.

Log-vjerojatnost može se koristiti za izračunavanje Ostaviti-jedan-van informacijski kriterij (engl. *leave one out information criterion*) koji se temelji na konceptu križne validacije asimptotski je jednak Watanabe-Akaike informacijskom kriteriju (engl. *Watanabe-Akaike information criterion*) (Vehtari i sur. 2017.), te će služiti za usporedbu modela BLR21(A), BLR21(B) i BLR21(C). Niža vrijednost LOOIC i WAIC ukazuju na bolju prikladnost modela. Za usporedbu modela koristi se LOOIC, dok je WAIC aproksimacija LOOIC koji je brži i jednostavniji za izračunat (Bürkner, 2017.). U tablici 12 prikazani su LOOIC i WAIC za svaki model sa svojom odgovarajućom standardnom pogreškom, također i očekivana vrijednost

logaritma gustoće (engl. *Expected Log Predictive Density*). Smatra da modeli s većim ELPD-om imaju veću prediktivnu preciznost, no ne nosi samostalno značenje u izolaciji već se koristi za usporedbu modela tj. koristi se razlika (npr.  $\Delta ELPD$ ) kako bi se procjenila relativna prednost jednog modela u usporedbi s drugim (Johnson i sur., 2022).

Tablica 12: Modeli Bayesove logističke regresije s različito specificiranim prior distribucijama u 2021. godini

	BLR21(A)	BLR21(B)	BLR21(C)
(Konstantni član)	-1,802 (0,355)	-1,809 (0,354)	-1,786 (0,351)
Teklik21	-0,551 (0,181)	-0,544 (0,173)	-0,552 (0,182)
Zad21	1,218 (0,231)	1,217 (0,231)	1,218 (0,226)
Kratkobrtaj21	-2,066 (0,257)	-2,026 (0,251)	-2,113 (0,270)
Ebit21	-0,029 (0,007)	-0,029 (0,007)	-0,029 (0,007)
Num.Obs.	3456	3456	3456
R2	0,363	0,360	0,365
Log.Lik.	-265,973	-266,077	-265,960
ELPD	-271,2	-271,3	-271,3
ELPD s.e.	20,6	20,5	20,7
LOOIC	542,5	542,6	542,7
LOOIC s.e.	41,1	40,9	41,3
WAIC	542,4	542,6	542,7
RMSE	0,18	0,18	0,18

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Uz jednaku prediktivnu pogrešku od 0,18 sva tri modela, model BLR21(C) ima objašnjeno 36,5% varijance predviđanja stečaja što je za 0,2% više od BLR21(A) i 0,5% od BLR21(B). LOOIC jednak je  $-2 * ELPD$ , nadalje niža vrijednost LOOIC i WAIC ukazuju na bolju prikladnost modela, te se razlika u obje vrijednosti ( $\Delta LOOIC$  i  $\Delta WAIC$ ) koristi se za procjenu relativne prednosti jednog modela u odnosu na drugi. U ovom primjeru prema LOOIC i WAIC može se vidjeti gotovo jednaka prikladnost sva 3 modela, stoga je fokus na ELPD. ELPD modela BLR21(A) je za 0,1 veći od BLR21(B) i BLR21(C), te je procijenjena razlika standardne pogreške ELPD-a modela BLR21(A) i BLR21(B) 0,1, a razlika BLR21(C) i BLR21(B) 0,2. Što ne ukazuje da postoji značajna superiornost posteriorne prediktivne preciznosti jednog modela naspram drugoga i obrnuto tj. inferiornosti istog. BLR21(C) ima najveću log-vjerodostojnost, što znači da ima najbolju prilagodbu podacima. Usporedbom sva tri modela zaključuje se najveća prikladnost za predviđanje stečaja modelom BLR21(C).

Prvo treba primijetiti da u tablici 12 nema indikatora kojim se testira značajnost prosječnih vrijednosti parametara temeljem p-vrijednosti, iako se u zagradama prikazuju standardne pogreške njihovih posteriornih distribucija. Dakle, kod Bayesovog pristupa značajnost parametra se ne testira kao kod frekventističkog pristupa, ali se mogu donijeti zaključci koja je varijabla najviše ili najmanje neizvjesna odnosno koje vrijednosti konkretni parametri mogu poprimiti i s kojom vjerojatnosti. Do ovih informacija se nije moglo doći pomoću standardne logističke regresije.

Tri su specifikacije slabo informativnog priora korištene u Bayesovoj logističkoj regresiji:

- A) za konstantni član i sve koeficijente smjera normalni prior sa sredinom 0 i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi
- B) za konstantni član normalni prior sa sredinom -3,47 i standardnom devijacijom 1,74 te za koeficijente smjera Studentov t-prior sa 7 stupnjeva slobode, sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi.
- C) za konstantni član Cauchyjev prior sa sredinom -3,47 i standardnom devijacijom 1,74 te za koeficijente smjera Studentov t-prior sa 7 stupnjeva slobode, sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi.

Prva specifikacija (A) je zadana prior distribucija po defaultu u programu RStudio. To je normalna distribucija za sve parametre sa sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi, pa se model Bayesove logističke regresije može formalno zapisati ovako:

$$\begin{aligned}
 y_i | \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_4 &\sim B(1, p_i) \\
 \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) &= \beta_0 + \sum_{j=1}^4 \beta_j x_{ij} \\
 \beta_0 &\sim N(0; 2,5) \\
 \beta_j &\sim N(0; 2,5)
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Ostale postavke u modelu, ključne za konvergenciju Metropolis algoritma, su broj Markovljevihi lanaca (4) i broj ponavljanja (5000).

Pojasnimo sada značenje normalnog priora, primjerice  $\beta_j \sim N(0; 2,5)$ . Metodom MCMC će se generirati na slučajan način 20000 regresijskih koeficijenata  $\beta_j$  i to za svako opažanje, pretpostavljajući normalnu distribuciju vjerojatnosti sa sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5. To znači da će generirane vrijednosti  $\beta_j$  uglavnom biti iz intervala  $0 \pm 2,5$ , tj. od -2,5 do +2,5 na ljestvici logaritamskih omjer šansi odnosno od nula do približno 12 na ljestvici omjera šansi. Antilogaritamska vrijednost koeficijenta  $\beta_j$  od 0 do 1 znači da varijabla  $x_j$  smanjuju vjerojatnost stečaja, a vrijednost veća od 1 znači da varijabla  $x_j$  povećava vjerojatnost stečaja i to maksimalno do 12 puta što je približno 1100%. Dakle, ako se postavi da je sredina normalnog priora nula onda se dozvoljavaju negativni i pozitivni utjecaji varijabli  $x_j$  na vjerojatnost stečaja, dok se standardnom devijacijom na ljestvici logaritamskih omjera šansi ograničava koliki taj utjecaj može biti, što zapravo izražava naše uvjerenje o tom parametru. Što je veći raspon (veća standardna devijacija) prior je slabije informativan, a i razina neizvjesnosti uključena u generiranje posteriorne distribucije parametra  $\beta_j$  je veća, koja naposljetku ovisi ne samo o prioru već i funkciji vjerodostojnosti temeljem opaženih podataka. Isti je prior po zadanim postavkama specificiran i za konstantni član  $\beta_0$ . Međutim, takva specifikacija priora konstantnog člana nije prikladna iz

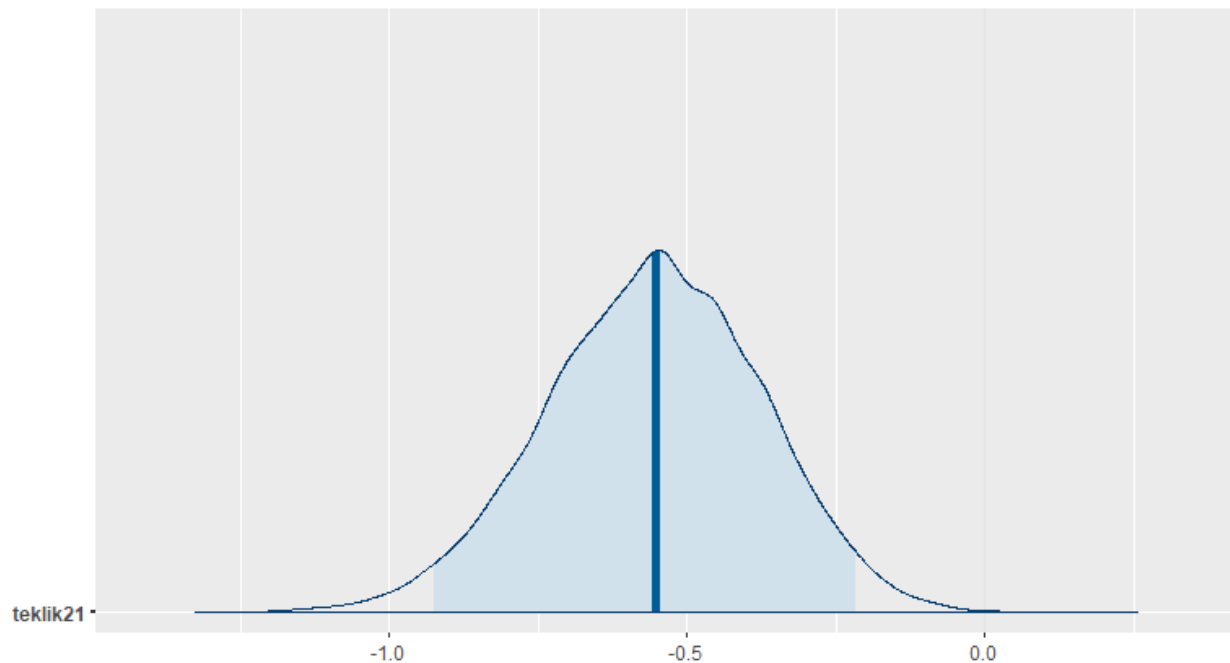
sljedećeg razloga. Konstantni član pokazuje vjerojatnost stečaja trgovačkog društva kada bi svi financijski pokazatelji bili nula ili drugim riječima kolika je vjerojatnost stečaja bez obzira koje će vrijednosti poprimiti financijski pokazatelji. Iz normalnog priora sa sredinom 0 i standardnom devijacijom 2,5 proizlazi da navedena bezuvjetna vjerojatnost može biti od 0 do približno 92,3% ( $\exp(2,5)/(1+\exp(2,5))=12/(1+12)$ ) što je nesuvislo jer je u populaciji, baš kao i u stratificiranom uzorku, stečajnih trgovačkih društava približno 3% (102/3456). Pema tome parametre normalnog priora za konstantni član bi trebalo izmijeniti, što je i učinjeno u specifikaciji (B). Vjerojatnosti od 3% odgovara omjer šansi 0,030928 odnosno logaritamska vrijednost omjer šansi od -3,47, a za standardnu devijaciju se uzme pola tog iznosa pa je to raspon  $-3,47 \pm 1,74$ . Navedeni raspon odgovara bezuvjetnoj vjerojatnosti stečaja od približno 0% do 15%. Tako specificiran prior je također slabo informativan. U slučaju treće specifikacije (C) normalni je prior zamijenjen Studentovim t-priorom s istim parametrima, ali različitim stupnjevima slobode za konstantni član i za regresijske koeficijente. Prednost Studentovog t-priora je što dozvoljava da se u neizvjesnost inkorporiraju i ekstremne vrijednosti koje se na krajevima distribucije odražavaju kao zadebljani repovi (engl. *fat-tails*). Što su stupnjevi slobode manji to t-prior ima zadebljanije repove. Štoviše, za konstantni član specificiran je t-prior s jednim stupnjem slobode kao specijalni slučaj Cauchyjeve distribucije koja osim ekstremnih vrijednosti dozvoljava i asimetričnost, tj. veću koncentriranost distribucije pri niskim vjerojatnostima što je i adekvatno za bezuvjetnu vjerojatnost stečaj.

