

Financijski pokazatelji i predviđanje prinosa

Bogović, Ivan

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:148:489282>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International](#)/[Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-17**



Repository / Repozitorij:

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu
Ekonomski fakultet
Diplomski sveučilišni studij
Poslovna ekonomija – smjer Računovodstvo i revizija

**FINANCIJSKI POKAZATELJI I PREDVIĐANJE PRINOSA:
ANALIZA OMEĐIVANJA PODATAKA**

Diplomski rad

Ivan Bogović

Zagreb, studeni 2020.

Sveučilište u Zagrebu

Ekonomski fakultet

Diplomski sveučilišni studij

Poslovna ekonomija – smjer Računovodstvo i revizija

**FINANCIJSKI POKAZATELJI I PREDVIĐANJE PRINOSA:
ANALIZA OMEĐIVANJA PODATAKA**

**FINANCAIL RATIOS AND YIELD FORECASTING:
DATA ENVELOPMENT ANALYSIS**

Diplomski rad

Student: Ivan Bogović

JMBAG studenta: 0067478040

Mentor: Doc. dr. sc. Tihana Škrinjarić

Zagreb, studeni 2020.

SADRŽAJ

SAŽETAK

1. UVOD

- 1.1. Predmet i cilj rada
- 1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja
- 1.3. Sadržaj i struktura rada

2. TEORIJA O PREDVIĐANJU PRINOSA DIONICA POMOĆU FINANCIJSKIH POKAZATELJA

- 2.1. Odrednice prinosa dionica
 - 2.1.1. Moderna portfolio teorija
 - 2.1.2. P/E model
- 2.2. Specifični faktori
 - 2.2.1. Financijski pokazatelji
 - 2.2.2. Pokazatelji likvidnosti
 - 2.2.3. Pokazatelji zaduženosti
 - 2.2.4. Pokazatelji aktivnosti
 - 2.2.5. Pokazatelji ekonomičnosti
 - 2.2.6. Pokazatelji profitabilnosti
 - 2.2.7. Pokazatelji investiranja
- 2.3. Makroekonomski faktori

3. OPIS METODOLOGIJE

- 3.1. Osnove analize omeđivanja podataka
- 3.2. Charnes, Cooper i Rhodes model
 - 3.2.1. Osnovni CCR model
 - 3.2.2. Linearizacija razlomljenog programiranja
 - 3.2.3. CCR model i korespondencija proizvodnje
 - 3.2.4. Dualni problem
 - 3.2.5. Referentni skup i poboljšanje efikasnosti
- 3.3. Banker, Charnes i Cooper model
 - 3.3.1. Inputno orijentirani BCC model
 - 3.3.2. Outputno orijentirani BCC model
- 3.4. Aditivni model i invarijantnost translacije podataka
 - 3.4.1. Aditivni model
 - 3.4.2. Invarijantnost translacije podataka
- 3.5. Mjera efikasnosti temeljena na viškovima inputa i manjkovima outputa

4. EMPIRIJSKA ANALIZA

4.1. Opis podataka

4.2. Rezultati optimizacije odabranih modela analize omeđivanja podataka

4.3. Regresijska panel analiza dobivenih rezultata

4.4. Komentari rezultata

5. ZAKLJUČAK

POPIS LITERATURE

POPIS TABLICA

POPIS SLIKA

ŽIVOTOPIS

1. UVOD

1.1. Predmet i cilj rada

Predviđanje prinosa i/ili rizika dionica jedno je od ključnih interesa svakog investitora. Za to su, tijekom godina, razvijeni raznovrsni alati, kako bi investitori mogli postići što veće prinose na svoja ulaganja (ili manje rizike). Većina spomenutih alata se bazira na ekonometrijskom pristupu. Analiza omeđivanja podataka, u ovom smislu, je manje primijenjena u praksi i cilj ovog rada je dodatno ispitati njezine koristi u investicijskoj analizi.

Analiza omeđivanja podataka (AOMP, engl. *DEA, Data Envelopment Analysis*) obuhvaća skup metoda i modela koji pripadaju području matematičkog programiranja. AOMP se prvi puta spomenula i krenula primjenjivati 1978. godine u obliku CCR modela (Charnes, Cooper i Rhodes, 1978). Glavna svrha AOMP-a je mjerenje, odnosno ocjena proizvodnih učinkovitosti različitih donositelja odluke (engl. *Decision making units - DMU*).

Tema ovog rada je istražiti može li se uz pomoć AOMP pristupa predvidjeti prinos dionica na hrvatskom dioničkom tržištu, tj. koliko je spomenuta metodologija precizna i korisna investitorima u predviđanju prinosa. Metodologija se bazira na *inputima* i *outputima*, koji će za potrebe ovog rada biti financijski pokazatelji. Oni pokazatelji kojima je poželjna vrijednost što veća, razmatraju se kao *outputi*, a oni kojima je poželjna vrijednost što manja se promatraju kao *inputi*. Rezultat analize omeđivanja podataka je efikasnost pojedinog DMU-a (poduzeće čije financijske izvještaje promatramo) i kao rezultat je dobivena efikasna granica, na kojoj se nalaze oni DMU-ovi koji najbolje raspolažu svojim *inputima* i *outputima*. Sva poduzeća ispod granice su u nekom aspektu neefikasna, bilo to u korištenju *inputa* ili proizvodnji *outputa*.

U idućoj fazi ovog istraživanja, dobivene efikasnosti će biti korištene u regresijskom panel modelu predviđanja prinosa dionica. Gledat će se jesu li odabrane varijable statistički značajne i može li se uistinu zadana metodologija koristiti kao investitorski alat. Korisnost i doprinos ovog istraživanja nalazi se u kombiniraju dviju metodologija koje su se u prethodnoj literaturi pokazale korisnima u ovome području, no u ovome radu se čini dodatan korak vezan uz hrvatsko dioničko tržište. Naime, rezultati iz AOMP pristupa se ne koriste odmah za davanje smjernica ulaganja u pojedinu dionicu ili ne, već se dodatno koriste u okviru regresijske analize za dodatnu provjeru nalaza.