Pokazatelji u tablici 12 pokazuju da je model BLR21(C) najadekvatniji. To je model u kojem je prior distribucija za konstantni član i za sve koeficijente smjera specificirana kao Studentova t-distribucija i to za konstantni član s 1 stupnjem slobode (specijalni slučaj Cauchyjeve distribucije) te sredinom -3,47 i standardnom devijacijom 1,74, dok je za ostale koeficijente pretpostavljena Studentova t-distribucija sa 7 stupnjeva slobode, sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi. Taj se model zapisuje:

$$\begin{aligned}
 y_i | \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_4 &\sim B(1, p_i) \\
 \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) &= \beta_0 + \sum_{j=1}^4 \beta_j x_{ij} \\
 \beta_0 &\sim t_{df=1}(-3,47; 1,74) \\
 \beta_j &\sim t_{df=7}(0; 2,5)
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

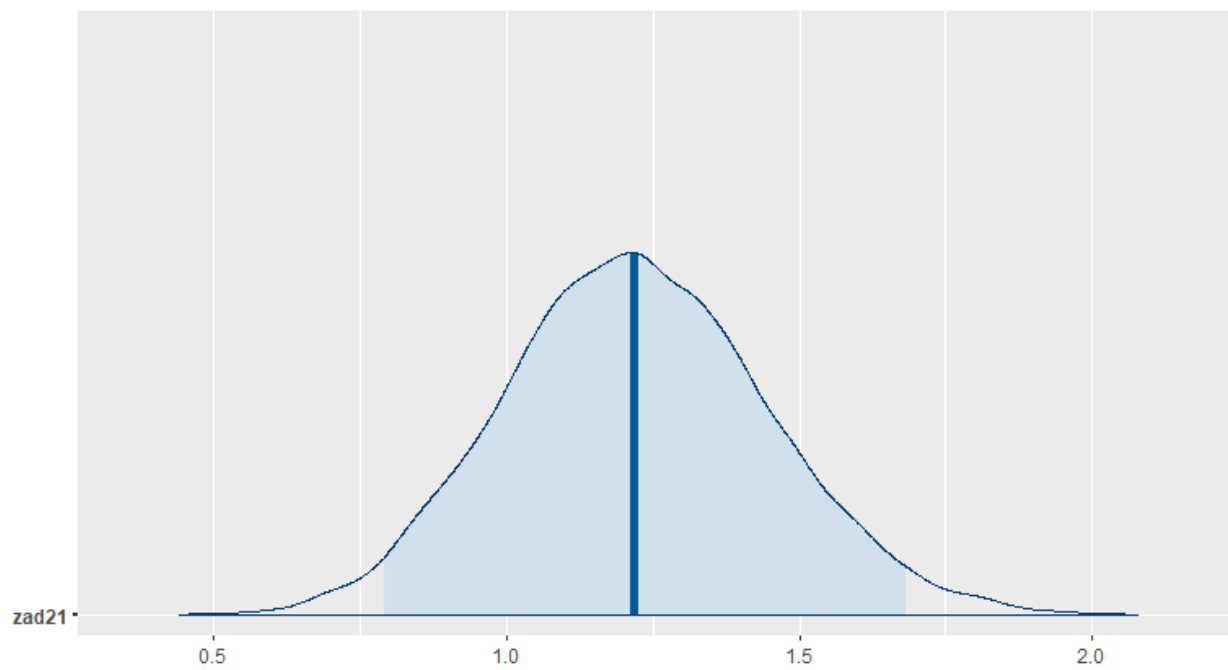
Rezultat MCMC metode su posteriorne distribucije parametara uz svaku nezavisnu varijablu pojedinačno, kao što je prikazano u nastavku. Na svakoj distribuciji označena je medijalna vrijednost, a zatamnjeni dio površine 95%.

*Graf 22: Posterior dijagram gustoće koeficijenta tekuće likvidnosti*



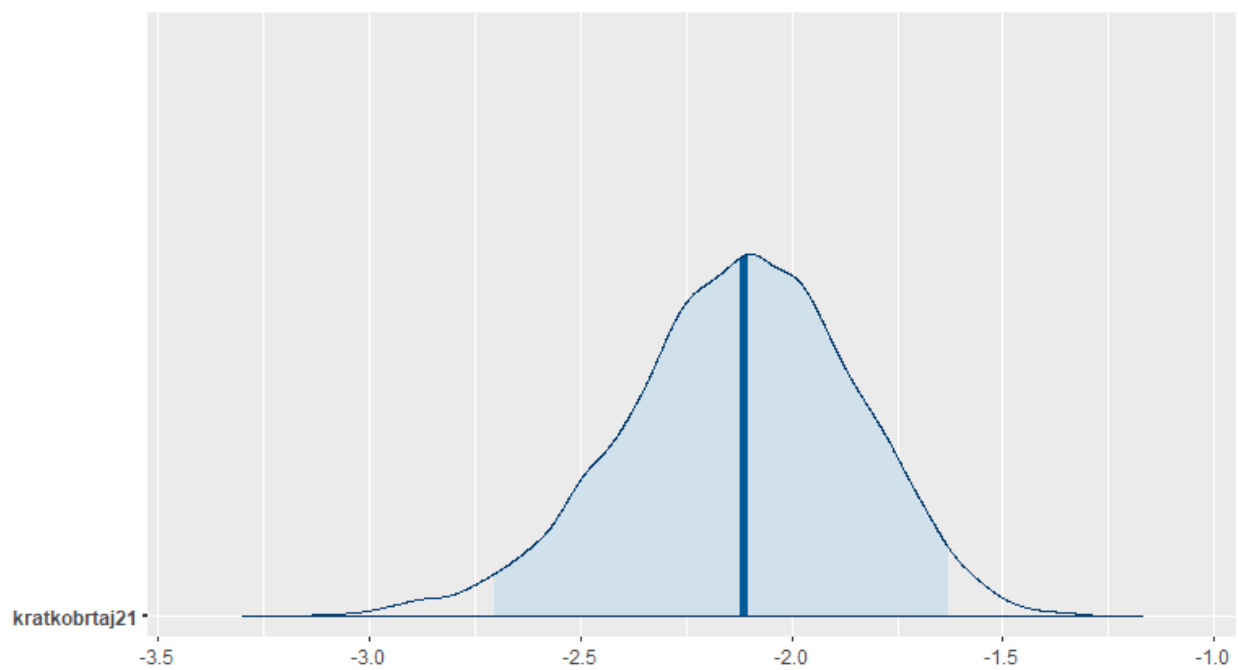
*Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio*

Graf 23: Posterior dijagram gustoće koeficijenta zaduženosti



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

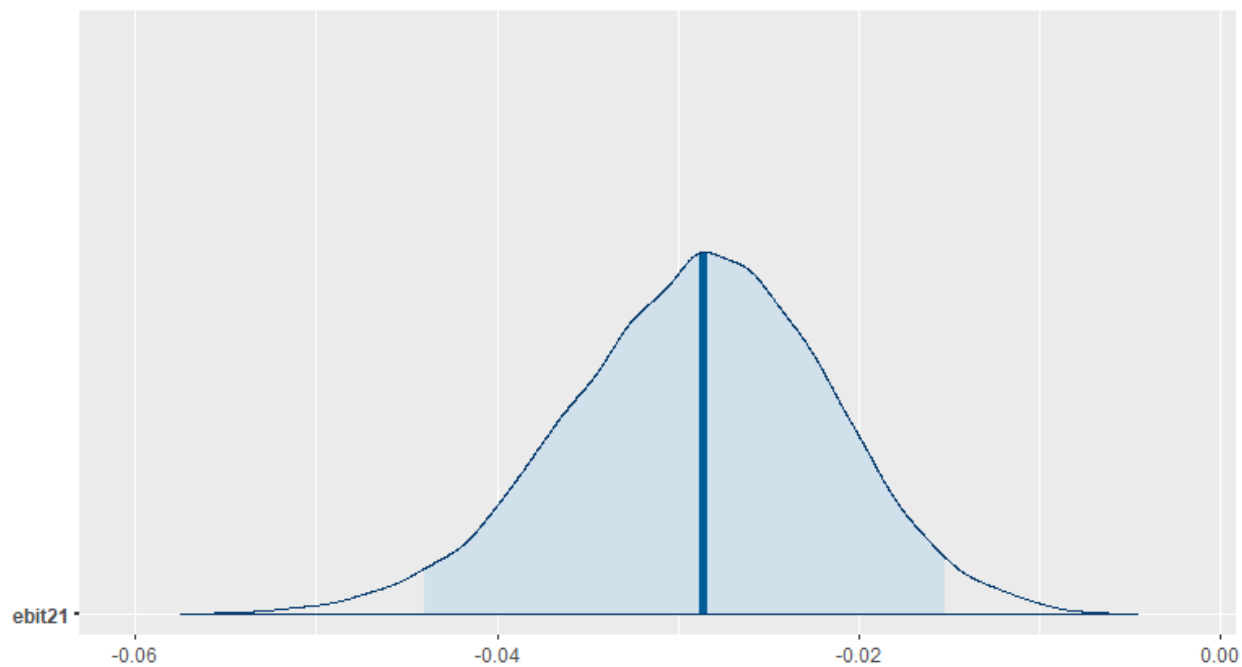
Graf 24: Posterior dijagram gustoće koeficijenta obrtaja kratkotrajne imovine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

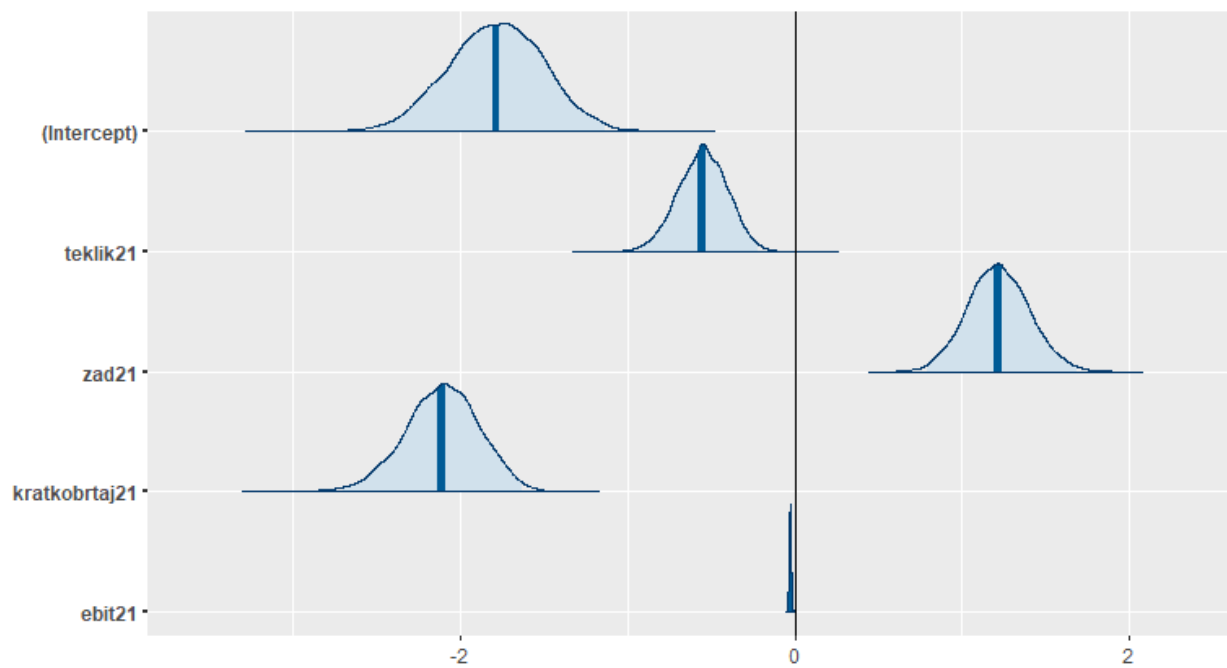


Graf 25: Posterior dijagram gustoće EBIT marže



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Graf 26: Posterior dijagram gustoće financijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2021. godinu



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Usporedbom posteriornih distribucija (Graf 26) može se zaključiti da su distribucije za varijable tekuće likvidnosti, obrtaja kratkoročne imovine, EBIT marže i konstantnog člana lijevo od nule, što znači da smanjuju vjerojatnost stečaja jer su prosječne, a i medijalne, logaritamske vrijednosti omjera šansi negativne. Jedino je posteriorna distribucija logaritamskih omjera šansi za zaduženost položena desno od nule što znači da jedino ona doprinosi stečaju poduzeća. Što je posteriorna distribucija udaljenija od ishodišta to promatrana varijabla ima veću diskriminatornu snagu, tj. bolje objašnjava razlike između poduzeća u stečaju od onih koji nisu u stečaju. To je u ovom slučaju koeficijent obrtaja kratkoročne imovine, dok varijabla EBIT marža najmanje diskriminira te dvije skupine poduzeća. Iako EBIT marža najmanje diskriminira stečajna od ne stečajnih poduzeća ona je naspram ostalih varijabli „najsigurnija“, tj. najmanje neizvjesna budući da pripadajuća posteriorna distribucija ima najmanju varijancu iskazanu u logaritamskim omjerima šansi, a i distribucija je uža (šiljastog oblika) i više koncentrirana oko prosječne vrijednosti. Najneizvjesnija je varijabla obrtaja kratkoročne imovine s umjereno izraženom ljevostranom asimetrijom, dok su zaduženost i tekuća likvidnost jednako i umjereno neizvjesne varijable.

Kako bi se sažela posteriorna distribucija može se koristiti mjera centralne tendencije npr. aritmetička sredina. Naime, ona je rijetko najkorisniji način jer je u Bayesovom okviru u fokusu cijela posteriorna distribucija za razliku od pristupa maksimalne vjerodostojnosti. Stoga se interpretiraju posteriorni intervali tj. intervali posteriorne nesigurnosti kojima se opisuje vjerojatan raspon parametara modela (Muth, 2018).

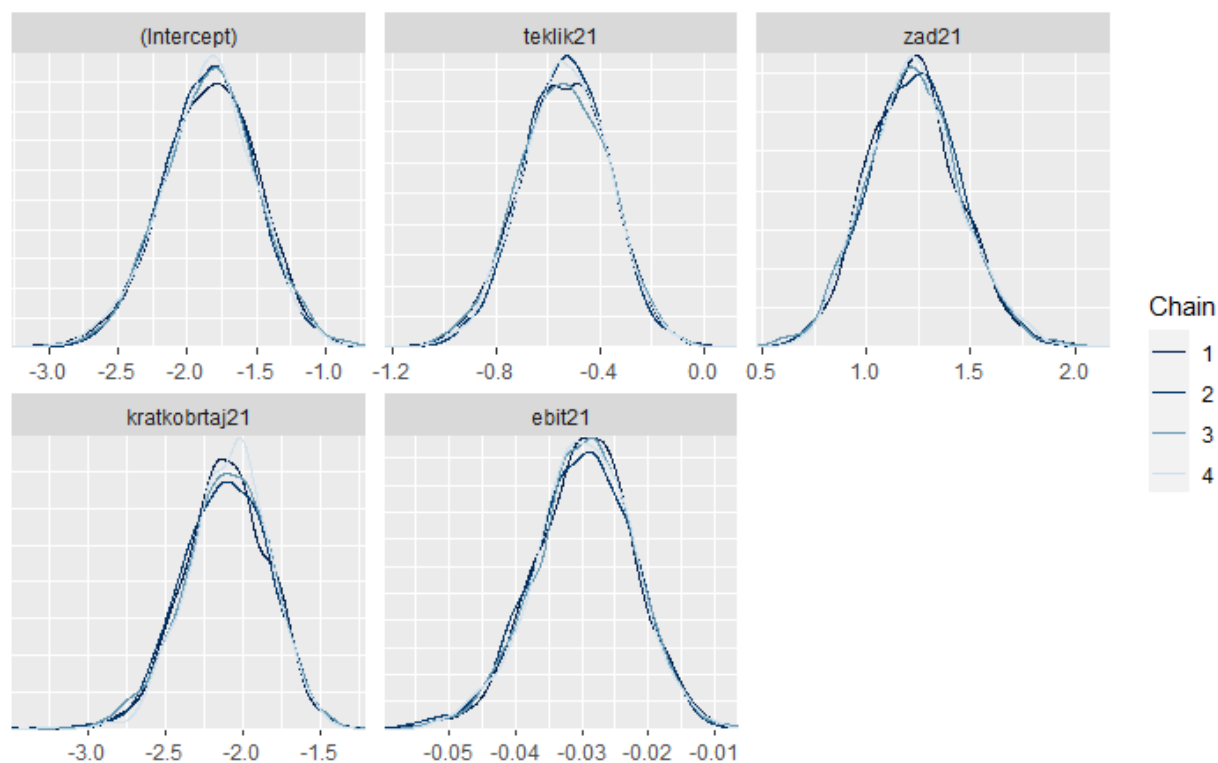
Tablica 13: Prosječni omjeri šansi te granični omjeri šansi u intervalu od 95%

	BLR21(A)	BLR21(B)	BLR21(C)
(Konstantni član)	0.165	0.164	0.168
	[0.081, 0.321]	[0.081, 0.321]	[0.083, 0.323]
Teklik21	0.576	0.580	0.576
	[0.399, 0.806]	[0.401, 0.812]	[0.397, 0.805]
Zad21	3.379	3.376	3.380
	[2.208, 5.426]	[2.204, 5.452]	[2.211, 5.379]
Kratkobrtaj21	0.127	0.132	0.121
	[0.074, 0.203]	[0.079, 0.208]	[0.067, 0.196]
Ebit21	0.972	0.972	0.972
	[0.957, 0.985]	[0.957, 0.985]	[0.957, 0.985]