1.2. Izvori podatak i metode prikupljanja

U analizi će se koristiti podatci iz godišnjih financijskih izvještaja, kao i povijesni podatci trgovanja dionicama koji su u danom trenutku bile sastavnice CROBEX indeksa. Svi ti podatci su dostupni široj javnosti na stranicama Zagrebačke burze vrijednosnica. Potrebni podatci iz godišnjih financijskih izvještaja mogu se naći u bilanci, računu dobiti i gubitka, izvještaju o novčanom toku i bilješkama uz financijske izvještaje. Cijene dionica se iščitavaju iz povijesnih podataka trgovanja Zagrebačke burze. Svi podatci korišteni u analizi su iz tih izvora, što čini ovom analizom lako dostupnom potencijalnim investitorima.

1.3. Sadržaj i struktura rada

Struktura ovog rada je podijeljena tako da u prvom dijelu rada se opisuju financijski pokazatelji, koji se koriste u svrhu predviđanja prinosa dionica. Također, govorit će se o financijskim pokazateljima i analizi financijskih izvještaja kako bi se bolje pojasnile varijable koje su ključne za daljnju analizu.

Drugi dio rada će se fokusirati na matematičku metodu analize omeđivanja podataka, čemu sve služi i kako se može koristiti.

Na kraju, za potrebu alata kojim će se predviđati prinos dionica, koristit će se regresijska panel analiza. Regresijska analiza će potvrditi jesu li efikasnosti dobivene analizom omeđivanja podataka statistički značajne u modelu i može li se njima uspješno predviđati prinos dionica u kratkom roku.

2. TEORIJA O PREDVIĐANJU PRINOSA DIONICA POMOĆU FINANCIJSKIH POKAZATELJA

2.1. Odrednice prinosa dionica

Prinos neke dionice je početan i ključan podatak koji treba svakom investitoru kako bi mogao formirati uspješan portfolio i pratiti njegovu uspješnost. Vrijednost dionica je kompliciranije za izračunati od ostalih financijskih instrumenata jer nema fiksno dospijeeće. Jedna od važnih pretpostavki u ovom smislu je vremenska neograničenost poslovanja poduzeća. Ta pretpostavka se bazira na ideji da će poduzeće uvijek postojati i generirati određene prihode. Drugi dio problema pri procjeni vrijednosti dionica je nekonzistentnost isplate dividendi. Poduzeće može i ne mora isplaćivati dividende, ovisno o uspješnosti poslovanja. Nigdje u zakonu ili statutu društva, poduzeće nije obvezno isplaćivati dividendu.¹

Jedna od važnih stavaka investicijske analize je tržišna cijena dionice. Tržišna cijena dionice je ona koja je ostvarena njihovom kupoprodajom na tržištu. Ona se može utvrđivati *ex-post* na temelju ostvarenih pojedinačnih cijena u određenom razdoblju, a koje su široko dostupne iz dnevnih publikacija s organiziranih tržišta kapitala². U žargonu investitora tržišna vrijednost dionice je poznatija pod nazivom PPS (engl. *price per share*) i korištena je u analizi pod tim nazivom.

Najčešće se za vrijednost dionice primjenjuje koncept ekonomske vrijednosti, što bi značilo da se svi budući novčani tokovi koji slijede iz jedne dionice diskontiraju za neku kamatnu stopu kako bi se sveli na današnju vrijednost. Za prinos se uobičajeno označava relativan prinos, tj. relativan broj, uobičajeno izražen kao postotak s obzirom na vrijednost ekonomske imovine.³ Matematički se može zapisati:

$$R = \frac{D_t + (P_t - P_0)}{P_0} * 100 \quad (1)$$

Rjeđe se koriste modeli vrednovanja opcija. Budući da je ekonomska vrijednost dionice procijenjena vrijednost, procijenjena kretanja budućih cijena dionica zasniva se na tržišnim uvjetima kao što su ciklička kretanja na tržištu, kretanja cijena dionica pojedinačnih tvrtki u

¹ Poslovne financije – Prof. dr. sc. Orsag S., pogl. 5, str. 204

² Poslovne financije – Prof. dr. sc. Orsag S., pogl. 10, str. 395

³ Poslovne financije – Prof. dr. sc. Orsag S., pogl. 5, str. 204

usporedbi s dionicama sličnih tvrtki, stanje tržišta i slično⁴. Dividende se isto procjenjuju, jer je njihova isplata uvijek upitna. Za vrednovanje dionice postoje idući modeli:

1. Vrijednost za razdoblje držanja
2. Sadašnja vrijednost dividendi
3. Sadašnja vrijednost slobodnog novčanog toka
4. Model tržišne kapitalizacije
5. Model vrednovanje poduzeća
6. Opcijski pristup vrijednosti

U ovom radu korišten je model tržišne kapitalizacije, točnije model kapitalizacije zarade (P/E model) jer je to najvažnija mjera vrijednosti kojom se koriste investitori na tržištu.⁵

2.1.1. Moderna portfolio teorija

Kada se govori o prinosima, nemoguće je ne spomenuti nobelovca H. Markovitz, koji je utemeljitelj moderne portfolio teorije. Markowitz (1952 i 1959) je razvio model kvadratnog matematičkog programiranja u kojem je tražio kombinaciju dionica u kojoj je maksimiziran prinos za zadanu razinu rizika koju je investitor spreman preuzeti. Ta skupina dionica zove se efikasna granica, a svi portfoliji koji se nalaze na njoj su efikasni. Takav pristup je nastojao objasniti i kvantificirati kretanje prinosa na tržištu kapitala, pa su nastale mnogobrojne teorije, kao što su arbitražna teorija procjene (ATP, engl. *arbitrage pricing theory*) Stephena Rossa (1976), *capital asset pricing model* (CAPM) itd., koje se svrstavaju u teorije tržišta kapitala. Sharpe (1966)⁶ nadograđuje Markovitzev model sa svojim jednoindeksnim modelom promatranja tržišta, a nakon toga sistematski rizik (rizik tržišta) se nastoji razbiti u što više komponenta kako bi se pobliže objasnio. Analiza omeđivanja podataka je jedna od inačica ovakvog modela.