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

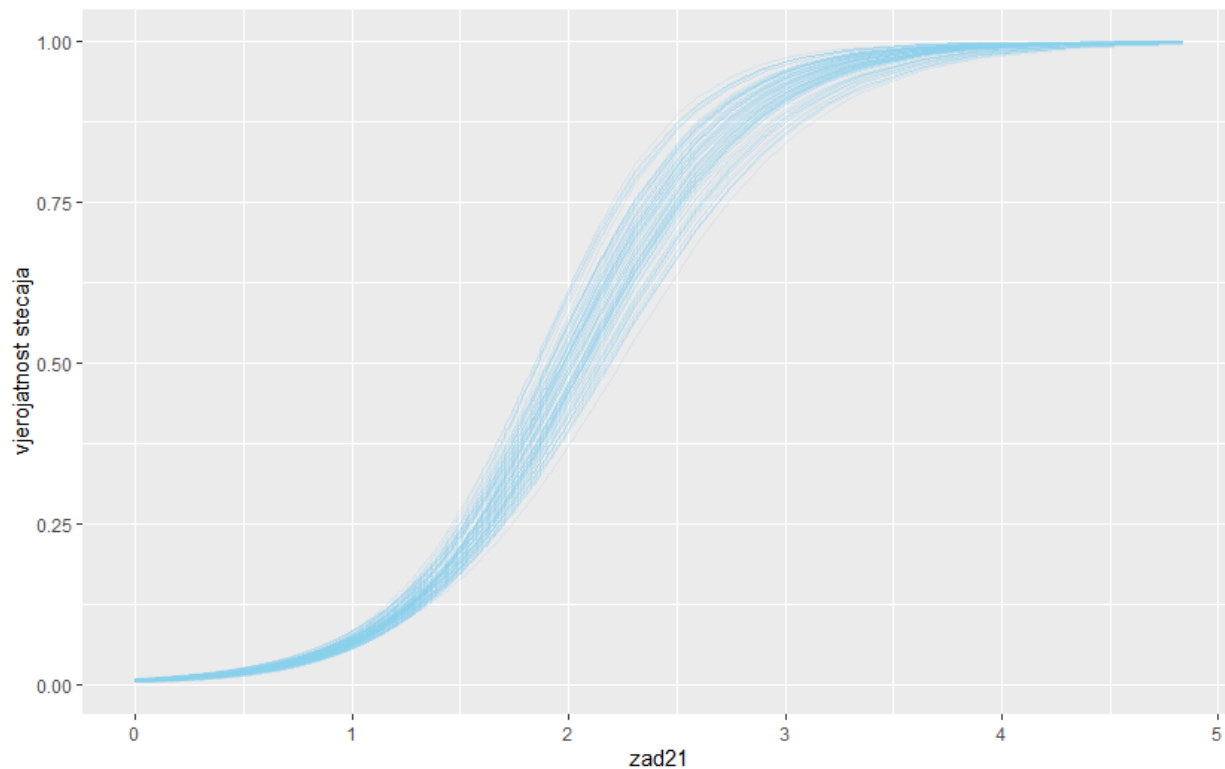
U tablici 13 prikazani su prosječni omjeri šansi te granični omjeri šansi u intervalu od 95% modela BLR21(A), BLR21(B) i BLR21(C). No interpretirati će se isključivo parametri modela BLR21(C) koji se pokazao adekvatnim. Uvrštavanjem podataka iz tablice 13 u formulu 20 procjenjuju se prosječne promjene šanse stečaja temeljem financijskih pokazatelja promatrajući ih pojedinačno. Prema tome može se zaključiti modelom BLR21(C) da će 2021. godine uz pouzdanost od 95% i nepromijenjenost ostalih financijskih pokazatelja promatrajući jednog, u prosjeku najvjerojatnije smanjiti šanse stečaja; između 60,3% i 19,5% koeficijent tekuće likvidnosti (Teklik21) povećanjem za 1 koeficijent, između 93,3% i 80,4% koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine povećanjem (Kratkobrtaj21) za 1 koeficijent i između 4,3% i 1,5% EBIT marža (Ebit21) povećanjem za 1%. Dok će u prosjeku najvjerojatnije povećati šanse stečaja između 121,1% i 439,7% koeficijent zaduženosti (Zad21) povećanjem za 1 koeficijent.

Graf 27: Dijagrami gustoće za posteriornu simulaciju modela stečaja četiri paralelnih Markovljevih lanca 2021. godine



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

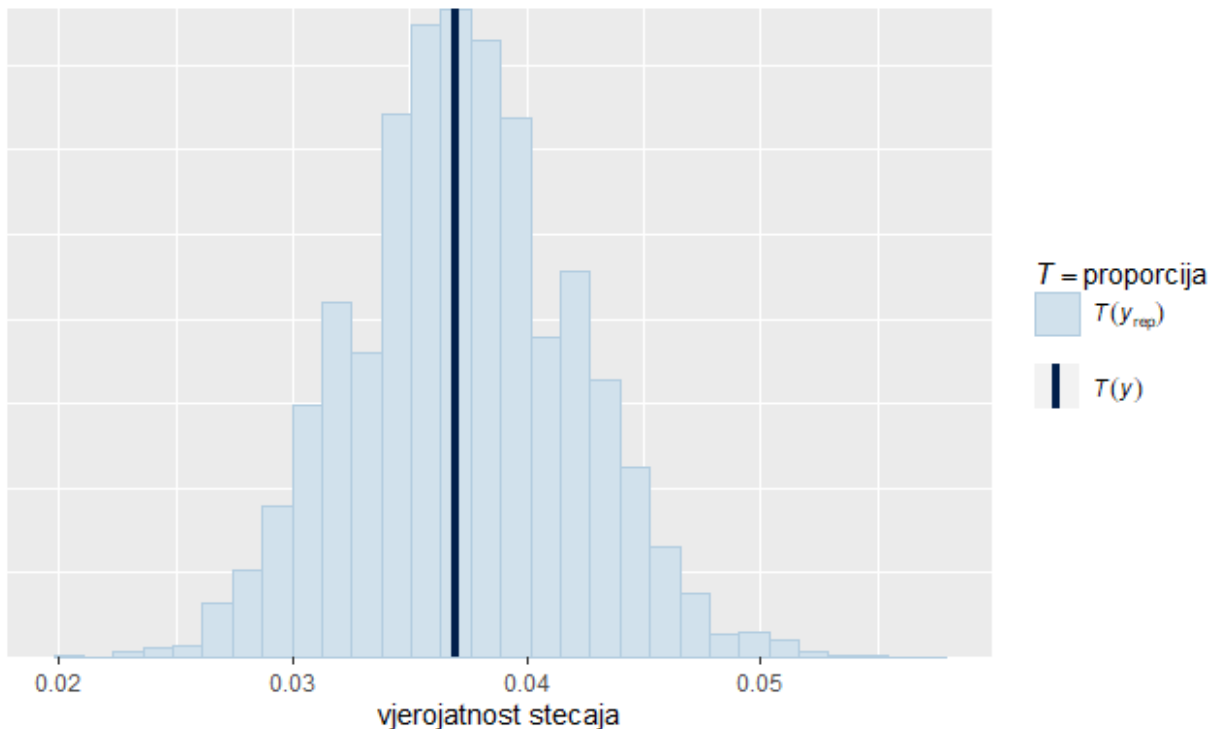
Graf 28: Simulacija odnosa vjerojatnosti stečaja i koeficijenta zaduženosti za 2021. godinu



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Na grafu 28 prikazano je 100 generiranih logističkih krivulja od njih ukupno 20000. One odražavaju prethodno razumijevanje da se vjerojatnost stečaja povećava s povećanjem koeficijenta zaduženosti, kao i prethodnu nesigurnost oko stope povećanja vjerojatnosti stečaja. To se vidi kada je na primjer koeficijent zaduženosti 2, onda model može prognozirati vjerojatnost stečaja između 37,5% i 62,5% tj. ima toliki posteriorni interval. Također ovime se potvrđuje da naše prethodne procjene odražavaju naše razumijevanje ukupne šanse za stečaj. 100 skupova podataka simulirano je iz prethodnog modela. Za svaki prikazujemo odnos između vjerojatnosti stečaja i koeficijenta zaduženosti.

Graf 29: Posteriorna prediktivna provjera modela logističke regresije stečaja



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Iz svakog od 20000 posteriornih simuliranih skupova podataka bilježimo udio ishoda  $Y$  koji su 1, tj. koji su u stečaju. Time se prikazuje udio poduzeća koja su pala u stečaj u svakom od 20000 posteriornih simuliranih skupova podataka. Histogram ovih simuliranih stečajnih poduzeća potvrđuje da su doista u skladu s izvornim podacima. U većini naših posteriornih simuliranih skupova podataka u stečaj je otišlo otprilike 3,7% poduzeća, što se vidi iz okomite crte, te odgovara točno uočenom broju stečaja poduzeća iz izvornih podataka. U manjem broju posteriornih simuliranih skupova podataka u stečaj je otišlo 2% poduzeća, a u nekima 6%.

Dalje se procjenjuje isti model BLR21(C) s istim specifikacijama prior distribucija samo za 2020. i 2019. godinu.