⁴ Poslovne financije – Prof. dr. sc. Orsag S., pogl. 10, str. 395

⁵ Poslovne financije – Prof. dr. sc. Orsag S., pogl. 10, str. 395

⁶ Sharpe W. F. (1966) Mutual Fund Performance, *Journal of Business*, vol. 39, str. 119–138

2.1.2. P/E model

P/E je uobičajena kratica za odnos cijene i zarade po dionici, odnosno dobiti po dionici (engl. *price-earnings ratio*) i još se naziva P/E multiplikatorom. Pokazatelj se računa kao odnos tržišne cijene po dionici (PPS, engl. *price per share*) i zarade po dionici (EPS, engl. *earnings per share*). Matematički se to može zapisati:⁷

$$P/E = \frac{PPS}{EPS} \quad (2)$$

gdje su zarade po dionici pokazatelj odnosa zarada tj. dobiti nakon kamata i poreza i broj glavnih običnih dionica dioničkog društva. Temeljem formule 1., ako pomnožimo P/E omjer s očekivanom zaradom po dionici, možemo dobiti njenu očekivanu tržišnu cijenu. Na taj se način kapitaliziraju zarade pa se taj model vrednovanja naziva modelom tržišne kapitalizacije.⁸

2.2. Specifični faktori

2.2.1. Financijski pokazatelji

U ovom radu prognozirat će se prinosi dionica uz pomoć financijskih pokazatelja. Financijski pokazatelji su racionalni brojevi u kojima se jedna ekonomska veličina stavlja u odnos s drugom ekonomskom veličinom. Financijske pokazatelje, s obzirom na vremensku dimenziju možemo svrstati u dvije skupine. Jedna skupina financijskih pokazatelja obuhvaća razmatranje poslovanja unutar poduzeća unutar određenog razdoblja i temelje se na podacima iz izvještaja o dobiti (račun dobiti i gubitka), a druga skupina financijskih pokazatelja se odnosi točno na određeni trenutak koji se podudara s trenutkom sastavljanja bilance i govori o financijskom položaju poduzeća u tom trenutku. Pokazatelje uobičajeno promatramo kao nositelje informacija koje su potrebne za upravljanje poslovanja i razvojem poduzeća.⁹ Prema tome, budući da bilanca i račun dobiti i gubitka imaju sve financijske podatke nekog poduzeća, razumno je pretpostaviti da ti podatci govore mnogo o zdravlju tog poduzeća, tj. uspješnosti ili neuspješnosti njegovog poslovanja. U ovom radu se pretpostavlja da postoji veza između financijskih pokazatelja nekog poduzeća, i efektivno s time, njegovom uspješnošću u poslovanju i prinosu dionica tog poduzeća.

⁷ Poslovne financije – dr. sc. prof. S. Orsag, pogl. 10, str. 409

⁸ Poslovne financije – dr. sc. prof. S. Orsag, pogl. 10, str. 410

⁹ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 243

Postoje brojna empirijska istraživanja koja se bave ovom tematikom koja se uglavnom bave razvijenijim tržištima kapitala. Npr., Bhandari (1988) je pokazao da su prinosi povezani s koeficijentom zaduženosti poduzeća, čije uključivanje u modele procjenjivanja kapitalne imovine dovodi do povećanja objašnjavanja i razumijevanja tih modela. Nekoliko godina kasnije, Barbee, Mukherji i Raines (1996) dolaze do rezultata da je omjer prodaje po dionici i tržišne cijene dionice vjerojatno pouzdaniji pokazatelj relativne vrijednosti poduzeća na tržištu zbog različitih metoda deprecijacije koje mogu utjecati na knjigovodstvene vrijednosti P/E i B/M omjera (omjer knjigovodstvene i tržišne vrijednosti dionice, engl. *book to market ratio*).¹⁰ Zarada po dionici je također razmatrana u radu Williams-a (2000) koji smatra da ona mjeri ekonomsku snagu u odnosu na veličinu poduzeća, te doprinosi u oblikovanju mišljenja o potencijalu samog poduzeća. Još je 1989. godine Beaver (1989) spomenuo da investitori u izvještajima prvo gledaju zarade po dionici.¹¹ Wu (2000) je proveo istraživanje institucionalnih i individualnih investitora i utvrdio da su zarada po dionici, koeficijent obrtaja potraživanja, povrat na imovinu i pokazatelji likvidnosti najznačajnije informacije o poslovanju poduzeća prilikom donošenja odluka o investiranju, uz već spomenute omjere. Povrat na imovinu (rentabilnost imovine) i povrat na vlastiti kapital (rentabilnost vlastitog kapitala) su također dva financijska pokazatelja koja su se pokazala korisnima u analizi.¹²

Zavisno o tome koji dio ili dijelovi poslovanja se analiziraju, financijski pokazatelji se dijele u šest osnovnih skupina. Te skupine su:

- Pokazatelji likvidnosti
- Pokazatelji zaduženosti
- Pokazatelji aktivnosti
- Pokazatelji ekonomičnosti
- Pokazatelji profitabilnosti
- Pokazatelji investiranja

¹⁰ Škrinjarić, T., Optimizacija portfelja na Zagrebačkoj burzi temeljena na analizi omeđivanja podataka, Seminarski rad, Doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije

¹¹ Škrinjarić, T., Optimizacija portfelja na Zagrebačkoj burzi temeljena na analizi omeđivanja podataka, Seminarski rad, Doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije

¹² Škrinjarić, T., Optimizacija portfelja na Zagrebačkoj burzi temeljena na analizi omeđivanja podataka, Seminarski rad, Doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije

Dobro upravljanje poduzećem podrazumijeva da su u poslovanju zadovoljena dva kriterija, i to je kriterija sigurnosti koji se odnosi na likvidnost, financijsku stabilnost i zaduženost, i kriterij uspješnosti tj. efikasnosti koji se odnosi na profitabilnost tj. rentabilnost. U tom kontekstu, pokazatelji likvidnosti i zaduženosti mogu se smatrati pokazateljima sigurnosti poslovanja, tj. pokazateljima koji opisuju financijski položaj poduzeća. Pokazatelji ekonomičnosti, profitabilnosti i investiranja zapravo su pokazatelji uspješnosti i ekonomičnosti poslovanja. Pokazatelji aktivnosti mogu se smatrati u ovom kontekstu i pokazateljima sigurnosti i pokazateljima uspješnosti.¹³ Na primjer, koeficijent obrtaja sredstava, koji je pokazatelj aktivnosti, u isto vrijeme pokazuje likvidnost i financijsku sigurnost, jer predstavlja brzinu kojom neko poduzeće može obrnuti novčana sredstva. Nasuprot tome, taj isti koeficijent ukazuje i na dugoročnu profitabilnost tog istog poduzeća. Iako su ta dva pojma u kratkom roku suprotstavljena, gledajući u dugom roku profitabilnost dolazi iz sigurnosti.