Tablica 14: Modeli Bayesove logističke regresije s jednako specificiranim prior distribucijama u 2021., 2020. i 2019. godini

	BLR21(C)	BLR20(C)	BLR19(C)
(Konstantni član)	-1,786 (0,351)	-1,698 (0,263)	-1,647 (0,186)
Teklik	-0,552 (0,182)	-0,716 (0,150)	-1,058 (0,164)
Zad	1,218 (0,226)	0,597 (0,138)	-0,011 (0,011)
Kratkobrtaj	-2,113 (0,270)	-0,623 (0,100)	0,003 (0,004)
Ebit	-0,029 (0,007)	0,000 (0,000)	0,000 (0,000)
Num.Obs.	3456	3456	3456
R2	0,365	0,122	0,042
Log.Lik.	-265,960	-374,455	-422,402
ELPD	-271,3	-393,7	-430,5
ELPD s.e.	20,7	40,0	29,8
LOOIC	542,7	787,3	860,9
LOOIC s.e.	41,3	79,9	59,5
WAIC	542,7	784,2	857,5
RMSE	0,18	0,20	0,21

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

U tablici 14 prikazane su procijenjene vrijednosti parametara izražene u logaritamskim omjerima šansi modela Bayesove logističke regresije s jednako specificiranim prior distribucijama u 2021. 2020. i 2019. godini, te se interpretiraju uvrštavanjem vrijednosti u formulu 20.

Može se zaključiti modelom BLR20(C) da će 2020. godine uz pouzdanost od 95% i nepromijenjenosti ostalih financijskih pokazatelja promatrajući jednog, u prosjeku najvjerojatnije smanjiti šanse stečaja za 51,13% koeficijent tekuće likvidnosti (Teklik) povećanjem za 1

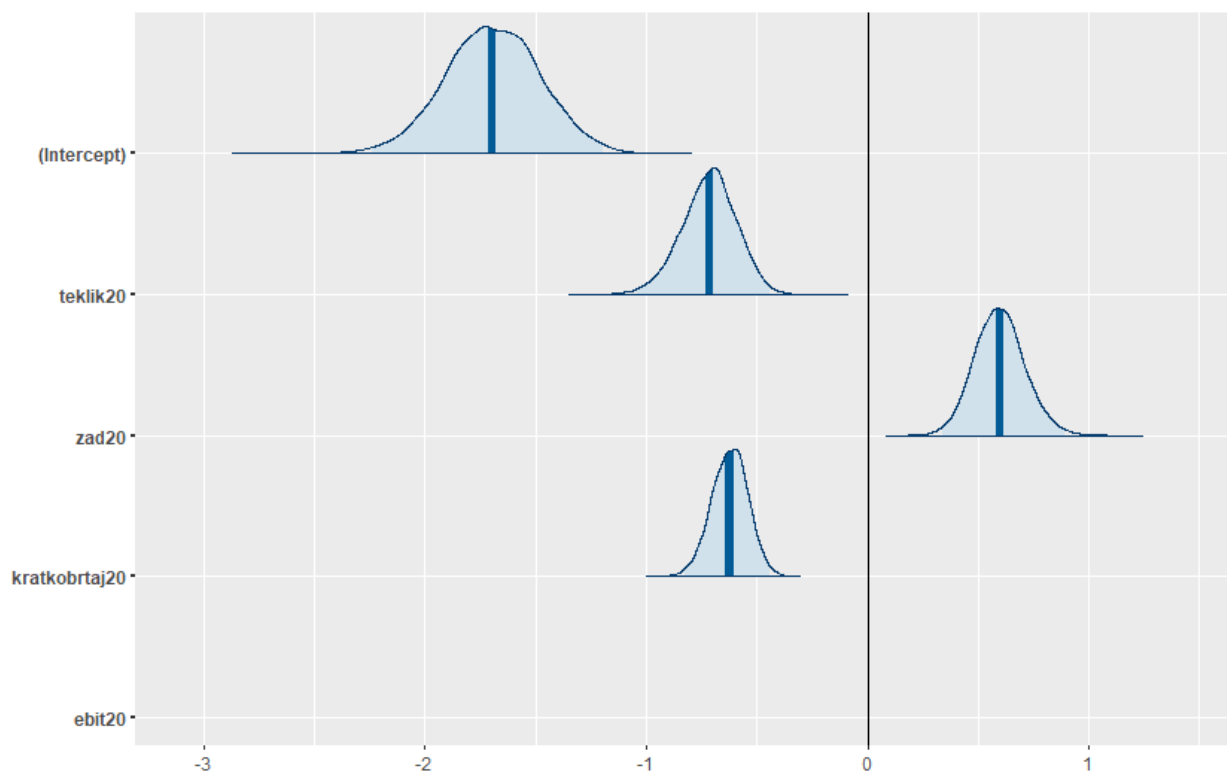
koeficijent i 46,37% koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine (Kratkobrtaj) povećanjem za 1 koeficijent. Dok će u prosjeku najvjerojatnije povećat šanse stečaja za 81,67% koeficijent zaduženosti (Zad) povećanjem za 1 koeficijent. Varijabla EBIT marža (Ebit) u ovom modelu nema diskriminatornu snagu, te neće utjecat na promjenu šanse stečaja.

Može se zaključiti modelom BLR19(C) da će 2019. godine uz pouzdanost od 95% i nepromijenjenosti ostalih financijskih pokazatelja promatrajući jednog, u prosjeku najvjerojatnije smanjiti šanse stečaja za 65,29% koeficijent tekuće likvidnosti (Teklik) povećanjem za 1 koeficijent. Dok će u prosjeku povećat šanse stečaja za 0,3% koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine (Kratkobrtaj) povećanjem za 1 koeficijent. Dok će prema ovom modelu u prosjeku najvjerojatnije smanjit šanse stečaja za 1,09% koeficijent zaduženosti (Zad) povećanjem za 1 koeficijent. Također varijabla EBIT marža (Ebit) i u ovom modelu nema diskriminatornu snagu.

EBIT marža najmanje diskriminira stečajna poduzeća od aktivnih u 2021 godini, no s odmakom vremena, u 2020. i 2019. godini u potpunosti gubi diskriminatornu snagu te nema utjecaj na promjene šanse stečaja. Dok se suprotno događa s koeficijentom tekuće likvidnosti, njena diskriminatorna snaga umjereno raste i najveća je u 2019. godini. Neizvjesnost varijable tekuće likvidnosti prvo u 2020. godini pada, a potom raste u 2019. Koeficijent obrtaja kratkoročne imovine i koeficijent zaduženosti odmakom vremena u potpunosti drugačije diskriminiraju poduzeća. Koeficijent obrtaja kratkoročne imovine ima najveću diskriminatornu snagu u 2021. godini, ali je i najneizvjesnija varijabla zato što pripadajuća posteriorna distribucija ima najmanju varijancu iskazanu u logaritamskim omjerima šanse. Odmakom vremena koeficijent obrtaja kratkoročne imovine gubi diskriminatornu snagu u 2020. godini, te i dalje smanjuje šanse stečaja povećanjem koeficijenta, da bi u 2019. godini on povećavao šanse stečaja povećanjem koeficijenta. Isto se događa s koeficijentom zaduženosti, samo obrnuto.

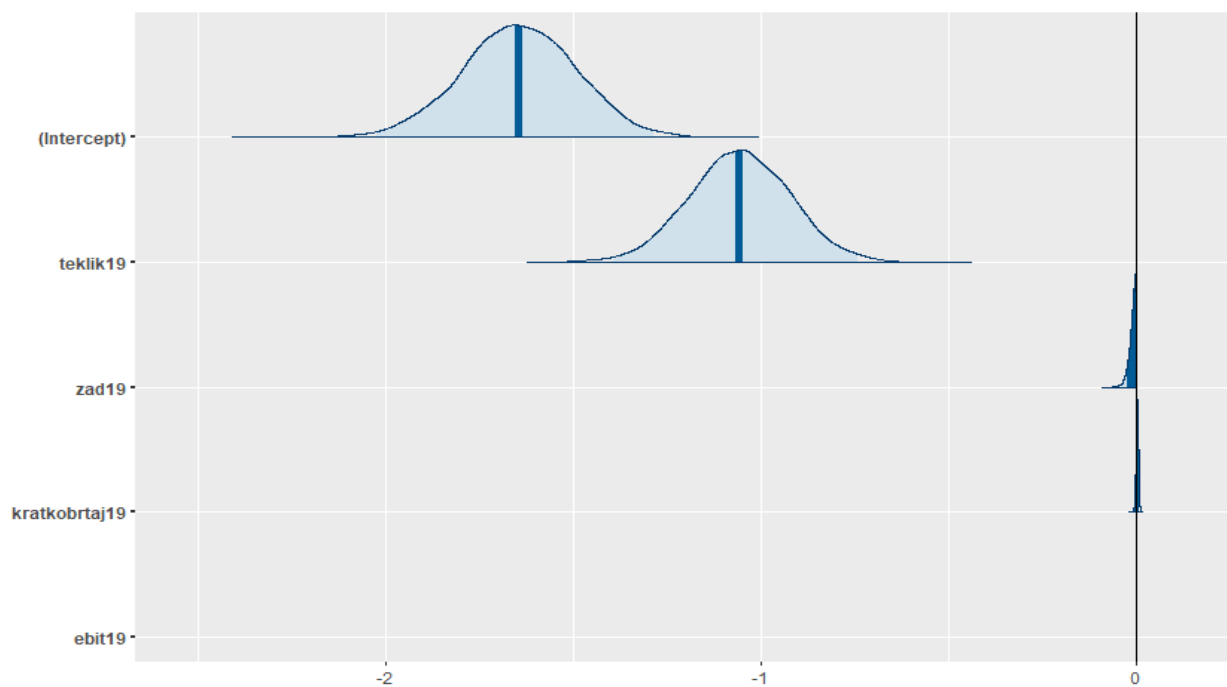


Graf 30: Posterior dijagram gustoće finansijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2020. godinu



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Graf 31: Posterior dijagram gustoće finansijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2019. godinu



Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Točnost predviđanja stečaja modelima Bayesove logističke regresije zahtijevaju malo drugačiji pristup prilikom formiranja klasifikacijske matrice. Naime, zbog upotrebe MCMC metode generirano je 20000 klasifikacijskih matrica. Ako se uzme njihov prosjek postoji velika mogućnost da su rezultati pristrani zbog prekomjernog prilagođavanja podacima (engl. *overfitting*) s obzirom na veliki broj ponavljanja (Vehdari i sur., 2017). Da bi se to izbjeglo klasifikacijska se matrica formira križnom validacijom (engl. *cross-validation*). Križna validacija podrazumijeva evaluaciju prediktivne sposobnosti modela nasumičnim uzorkovanjem podataka na one za vježbu (engl. *training*) temeljem kojih se model gradi i na one za testiranje (engl. *testing*) modela. Model provodi vježbu koristeći  $k-1$  podskupova, koji zajedno predstavljaju skup za treniranje. Zatim se model primjenjuje na preostali podskup, koji se označava kao skup za provjeru valjanosti (testni skup). Ovaj postupak se ponavlja sve dok svaki od  $k$  podskupova ne posluži kao validacijski skup. Konkretnije, uvježbani model koristi se za predviđanje testnih podataka. Križno validirana preciznost, na primjer, prosjek je svih deset točnosti postignutih na validacijskim skupovima.

Tablica 15: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2021. godinu (cut-off 0,12)

predviđeno		0	1	ukupno
0	N	3028	12	3040
1	N	326	90	416
ukupno	N	3354	102	3456

Izvor: izrada autora pomoću programa Rstudio

Prema klasifikacijskoj matrici (tablica 15) može se izračunati da je Bayesovim modelom 2021. godine na ukupno 3456 predviđanja, točno klasificirano 3118 poduzeća. Stoga je preciznost predviđanja 90,22%. Od ukupno 3040 predviđanja, 3028 poduzeća je točno klasificirano pod aktivno. Što znači da je specifičnost Bayesovog modela 99,61%. Dok je osjetljivost 21,63% jer je na 416 predviđanja točno klasificirano 90 poduzeća pod stečaj.

Tablica 16: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2020. godinu (cut-off 0,10)

predviđeno		0	1	ukupno
0	N	2952	31	2983
1	N	402	71	473
ukupno	N	3354	102	3456

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Prema klasifikacijskoj matrici (tablica 16) može se izračunati da je Bayesovim modelom 2020. godine na ukupno 3456 predviđanja, točno klasificirano 3023 poduzeća. Stoga je preciznost predviđanja 87,47%. Od ukupno 2983 predviđanja, 2952 poduzeća je točno klasificirano pod aktivno. Što znači da je specifičnost Bayesovog modela 98,96%. Dok je osjetljivost 15,01% jer je na 473 predviđanja točno klasificirano 71 poduzeće pod stečaj.

Tablica 17: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2019. godinu (cut-off 0,07)

predviđeno		0	1	ukupno
0	N	2579	39	2618
1	N	775	63	838
ukupno	N	3354	102	3456

Izvor: izrada autora pomoću programa RStudio

Prema klasifikacijskoj matrici (tablica 17) može se izračunati da je Bayesovim modelom 2019. godine na ukupno 3456 predviđanja, točno klasificirano 2642 poduzeća. Stoga je preciznost predviđanja 76,45%. Od ukupno 3618 predviđanja, 2579 poduzeća je točno klasificirano pod aktivno. Što znači da je specifičnost Bayesovog modela 98,51%. Dok je osjetljivost 7,5% jer je na 838 predviđanja točno klasificirano 63 poduzeća pod stečaj.

Tablica 18: Usporedba prognostičke točnosti

Model	Godina previđanja	Specifičnost	Osjetljivost	Ukupna točnost klasifikacije	Optimalna razina praga
<i>Standardna logistička regresija</i>	2021	0,9954	0,21	0,9001	0,125
<i>Bayesova logistička regresija</i>	2021	0,9961	0,2163	0,9022	0,12
<i>Bayesova logistička regresija</i>	2020	0,9896	0,1501	0,8747	0,1
<i>Bayesova logistička regresija</i>	2019	0,9851	0,075	0,7645	0,07

Izvor: izrada autora

Optimalni cut-off nije jednak po godinama, on se smanjuje odmakom vremena. Smanjenjem praga vjerojatnosti, model će više poduzeća točno klasificirati pod stečaj. To vodi većem broju lažno pozitivnih među aktivnim poduzećima, te se time smanjuje specifičnost, a povećava osjetljivost. Samim time i preciznost predviđanja stečaja poduzeća. No u ovom slučaju odmakom vremena i smanjenjem praga vjerojatnosti dolazi do beznačajnog povećanja lažno pozitivnih, a značajnog povećanja lažno negativnih. Što znači da nepromijenjenim pragom vjerojatnosti povećala bi se beznačajno specifičnost, a dodatno bi se narušila osjetljivost. Što znači da je Bayesov model mnogo bolji u predviđanju aktivnih poduzeća, te se sa velikom sigurnošću može isključiti opcija stečaja ako je predviđena aktivnost poduzeća.

Osjetljivost značajno je smanjena s odmakom od 2 i 3 godine, dok je specifičnost postojana, što je i očekivano jer se u turbulentnim i kriznim razdobljima, koje je i obuhvaćeno ovim istraživanjem, negativni učinci na trgovačka društva događaju jako brzo (s pomakom od jedne godine).

#### 4.4. Interpretacija rezultata i diskusija

Jedini financijski pokazatelj koji ima suprotan utjecaj na vjerojatnost stečaja trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo od ostalih financijskih pokazatelja jest koeficijent zaduženosti. Povećanjem zaduženosti povećava se šansa stečaja, dok povećanjem ostalih financijskih pokazatelja smanjuje se šansa stečaja.

Prvo je procijenjen model standardne logističke regresije u koji su uključene sve varijable, te se temeljem AIC kriterija reduciran na varijable koeficijente tekuće likvidnosti, zaduženosti, obrtaja kratkotrajne imovine, rentabilnosti vlasničke glavnice i EBIT marže. no zbog problema multikolinarnosti rentabilnost vlasničke glavnice dalje nije uključena u model Bayesove logističke regresije, a varijable veličina i odjeljak se nisu pokazale značajnim te se one također neće koristiti dalje u analizi. S tim rezultatima Nakon provedene analize ustanovljeno je da varijable tj. financijski pokazatelji koji daju najbolje rezultate u predviđanju stečaja trgovačkih društava u sektoru trgovine na veliko i malo su koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti, koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine i EBIT marža. Iz prethodnog može se izvući konačna jednadžba za predviđanje stečaja trgovačkih društava u sektoru trgovine na veliko i malo u RH. Model logističke regresije gdje je zavisna varijabla stečaj prikazana kao linearno monotono neopadajuća funkcija koeficijenta tekuće likvidnosti (*teklik*), koeficijent zaduženosti (*zad*), koeficijenta obrtaja kratkotrajne imovine (*kratkobrtaj*) i EBIT marže (*ebit*) te rentabilnosti vlasničke glavnice s domenom iz zatvorenog intervala  $[0, 1]$ , sljedećeg oblika:

$$\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 \mathbf{teklik} + \beta_2 \mathbf{zad} + \beta_3 \mathbf{kratkobrt} + \beta_4 \mathbf{Roe} + \beta_5 \mathbf{ebit} + \varepsilon_i$$

Temeljem tablice 10, formira se model standardne logističke regresije za predviđanje stečaja za 2021. godinu:

$$\mathbf{LR21} = -1,8292 - 0,5439 * \mathbf{Teklik} + 1,2267 * \mathbf{Zad} - 2,5097 * \mathbf{Kratkobrt} + 0,0267 * \mathbf{Roe} - 0,0335 * \mathbf{Ebit} + \varepsilon_i$$

Koeficijent zaduženosti najmanje je precizan u predviđanju stečaja, a najpreciznija EBIT marža. Predznaci svih procijenjenih parametara su smisleni osim predznaka uz varijablu ROE zbog multikolinearnosti jer su korištena 3 pokazatelja profitabilnosti, te se on nadalje ne koristi. Temeljem tablice 12, formiraju se modeli Bayesove logističke regresije za predviđanje stečaja za 2021., 2020. i 2019. godinu:

$$BLR21(C) = -1,786 - 0,552 * \mathbf{teklik} + 1,218 * \mathbf{zad} - 2,113 * \mathbf{kratkobrt} - 0,029 * \mathbf{ebit} + \varepsilon_i$$

$$BLR20(C) = -1,698 - 0,716 * \mathbf{teklik} + 0,597 * \mathbf{zad} - 0,623 * \mathbf{kratkobrt} - 0,000 * \mathbf{ebit} + \varepsilon_i$$

$$BLR19(C) = -1,647 - 1,058 * \mathbf{teklik} - 0,011 * \mathbf{zad} + 0,003 * \mathbf{kratkobrt} - 0,000 * \mathbf{ebit} + \varepsilon_i$$

U kojima je prior distribucija za konstantni član i za sve koeficijente smjera specificirana kao Studentova t-distribucija i to za konstantni član s 1 stupnjem slobode te sredinom -3,47 i standardnom devijacijom 1,74, dok je za ostale koeficijente pretpostavljena Studentova t-distribucija sa 7 stupnjeva slobode, sredinom nula i standardnom devijacijom 2,5 na ljestvici logaritamskih omjera šansi.

Varijabla koja najbolje objašnjava razliku između aktivnih poduzeća i onih u stečaju je koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine, dok EBIT marža najmanje diskriminira te dvije skupine poduzeća. Iako EBIT marža najmanje diskriminira stečajna od ne stečajnih poduzeća ona je naspram ostalih varijabli „najsigurnija“, tj. najmanje neizvjesna. Prema tome najneizvjesnija je varijabla obrtaja kratkotrajne imovine, a zaduženost i koeficijent tekuće likvidnosti umjereno su neizvjesne varijable.