Svaki od ovih skupina pokazatelja se odnosi na neki aspekt poslovanja i neki dijelovi su više bitni za donositelja odlike od drugih. Na primjer, vlasnike poduzeća, tj. dioničare će zanimati pokazatelji investiranja najviše, jer se odnose na dugoročnu profitabilnost i sigurnost poduzeća, dok će banku koja izdaje kredit nekom poduzeću, zanimati njegova likvidnost i zaduženost. Iz ta dva pokazatelja se vrlo lagano izričita sposobnost vraćanja kredita nekog poduzeća. Sve skupine financijskih pokazatelja zajedno daju vrlo jasnu sliku o poduzeću, što je koristan alat svih investitora ujedno i glavni razlog zašto računovodstvo i postoji.

2.2.2. Pokazatelji likvidnosti

Pokazatelji likvidnosti (engl. *liquidity ratios*) mjere sposobnost poduzeća u kontekstu sposobnosti podmirenja dospjelih kratkoročnih obveza.¹⁴ Ukratko, u omjer se stavljaju novac i/ili novčani ekvivalenti kao što su potraživanja i kratkoročna financijska imovina, naprema kratkoročne obveze i tako se dobije dobar uvid koliko jedinica kratkoročne imovine izražene u novcu treba da se pokriju sve kratkoročne obveze. Postoje ukupno četiri pokazatelja:

- Koeficijent trenutne likvidnosti
- Koeficijent ubrzane likvidnosti

¹³ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 243

¹⁴ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 258

- Koeficijent tekuće likvidnosti
- Koeficijent financijske stabilnosti

Koeficijent trenutne likvidnosti ukazuje na sposobnost poduzeća da podmiri sve kratkoročne obveze samo iz novca u blagajni i žiro računu. Poželjna vrijednost ovog koeficijenta je da bude što veći, što bi značilo da poduzeće nema nikakvih problema u podmirivanju svojih obveza. U suprotnom slučaju, ako je vrijednost ovog koeficijenta mala, to je jasan znak da poduzeće ima problem s likvidnošću.

Budući da se koeficijent trenutne likvidnosti može manipulirati velikim uplatama na dan njegovog računanja, pouzdaniji koeficijent likvidnosti je koeficijent ubrzane likvidnosti (engl. *quck ratio* ili *acid test*). On pokazuje sposobnost poduzeća da podmiri sve svoje kratkoročne obveze sa novcem i kratkoročnim potraživanjima. Tako se izbjegava ranije spomenuti problem, jer ovaj koeficijent zaobilazi problematiku velikih uplata na određeni dan. Vrijednost ovog pokazatelja u zdravim i dobro poslujućim poduzećima treba biti veći od 1.

Koeficijent tekuće likvidnosti (engl. *current ratio*) je pokazatelj koji predstavlja sposobnost poduzeća da namiri sve svoje kratkoročne obveze s kratkotrajnom imovinom. U pravilu bi taj koeficijent trebao biti veći od 2, tj. ako poduzeće želi održavati tekuću likvidnost na normalnoj razini i izbjeći situaciju nepravodobnog plaćanja obveza, tada na raspolaganju mora imati minimalno dvostruko više kratkotrajne imovine od kratkoročnih obveza.¹⁵ Razlog tome je što kratkotrajna imovina ima rizik unovčavanja. Taj rizik podrazumijeva da kratkotrajna imovina nije likvidna kao novac i da je potrebno neko vrijeme prije nego što se takva imovina pretvori u novac. Prema tome, za nesmetano poslovanje da je dio kratkotrajne imovine financirano iz dugoročnih izvora. Taj dio kvalitetnih dugoročnih izvora se zove radni kapital.¹⁶

Koeficijent financijske stabilnosti predstavlja omjer dugotrajne imovine i kapitala uvećanog za dugoročne obveze. Za razliku od ostalih pokazatelja likvidnosti vrijednost ovog koeficijenta bi trebala biti što manja, po mogućnosti manja od jedan. Ako je vrijednost manja od 1, to ukazuje na postojanje ranije spomenutog radnog kapitala i skupa s tim, visoku likvidnost i financijsku stabilnost.

¹⁵ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 259

¹⁶ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 259

Važno je još napomenuti da ranije spomenute poželjne vrijednosti nisu strogo pravilo nego samo smjernice. Poduzeće koje ima zadovoljavajuće pokazatelje likvidnosti radi nekih drugih razloga može biti nelikvidno i obrnuto.

2.2.3. Pokazatelji zaduženosti

Pokazatelji zaduženosti se dijele na dvije skupine. Prva skupina se naziva pokazatelji statičke zaduženosti jer se formiraju iz bilance. Oni su zapravo odraz strukture pasive i govore koliko je imovine financirano iz tuđeg kapitala, koji je sastavni dio obveza poduzeća.¹⁷ U ovu skupinu spadaju koeficijent zaduženosti, koeficijent vlastitog financiranja i koeficijent financiranja. Druga skupina pokazatelja zaduženosti se odnosi na dinamičku zaduženost jer dug razmatra kroz račun dobiti i gubitka i bilance. Cilj im je pokazati mogućnost podmirivanja duga. U tu skupinu spadaju koeficijent pokrića troškova kamata, i faktor zaduženosti. Sveukupno postoje sedam pokazatelja zaduženosti:

- Koeficijent zaduženosti
- Koeficijent vlastitog financiranja
- Koeficijent financiranja
- Koeficijent pokrića troškova kamata
- Faktor zaduženosti
- Stupanj pokrića I
- Stupanj pokrića II

Koeficijent zaduženosti (engl. *debt ratio*) gleda koliko je ukupne imovine financirano iz tuđih izvora. Njegova vrijednost je uvijek u intervalu između 0 i 1. Poželjno je da njegova vrijednost bude što manja, ali također ne smije biti preblizu nuli jer to znači da se poduzeće ne koristi financijskom polugom.¹⁸

Koeficijent vlastitog financiranja pokazuje postotak ukupne imovine koji je financiran vlastitom imovinom. Komplementaran je koeficijentu zaduženosti, tj. njihov zbroj uvijek

¹⁷ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 250

¹⁸ Za bolje objašnjenje financijske poluge vidi Poslovne financije - Prof. dr. sc. S. Orsag

iznosi 1. Vrijednost ovog pokazatelja bi trebala biti što veća, iako ne bi smjela biti blizu 1 iz istog razloga kao i kod koeficijenta zaduženosti.

Koeficijent financiranja se izračunava kao omjer tuđeg kapitala, tj. ukupnih obveza i vlastitog kapitala. On predstavlja koliko jedinica obveze se nalaze u jednoj jedinici kapitala. Vrijednost ovog pokazatelja bi trebala biti što manja jer to znači da poduzeće nije previše zaduženo.

Koeficijent pokriva troškova kamata (engl. *times interest earned*) nam pokazuje koliko puta se mogu troškovi kamata pokriti iz bruto dobiti. Što je taj broj veći to je poduzeće sigurnije u smislu otplate kamata i manje je zaduženo.

Nasuprot tome, faktor zaduženosti pokazuje koliko godina je potrebno da se iz ostvarene zadržane dobiti uvećane za amortizaciju podmire sve obveze i sukladno s tim njegova vrijednost bi trebala biti što manja, jer je svakom poduzeću u interesu da podmiri svoje obveze što prije. Za ovaj pokazatelj je bitno naglasiti da su zadržana dobit i amortizacija obračunske kategorije koje nemaju iza sebe nikakav novčani tok (engl. *cash flow*) i radi toga je nemoguće iz njih podmirivati ikakve obveze.

Stupnjevi pokriva I i II nam pokazuju koliko je dugotrajne imovine financirano glavnicom kod stupnja pokriva I, odnosno koliko je dugotrajne imovine financirano glavnicom i dugoročnim obvezama (jednom riječju dugoročnim izvorima) kod stupnja pokriva II. Kao što se može primijetiti, oba stupnja se računaju iz bilance. Vrijednost stupnjeva pokriva bi trebala biti što veća, a kod slučaja stupnja pokriva II, trebala bi biti veća od 1. Razlog tome je već spomenut u ovom radu, a taj je radni kapital. Dio kratkoročne imovine, radi likvidnosti poduzeća, bi trebala biti financirana iz dugoročnih financijskih izvora. To je razlog zašto se stupnjevi pokriva mogu uvrstiti i pokazatelje likvidnosti.

2.2.4. Pokazatelji aktivnosti

Pokazatelji aktivnosti poznati su pod nazivom koeficijenti obrta koji se računaju na temelju odnosa prometa i prosječnog stanja.¹⁹ Razlog nazivu se nalazi u suštini ovih pokazatelja, jer nam oni ukazuju na brzinu cirkulacije imovine i koliko brzo poduzeće obrće svoju imovinu. Svakom poduzeću je u interesu da što prije obrne svoju imovinu i tako si skрати poslovni ciklus. To bi značilo da je poželjna vrijednosti svih koeficijenta obrta što veća, a računaju se iz bilance i računa dobiti i gubitka. Najčešće se računaju sljedeći financijski pokazatelji:

¹⁹ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 251

- Koeficijent obrta ukupne imovine
- Koeficijent obrta kratkotrajne imovine
- Koeficijent obrta potraživanja
- Trajanje naplate potraživanja u danima

Gore navedeni pokazatelji su najčešći. Moguće je skoro za svaku stavku imovine računati koeficijent obrta zasebno, pa čak se može ići i analitiku i voditi koeficijente obrtaja za svakog kupca posebno, ali za potrebe ovog rada, koristit će se samo ovi pokazatelji.

Koeficijent obrta ukupne imovine se računa kao omjer ukupnog prihoda i ukupne imovine. Pokazuje nam koliko je ukupan prihod od jedne jedinice imovine.

Koeficijent obrta kratkotrajne imovine, je u suštini sličan kao i koeficijent ukupne imovine samo što ne gleda ukupnu imovinu, nego kratkotrajnu. Ovaj pokazatelj se interpretira kao ukupan prihod koji je ostvaren po jedinici ukupne imovine

Koeficijent obrtaja potraživanja, za razliku od prošlo navedenih koeficijenta obrtaja, se računa kao omjer prihoda od prodaje i potraživanja.

Na temelju koeficijenta obrta potraživanja moguće je utvrditi i prosječno trajanje naplate potraživanja. Ono se računa tako da se broj dana u godini podjeli s koeficijentom obrtaja potraživanja. Dobiveni rezultat je prosječan broj dana koji je potreban da se potraživanja unovče. Veći koeficijent obrtaja smanjuje taj prosjek i po toj logici, ovaj pokazatelj bi trebao biti što manji, ali je ovisan o djelatnosti kojom se poduzeće bavi.

2.2.5. Pokazatelji ekonomičnosti

Pokazatelji ekonomičnosti mjere odnos prihoda i rashoda i pokazuju koliko se prihoda ostvari po jedinici rashoda. Račun dobiti i gubitka je sve što je potrebno za njihov izračun. Računaju se sljedeći pokazatelji ekonomičnosti:

- Ekonomičnosti ukupnog poslovanja
- Ekonomičnost poslovanja (prodaje)
- Ekonomičnost financiranja

Ekonomičnost ukupnog poslovanja je omjer ukupnih prihoda i rashoda. Dobiveni broj predstavlja koliko je poduzeće ostvarilo prihoda na jednu jedinicu rashoda. Pokazuje ukupno ekonomičnost nekog poduzeća i kao takav treba biti što veći.