Ako model standardne logističke regresije predvidi u 2021. godini stečaj poduzeća, 21% je vjerojatnost je da stvarno ode u stečaj (osjetljivost). Dok ako predvidi aktivnost poduzeća, 99,54% je vjerojatnost da poduzeće stvarno bude aktivnost (specifičnost). Kada se predviđa stečaj Bayesovom logističkom regresijom u 2021. godini zaključuje se 21,63% vjerojatnosti odlaska poduzeća u stečaj ako predvidi stečaj, a 99,61% je vjerojatnost da poduzeće bude stvarno aktivno ako predvidi aktivnosti. 2020. godine specifičnost Bayesove logističke regresije jest 98,96%, a 2019. godine je 98,51%. Dok osjetljivost pada 2020. godine na 15,01%, zatim 2019. godine na 7,5% .

Za model standardne logističke regresije i sva tri modela Bayesove logističke regresije može se zaključiti da mnogo bolje predviđaju aktivnost poduzeća, te se zbog tako visoke specifičnosti može presuditi stečaj poduzeća sa visokom sigurnošću budući da rijetko pogrešno predvidi aktivnost poduzeća. s time rečeno, u 2021. godini vjerojatnost da model standardne logističke regresije točno predvidi stečaj je 90,01% (preciznost), dok je modelom Bayesove logističke regresije 90,22%. u modelu Bayesove logističke regresije osjetljivost se smanjuje odmakom 2 i 3 godine, dok je specifičnost postojana, što je i očekivano jer se u turbulentnim i kriznim razdobljima, koje je i obuhvaćeno ovim istraživanjem, negativni učinci na trgovačka društva događaju jako brzo (s pomakom od jedne godine). Tako da je preciznost predviđanja stečaja modelom Bayesove logističke regresije smanjena u 2020. godini na 87,47%, zatim u 2019. godini na 76,45%.

## 5. ZAKLJUČAK

Za utvrđivanje koja je metoda preciznija za predviđanje stečaja u uvjetima neizvjesnosti, oblikovan je model standardne logističke regresije i model Bayesove logističke regresije. Obje metoda spadaju pod zavisne tehnike statističke analize, no razlika je u pretpostavkama koje čine bitnu razliku glede fleksibilnosti. Standardna logistička regresija pretpostavlja da su parametri fiksni, a varijable slučajne. Dok Bayesov pristup logističkoj regresiji pretpostavlja da su parametri slučajni, a varijable fiksne. Fleksibilnost Bayesove logističke regresije potpomognuta je upotrebom računalno vođene metode uzorkovanja Markovljevi lanci Monte Carlo (MCMC) koji nasumično uzorkuju vrijednosti parametara. Također Bayesovo zaključivanje temelji se na Bayesovm pravilu kojim se prethodni podaci ažuriraju novim podacima čime se rezultira punom posteriornom distribucijom te se tako smanjuje nesigurnost u procjenama parametara. Pretpostavka standardne logističke regresije podrazumijeva da postoji apsolutna sigurnost da će povećanjem koeficijenta zaduženosti porast vjerojatnost stečaja, a pretpostavka Bayesove logističke regresije omogućuje odrediti za koliko će se najvjerojatnije povećat vjerojatnost stečaja ako se poveća koeficijent zaduženosti.

U ukupnom broju stečaja svih djelatnosti, trgovina je 2020. godine imala 25,43% udjela. Što znači da je COVID-19 kriza najviše pogodila djelatnost trgovine. Prikupljeni podaci su iz razdoblja od 2019. do 2021. koji su preuzeti s infoBIZ servisa. U tom periodu može se primijetiti da je u ukupnoj populaciji trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo stečaj otišlo 3% trgovačkih društva. Prema djelatnosti i veličini najviše u stečaj odlaze mikro trgovačka društva koja se bave trgovinom na veliko, a najmanje odlaze u stečaj mala poduzeća koja se bave trgovinom na malo.

Prema deskriptivnoj statistici financijskih pokazatelja, možemo zaključiti da je za procjenu zdravlja poduzeća djelatnosti trgovine referentna vrijednost oko 0,5 za koeficijent trenutne likvidnosti, 2 za koeficijent tekuće likvidnosti, 0,6 za koeficijent zaduženosti, 1 za koeficijent obrtaja ukupne imovine, 2 za koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine, 5% za rentabilnost ukupne imovine, 15% za rentabilnost vlasničke glavnice, te oko 4% za EBIT maržu.



Za razvoj prognostičkog modela koristilo 8 financijskih pokazatelja i 2 nefinancijska pokazatelja. Financijski pokazatelji koji su se pokazali značajnim za predviđanje stečaja jesu; koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti, koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine i EBIT marža. Te se temeljem njih razvija model standardne logističke regresije i Bayesove logističke regresije.

Koeficijent obrtaja kratkotrajne imovine najbolje diskriminira između aktivnih poduzeća i onih u stečaju, dok EBIT marža najmanje. Preciznost predviđanja stečaja trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo u 2021. godini standardnom logističkom regresijom iznosi 90,01%, dok modelom Bayesove logističke regresije iznosi 90,22%. Veća preciznost predviđanja Bayesove logističke regresije ukazuje i na njenu prikladnost u uvjetima neizvjesnosti za razliku od standardne logističke regresije. Model Bayesove logističke regresije je dvije godine prije stečaja trgovačkih društava predvidio stečaj sa 87,47% točnosti i 76,45% točnosti tri godine prije stečaja.

## LITERATURA

1. Abdullah, N. A. H., Ahmad, A. H., Zainudin, N., i Rus, R. M. (2019) Predicting financially distressed small and medium-sized enterprises in Malaysia. *Global Business Review*, 20(3), 627-639.
2. Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723.
3. Altman, E. I. (1968) Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance*, 23(4), 889-609.
4. Arnerić, J., Škrabić, B., & Babić, Z. (2007) Maximization of the likelihood function in financial time series models. *Proceedings of the International Scientific Conference on Contemporary Challenges of Economic Theory and Practice*, 1-12.
5. Arnis, N. (2018) Predicting Corporate Bankruptcy: A Cross-Sectoral Empirical Study - The Case of Greece. *International Journal of Business and Economic Sciences Applied Research*, 11(3), 31-56.
6. Ballkoci, V., i Gremi, E. (2016) Logit Analysis for Predicting the Bankruptcy of Albanian Retail Firms. *Academic Journal of Interdisciplinary Studies*, 5(3), 137-143.
7. Beaver, W. (1966) Financial Ratios as Predictor of Failure. *Journal of Accounting Research*, 4, 71-111.
8. Bellovary, J., Giacomino, A., i Akers, M. (2007) A Review of Bankruptcy Prediction Studies: 1930 to Present. *Journal of Financial Education*, 33, 1-42.
9. Bhunia, A., Khan, I., i Mukhuti, S. (2011) Prediction of Financial Distress - A Case Study of Indian Companies. *Asian Journal of Business Management*, 3(3), 210-218.
10. Bogdan, S. (2021) Predviđanje stečaja u restoranskoj industriji. *Ekonomska Misao i Praksa*, 30(1), 99-119.
11. Bogdan, S., Šikić, L., i Bareša, S. (2021) Predviđanje stečaja na temelju ukupne populacije Hrvatskih poduzeća. *Ekonomski Pregled*, 72(5), 643-669.
12. Bogdan, S., Bareša, S., i Hađina, V. (2019) Testiranje primjenjivosti Altmanovog Z-score modela za predviđanje stečaja u Republici Hrvatskoj. *Notitia - Journal for Economic, Business and Social Issues*, 5(1), 31-46.
13. Brealey, R., Myers, S., & Allen, F. (2020). *Principles of Corporate Finance*. 14. izd. New York: McGraw Hill.

14. Bürkner, P.-C. (2017) brms: An R Package for Bayesian Multilevel Models Using Stan. *Journal of Statistical Software*, 80(1), 1-28.
15. Chiaka, E. S., & Adam, M. B. (2019) Bayesian analysis via Markov chain Monte Carlo algorithm on logistic regression model. *Glob J Pure Appl Mathe*, 15(2), 0973-1768.
16. Deakin, E. (1972) A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure. *Journal of Accounting Research*, 10(1), 167-179.
17. Državni Zavod za Statistiku (2021) Osnovni pokazatelji poslovne demografije u 2020. *Priopćenje 15.2.1*, <https://podaci.dzs.hr/2021/hr/10022>
18. Edmister, R. O. (1972) An Empirical Test of Financial Ratio Analysis for Small Business Failure Prediction. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(2), 1477-1493.
19. Fijorek, K., i Grotowski, M. (2012) Bankruptcy Prediction: Some Results from a Large Sample of Polish Companies. *International Business Research*, 5(9), 70-77.
20. Fitzpatrick, F. (1932) A Comparison of Ratios of Successful Industrial Enterprises with Those of Failed Firm. *Certified Public Accountant*, 3, 598-605.
21. Gamerman, D., i Lopes, H. F. (2006) *Markov chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference*. New York: Chapman and Hall/CRC.
22. Gelman, A., Jakulin, A., Pittau, M. G. i Su, Y.-S. (2008) A weakly informative default prior distribution for logistic and other regression models. *The Annals of Applied Statistics*, 2(4), 1360-1383.
23. Indriani, R., i Thamrin, H. (2020) Model of Bankruptcy Prediction Services Company Sector Retail in Indonesia Stock Exchange. *Dinasti International Journal of Digital Business Management*, 1(2), 142-153.
24. Ježovita, A. (2015) Ocjena sigurnosti poslovanja poduzeća realnog sektora u Republici Hrvatskoj. *Zbornik Ekonomskog Fakulteta u Zagrebu*, 13 (1), 75-91.
25. Johnson, A. A., Ott, M. Q., & Dogucu, M. (2022). *Bayes rules!: An introduction to applied Bayesian modeling*. New York: Chapman & Hall/CRC Press.
26. Keener, M.H. (2013) Predicting the Financial Failure of Retail Companies in the United States. *Journal of Business and Economics Research*, 11(8), 373-380.
27. Keglević, K. S., Šuker, M., i Novak, E. (2022) Trgovina na malo Republike Hrvatske u vrijeme COVID-19. *CroDiM: International Journal of Marketing Science*, 5(1), 253-262.