Za kompleksnije i detaljnije sagledavanje poslovanja, računaju se idući pokazatelji. Ekonomičnost prodaje sagledava samo prihode i rashode od prodaje, dok ekonomičnost financiranja uzima u obzir samo financijske prihode i rashode. Budući da je još uvijek riječ o ekonomičnosti nekog poduzeća, vrijednost ovih pokazatelja treba biti što veća.

2.2.6. Pokazatelji profitabilnosti

Pokazatelji profitabilnosti (engl. *profitability ratios*) su skupina pokazatelja koja je fokusirana na profit poduzeća, rentabilnost imovine i kapitala. Važno je napomenuti da se ovi pokazatelji prikazuju postotku. Pokazatelji profitabilnosti su sljedeći:

- Neto marža profita
- Bruto marža profita
- Neto rentabilnost imovine
- Bruto rentabilnost imovine
- Rentabilnost vlastitog kapitala

Marže profita (engl. *profit margin*) izračunava se na temelju podataka iz računa dobiti i gubitka. U obzir se uzima omjer dobit uvećane za kamate i ukupan prihod. Razlika između bruto i neto marže profita je u poreznom opterećenju tj. porezu na dobit.

Pokazatelji rentabilnosti (engl. *rate of return on total assets*) nam pokazuje koliko dobiti uvećane za kamate neko poduzeće ostvaruje u usporedbi s njegovom ukupnom imovinom. Isto kao i prijašnjem slučaju, razlikujemo bruto i neto rentabilnost imovine. Ovisno o tome, računamo li bruto ili neto rentabilnost imovine, za brojnik pokazatelja ćemo uzeti bruto ili neto dobit.

Zadnji u nizu pokazatelja profitabilnosti je rentabilnost vlastitog kapitala (engl. *return on equity*). Taj pokazatelj je najznačajniji u ovoj skupini jer na temelju usporedbe rentabilnosti vlastitog kapitala i rentabilnosti ukupne imovine te kamatne stope koja odražava cijenu

korištenja tuđeg kapitala moguće je doći do zanimljivih zaključaka o stupnju korištenja financijske poluge.²⁰

2.2.7. Pokazatelji investiranja

- Pokazatelji investiranja (engl. *investibility ratios*) najvažniji su investitorima, jer prikazuju uspješnost ulaganja u dionice. Osim podataka iz godišnjih financijskih izvještaja, za izračuna ove skupine pokazatelja potrebni su neki dodatni podatci, kao što je broj dionica i njihova tržišna vrijednost. Ti podatci su dostupni široj javnosti na burzi na kojoj se trguje tim dionicama. Pokazatelji investiranja su sljedeći: Dobit po dionici
- Dividenda po dionici
- Odnos isplate dividendi
- Odnos cijene i dobiti po dionici
- Ukupna rentabilnost dionice
- Dividendna rentabilnost dionice

Dobit po dionici je izraz koji je poznat svakom investitoru. Pokazuje koliko iznosi dobit po jednoj dionici i iskazuje se u novčanim jedinicama.

Dividenda po dionici (engl. *dividend per share* – DPS) je broj koji pokazuje koliko iznosi dividenda po jednoj dionici. Dividende po dionici su u pravilu manje od dobiti po dionici jer se dividende isplaćuju uglavnom kao dio dobiti. Tako se upravo računa odnos isplate dividende (engl. *dividend payout ratio*). U omjer se stavlja dividenda po dionici s dobiti po dionici i pokazuje koji postotak dobiti je isplaćen kao dividenda.

Odnos cijene i dobiti po dionici je detaljnije objašnjen u prijašnjim poglavljima ovog rada.²¹

Investitorima je najbitniji pokazatelj ove skupine ukupna rentabilnost dionice. Vrijednost ovog pokazatelja je recipročna odnosu cijene i dobiti po dionici. U brojniku ovog pokazatelja je dobit po dionici, a u nazivniku tržišna cijena dionice. Ako je riječ o dividnednoj

²⁰ Žager K., Mamić Sačer I., Sever Mališ S., Ježovita A., Žager L. (2017) Analiza financijskih izvještaja, 3 izmijenjeno i dopunjeno izdanje – str. 253.

²¹ Vidjeti poglavlje 2.1.2. P/E model

rentabilnosti dionice onda se u nazivniku nalazi dividenda po dionici, a ne dobit. U nekim slučajevima je moguće da dividendna rentabilnost dionice bude veća od ukupne rentabilnosti dionice. To bi značilo da su dividende isplaćene iz zadržane dobiti iz prošlih razdoblja.

2.3. Makroekonomski faktori

Samo u zadnjih dvadeset godina, postoje brojna, uglavnom ekonometrijska, istraživanja o povezanosti prinosa dionica s makroekonomskim varijablama. Harvey, Liu i Zhu (2014) su u svome radu naveli da je korišteno čak 314 različitih varijabli koje su istraživači koristili ne bi li pronašli veze i pobliže objasnili kretanja financijskog tržišta. U nastavku su primjeri nekih od takvih istraživanja.

Jakšić (2008) u svom radu zaključuje da postoji direktan utjecaj novčane mase na monetarnog agregata M4 i kamatnih stopa na kredite poduzeća na indeks CROBEX. U svom radu također navodi da buduće analize uključe više makroekonomskih varijabli, radi preciznijih rezultata, s time da govori o opreznosti pri procijeni adekvatnosti varijabli. Benazić (2008) testira dugoročnu dinamiku između cijena dionica i indeksa realnog efektivnog tečaja. Njegov rad se bazira na klasičnoj teoriji koja tvrdi da aprecijacija tečaja vodi smanjenju proizvodnje i posljedično tome smanjenju cijena dionica poduzeća. Njegov zaključak je da se u dugome roku povećanje cijena dionica vodi aprecijaciji tečaja, a u kratkome roku nema gotovo nikakvog učinka, a aprecijacija tečaja u kratkome roku dovodi do smanjenja cijena dionica, iako nakon sedam kvartala nastupa njihov ponovni rast.²²

Hsing (2011) u svome istraživanju dokazuje da realni BDP, novčana masa M1, njemački tržišni indeks i prinosi europskih državnih obveznica pozitivno utječu na CROBEX, s time da saznaje da postoji negativna veza između CROBEX indeksa i udjela državnog deficita u BDP-u, realne kamatne stope, očekivane stope inflacije i tečaja hrvatske kune s američkim dolarom. Važno je napomenuti da je autor koristio varijable koje su bile korištene u prijašnjim istraživanjima Hrvatske i sličnih zemalja.

Peša i Festić (2012) fokusiraju svoje istraživanje na učinke pregovora Hrvatske za ulazak u Europsku Uniju, konkretnije učinke promjena makroekonomskih varijabli na prinose hrvatskog tržišta dionica. Gledali su period između 2000. i 2011. godine, i podijelili su analizu u dvije skupine, prije i poslije jačanja pregovora Hrvatske. Rezultati koje su dobili

²² Šego B., Škrinjaric T. (2018) Kvantitativna istraživanja Zagrebačke burze - pregled istraživanja od osnutka do 2018. godine, Ekonomski pregled, vol. 69 br.6, str. 655-743

kažu da su kapitalni priljevi u Hrvatsku, kamatna stopa, tečaj, javni dug, stopa nezaposlenosti i inflacija varijable koje utječu na prinose dionica, pogotovo u razdoblju u kojem je Hrvatska imala jak položaj u pregovorima.

Arčabić, Globan i Raguž (2013) testiraju kratkoročnu i dugoročnu povezanost između izravna strana ulaganja (dalje u radu FDI, engl. *foreign direct investment*) i tržišta dionica u Hrvatskoj. Rezultati njihovog istraživanja pokazuju da postoji veza u kratkome roku između tržišta dionica i priljeva FDI, ali ne nalaze dugoročnu povezanost.

Tomić i Sesar (2015) ispituju povezanost CROBEX-a s tečajem eura i indeksa industrijske proizvodnje. Odabir indeksa proizvodnje i kretanja tržišnog indeksa temelje na *flow oriented* i *stock oriented* modelima (vidjeti Branson, Halttunen i Massson, 1977, za *stock oriented* model i Dornbusch i Fischer, 1980, za *flow oriented* model). Kauzalnost je utvrđena u smjeru proizvodnje prema CROBEX-u i od tečaja prema proizvodnji, što bi značilo da postoje naznake učinaka realnog gospodarstva na kretanje cijena na tržištu dionica, ali je ta veza slaba radi nerazvijenosti domaćeg financijskog tržišta.²³

Postoje još brojna nespomenuta istraživanja o povezanosti prinosa dionica s raznim makroekonomskim varijablama i to treba uvijek imati na umu kada se istražuje prinos dionica, jer kao što se može primijetiti iz navedenih primjera istraživanja, prinosi dionica nekog poduzeća su podložni raznoraznim vanjskim učincima. Tu činjenicu treba imati na umu, kad god se vrši analiza prinosa.

²³ Šego B., Škrinjarić T. (2018) Kvantitativna istraživanja Zagrebačke burze - pregled istraživanja od osnutka do 2018. godine, *Ekonomski pregled*, vol. 69 br.6, str. 655-743

3. OPIS METODOLOGIJE

3.1 Osnove analize omeđivanja podataka

Analiza omeđivanja podataka (engl. *data envelopment analysis* – dalje u radu DEA) se prvi puta pojavljuje u 1978. godine u svom modernom obliku u radu "*Measurment of efficiency of decision making units*" od koautora Charnes, Cooper i Rhodes. Zasnovana je na ideji Farella iz njegovog rada "*Measurment of Productive Efficiency*" iz 1957. godine. U svom radu Farrell prvi puta u analizu efikasne granice poduzeća, u kojoj se do tada gledalo samo aspekt kapitala i rada, uvodi pojmove *inputa* i *outputa*. Charnes, Cooper i Rhodes odlaze korak dalje i uz pomoć linearnog programiranja procjenjuju empirijsku tehnološku granicu. 1984. godine model je nadograđen uvođenjem pretpostavkom varijabilnih prinosa na opseg proizvodnje (Banker, Charnes i Cooper). Budući da je model jako fleksibilan, doživio je široku primjenu, najviše kao pomoć menadžmentu u proizvodnim poduzećima, a kasnije i šire (npr. obrazovanje, bankarstvo, zdravstvo, itd.).

Uporaba DEA modela u procjeni učinkovitosti vrijednosnih papira pojavljuje prvi puta početkom milenija (Powers i McMullen, 2002; Lopes et al., 2008; Chen, 2008; Pätäri i Leivo 2010)²⁴ i rijetko je korištena na našem financijskom tržištu.

Model se zasniva na razlomljenom programiranju, grani matematičkog programiranja, koja može podnijeti veliki broj varijabli i njihovih odnosa, tj. ograničenja (engl. *constraints*) što olakšava zahtjeve s kojima se suočavaju ostale vrste analiza, koje radi svojih ograničenja ne mogu podnijeti veliki broj *inputa* i *outputa*²⁵. Glavni cilj modela je izračunati efikasnost različitih donositelja odluke (*decision making unit* – dalje u radu DMU). Efikasnost, u ovom smislu, se odnosi na najširi mogući pojam efikasnosti, zavisno o promatranim varijablama. Finalni produkt analize omeđivanja podataka je efikasna granica, koja pokazuje sve DMU-ove koji su relativno efikasni po zadanim parametrima²⁶. Spomenuta efikasna granica omeđuje relativno neefikasne DMU-ove i po tome je analiza omeđivanja podataka dobila ime.