28. Muth, C., Oravecz, Z. I Gabry, J. (2018) User-friendly Bayesian regression modeling: A tutorial with rstanarm and shinystan. *The Quantitative Methods for Psychology*, 14(2), 99-119.
29. Nam, J., Joo-Ha, N., Jinn, T., i Taehong, J. (2000) Bankruptcy Prediction: Evidence from Korean Listed Companies during the IMF Crisis. *Journal of International Financial Management and Accounting*, 11(3), 178-197.
30. Narodne novine (131/2020) *Odluka o nužnim epidemiološkim mjerama kojima se ograničavaju okupljanja i uvode druge nužne epidemiološke mjere i preporuke radi sprječavanja prijenosa bolesti COVID-19 putem okupljanja-* dostupno na: [https://narodnenovine.nn.hr/elanci/sluzbeni/2021\\_11\\_119\\_2053.html](https://narodnenovine.nn.hr/elanci/sluzbeni/2021_11_119_2053.html)
31. Narodne novine. (36/2022) *Stečajni zakon*, dostupno na: <https://www.zakon.hr/z/160/Stečajni-zakon>
32. Novak, B. i Sajter, D. (2007) Causes of Bankruptcy in Europe and Croatia. *Scientific Symposium Pforzheim-Osijek*, 1-17.
33. Ohlson, J. A. (1980) Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18(1), 109-131.
34. Ooghe, H. i De Prijcker, S. (2008) Failure processes and causes of company bankruptcy: A typology. *Management Decision*, 46(2), 223-242.
35. Orsag, S. (2015). *Poslovne financije*. Zagreb: Avantis.
36. Pervan, I., Pervan, M., i Vukoja, B. (2011) Prediction of company bankruptcy using statistical techniques – case of Croatia. *Croatian Operational Research Review*, 2(1), 158-167.
37. Pervan, I. (2017) Predviđanje stečaja – SME proizvodna poduzeća u Hrvatskoj. *Zbornik Radova Veleučilišta u Šibeniku*, 10(3-4), 33-45.
38. Rashid, A. i Abbas, Q. (2011) Predicting Bankruptcy in Pakistan. *Theoretical and Applied Economics*, 18(9), 103-128.
39. Ray, S. (2011) Prediction of corporate financial distress in glass and glassware sector of India. *International Journal of Business Excellence*, 4(6), 678-695.
40. Sajter, D. (2014) Stečaj: okvir za malverzacije ili za namirenje vjerovnika i rehabilitaciju povjerenja? *Ekonomski Pregled*, 65(4), 294-317.

41. Sfakianakis, E. (2021) Bankruptcy prediction model for listed companies in Greece. *Investment Management and Financial Innovations*, 18(2), 166-180.
42. Shumway, T. (2001) Forecasting bankruptcy more accurately: A simple hazard model. *The Journal of Business*, 74(1), 101–124.
43. Stiner, F. M. (2010) Bankruptcy of an Accounting Firm: Causes and Consequences of the Laventhol & Horwath Failure. *Economics and Business Journal: Inquiries and Perspectives*, 3(1), 1-15.
44. Šarlija, N., i Jeger, M. (2011) Comparing financial distress prediction models before and during recession. *Croatian Operational Research Review*, 2(1), 133-142.
45. Vareško, A. i Zubin, C. (2022) Utjecaj pandemije COVID-19 na poslovanje sektora ugostiteljstva u Istarskoj županiji. *Zbornik Radova Veleučilišta u Šibeniku*, 16(1-2), 23-37.
46. Van de Schoot, R., Kalpan, D., Denissen, J., Asendorpf, J. B., Neyer, F. J. i Van Aken, M. A. G. (2014) A Gentle Introduction to Bayesian Analysis: Applications to Developmental Research. *Child Development*, 85(3), 842-860.
47. Vehtari, A., Gelman, A., and Gabry, J. (2017) Practical Bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC. *Statistics and Computing*, 27(5), 1413-1432.
48. Vuković, B., Milutinović, S., Milićević, N. i Jakšić, D. (2020) Corporate Bankruptcy Prediction: Evidence from Wholesale Companies in the Western European Countries. *Ekonomický Časopis*, 68(5), 477-498.
49. Zavržen, V. C. (1985) Assessing the Vulnerability to Failure of American Industrial Firms: A Logistic Analysis. *Journal of Business Finance & Accounting*, 12(1), 19-45.
50. Zenzerović, R. i Peruško, T. (2006) Kratki osvrt na modele za predviđanje stečaja. *Economic Research*, 19(2), 132-151.
51. Zmijewski, M. E. (1984). Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models. *Journal of Accounting Research*, 22, 59-82.
52. Zondervan-Zwijnenburg, M., Peeters, M., Depaoli, S. i Van de Schoot, R. (2017) Where Do Priors Come From? Applying Guidelines to Construct Informative Priors in Small Sample Research. *Research in Human Development*, 14(4), 305-320.

## POPIS TABLICA

Tablica 1: Djelatnosti prema NKD-u 2007. godine .....	23
Tablica 2: Vjerojatnosti i omjer šanse .....	28
Tablica 3: Klasifikacijska tablica.....	45
Tablica 4: Kategorizacija ROC krivulje .....	47
Tablica 5: Populacija trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo u 2022. godini .....	49
Tablica 6: Stratificirani uzorak trgovačkih društava sektora trgovine na veliko i malo iz 2022. godine.....	51
Tablica 7: Financijski i nefinancijski pokazatelji uključeni u analizu.....	53
Tablica 8: Deskriptivna statistika financijskih pokazatelja u 2021. godini na stratificiranom uzorku .....	57
Tablica 9: Rezultati cjelokupnog i reduciranog modela standardne logističke regresije.....	67
Tablica 10: Antilogaritmirani parametri i procijenjeni intervali reduciranog modela standardne logističke regresije uz pouzdanost od 95%.....	69
Tablica 11: Klasifikacijska matrica temeljem rezultata reduciranog modela za 2021. godinu ....	72
Tablica 12: Modeli Bayesove logističke regresije s različito specificiranim prior distribucijama u 2021. godini .....	75
Tablica 13: Prosječni omjeri šansi te granični omjeri šansi u intervalu od 95% .....	83
Tablica 14: Modeli Bayesove logističke regresije s jednako specificiranim prior distribucijama u 2021., 2020. i 2019. godini .....	87
Tablica 15: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2021. godinu (cut-off 0,12) .....	90
Tablica 16: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2020. godinu (cut-off 0,10) .....	91
Tablica 17: Klasifikacijska matrica s križnom validacijom za 2019. godinu (cut-off 0,07) .....	91
Tablica 18: Usporedba prognostičke točnosti.....	92

## POPIS GRAFOVA

Graf 1: Udio stečaja prema djelatnosti NKD-a 2007. godine.....	22
Graf 2: Prikaz linearne i logističke regresije.....	25
Graf 3: Informativni prior .....	39
Graf 4: Slabo informativni prior .....	40
Graf 5: Neinformativni prior.....	42
Graf 6: Studentova distribucija u usporedbi s normalnom distribucijom .....	43
Graf 7: Struktura ciljane populacije trgovačkih društava prema statusu poslovanja iz 2022. godine .....	49
Graf 8: Struktura stečajnih trgovačkih društava ciljane populacije iz 2022. godine .....	50
Graf 9: Korelacijska matrica financijskih pokazatelja u 2021. godini na stratificiranom uzorku	56
Graf 10: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu trenutne likvidnosti iz 2021. godine .....	58
Graf 11: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu tekuće likvidnosti iz 2021. godine .....	59
Graf 12: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu zaduženosti iz 2021. godine.....	60
Graf 13: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu obrtaja ukupne imovine iz 2021. godine.....	61
Graf 14: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema koeficijentu obrtaja kratkotrajne imovine iz 2021. godine .....	62
Graf 15: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema rentabilnosti ukupne imovine (ROA) iz 2021. godine.....	63
Graf 16: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema rentabilnosti vlasničke glavnice (ROE) iz 2021. godine .....	64
Graf 17: Histogram i BP-dijagram trgovačkih društava, izabranih u stratificirani uzorak, prema EBIT marži iz 2021. godine.....	65
Graf 18: Procjenjeni intervali parametara reduciranog modela standardne logističke regresije uz pouzdanost od 95%.....	70

Graf 19: Logistička krivulja prema koeficijentu zaduženosti.....	71
Graf 20: Logistička krivulja prema EBIT marži.....	72
Graf 21: ROC krivulja temeljem rezultata reduciranog modela za 2021. godinu .....	73
Graf 22: Posterior dijagram gustoće koeficijenta tekuće likvidnosti.....	79
Graf 23: Posterior dijagram gustoće koeficijenta zaduženosti .....	80
Graf 24: Posterior dijagram gustoće koeficijenta obrtaja kratkotrajne imovine.....	80
Graf 25: Posterior dijagram gustoće EBIT marže.....	81
Graf 26: Posterior dijagram gustoće financijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2021. godinu .....	81
Graf 27: Dijagrami gustoće za posteriornu simulaciju modela stečaja četiri paralelnih Markovljevih lanca 2021. godine .....	84
Graf 28: Simulacija odnosa vjerojatnosti stečaja i koeficijenta zaduženosti za 2021. godinu .....	85
Graf 29: Posteriorna prediktivna provjera modela logističke regresije stečaja .....	86
Graf 30: Posterior dijagram gustoće financijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2020. godinu .....	89
Graf 31: Posterior dijagram gustoće financijskih pokazatelja za predviđanje stečaja za 2019. godinu .....	89