U analizi ovog rada, taj pojam efikasnosti se odnosi na cjelokupno poslovanje promatranog DMU-a, jer izračun spomenute aktivnosti se dobiva uz pomoć financijskih pokazatelja. Jedan

²⁴ Gardijan M., Kojić V. (2013) DEA based investment strategy and its application to the Croatian stock market, *Croatian Operational Research Review*, vol. 3, br. 1, str. 203-212

²⁵ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) *Data Envelopment Analysis*, Second Edition, Springer

²⁶ Hollingsworth, B., Smith, P. (2003) Use of ratios in data envelopment analysis, *Applied Economics Letters*, vol 10, br. 11, str. 733-735

od razloga zašto je DEA otvorila brojne mogućnosti za analiziranje različitih slučajeva koji su prije bili nemogući je zbog kompleksnosti veza između višestrukih *inputa* i *outputa* koji su bili uključeni u razne aktivnosti poduzeća²⁷. Najjednostavnije zapisano, efikasnosti se u DEA modelima izražava kao omjer:

$$\frac{\text{Output}}{\text{Input}} \quad (3)$$

Relacija br. 3 se još može zapisati:

$$E_0 = \frac{\sum_{r=1}^n u_r * y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i * x_{i0}} \quad (4)$$

Gdje je:

E_0 - učinkovitost DMU_o

u_r, v_i - ponderi uz *outpute* i *inpute*

y_{r0}, x_{i0} - količina *outputa* r , tj. količine *inputa* i koje koristi DMU 0

Za svaki DMU, ponderi mogu biti bilo koje pozitivne vrijednosti koje su specifične za svaki DMU, i to na taj način da je $0 < E_0 < 1$ maksimiziran²⁸. U osnovnom DEA modelu ponderi su fiksni i proizvoljno određeni od strane analitičara i njegovom percepcijom o važnosti pojedinog *inputa* i *outputa*. U kasnije razvijenim modelima, taj koncept je napušten i matematičkim programiranjem se izračunavaju ti ponderi. Izvedeni su iz granice učinkovitosti, uspoređujući DMU s ostalim DMU-ovima koji proizvode slične *outpute* koristeći slične *inpute*. Postoje brojna rješenja koja zadovoljavaju ovaj uvjet, pa analiza izabire onaj zbir pondera koji daje promatranom DMU-u najveću učinkovitost.²⁹

Prednosti analize omeđivanja podataka u usporedbi s ostalim analitičkim alatima je mogućnost identifikacije izvora i količina neefikasnosti u svakom *inputu* i *outputu* za svako promatrano poduzeće ili organizaciju, kao i mogućnost identifikacije najefikasnije organizacije u procjeni. Mane ove analize su osjetljivost na podatke koji ulaze u analizu i analitičari koji koriste analizu omeđivanja podataka znaju rastegnuti analizu preko kapaciteta

²⁷ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer.

²² Hollingsworth, B., Smith, P. (2003) Use of ratios in data envelopment analysis, Applied Economics Letters, vol 10, br. 11, str. 733-735

²⁸ Hollingsworth, B., Smith, P. (2003) Use of ratios in data envelopment analysis, Applied Economics Letters, vol 10, br. 11, str. 733-735

²⁹ Hollingsworth, B., Smith, P. (2003) Use of ratios in data envelopment analysis, Applied Economics Letters, vol 10, br. 11, str. 733-735

podataka koji su im dostupni.³⁰ Drugim riječima, treba paziti na to kako definiramo svoje varijable, jer u suprotnom analiza neće valjati.

3.2. Charnes, Cooper i Rhodes model

3.2.1 Osnovni CCR model

Mjerenje efikasnosti sa zadanim podacima za svaki DMU zahtjeva n optimizacija, jednu za svaki DMU $_j$. Primjereni problem razlomljenog programiranja u kojem pokušavamo izračunati vrijednosti pondera *inputa* (v_i) ($i = 1, \dots, m$) i pondere *outputa* (u_r) ($r = 1, \dots, s$) možemo zapisati na sljedeći način:

$$(FP_0) \max \theta = \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo}} \quad (5)$$

$$\text{uz ograničenja } \frac{u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_j + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 (j = 1, \dots, n) \quad (6)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \quad (7)$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \quad (8)$$

Ograničenje (6) nam govori da omjer *outputa* i *inputa* ne smije prelaziti 1 za svaki DMU. Cilj izračuna je dobiti pondere (v_i) i (u_i) koji maksimiziraju omjer DMU $_o$, tj. DMU-a kojeg promatramo. Radi tog istog ograničenja optimalna vrijednost funkcije θ^* maksimalno može biti 1. Matematički gledano, ograničenja (7) nisu dovoljna kako bi ograničenje (6) bilo pozitivno i zato istraživač može odrediti vrijednosti u (7) i u (8).³¹ Umjesto toga stavljamo ovo u menadžersku perspektivu i pretpostavljamo da svi *outputi* i *inputi* imaju vrijednost veću od 0 i to će se reflektirati u ponderima u_r i v_i kada im se dodjeli pozitivna vrijednost.

3.2.2. Linearizacija razlomljenog programiranja

Teorem 1. Problem razlomljenog programiranja (FP_o) se može linearizirati i zapisati na sljedeći način:

³⁰ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

³¹ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

$$(LP_o) \max \theta = u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so} \quad (10)$$

$$\text{uz ograničenja } v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo} = 1 \quad (11)$$

$$u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (12)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \quad (13)$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \quad (14)$$

Teorem 2. Optimalne maksimizirane vrijednosti funkcije cilja $\theta = \theta^*$ u (5) i (10) su nezavisne o jedinicama u kojima su *outputi* i *inputi* ako su te jedinice iste u svim DMU-ovima. Drugim riječima, jedan output može biti npr. u kunama, dok *input* može biti u danima. Model je radi ovog svojstva jako fleksibilan i dobivena efikasnost je reprezentativna.

Pretpostavimo da su θ^* , v^* , u^* optimalna rješenja za relacije (5)-(8). Zamijenimo originalne vrijednosti y_{rj} i x_{ij} s ρy_{rj} i δx_{ij} za neke brojeve koji zadovoljavaju relaciju $\rho_r, \delta_i > 0$. Izborom $u'_r = u_r^* / \rho_r$ i $v'_i = v_i^* / \delta_i$ imamo rješenje transformiranog problema sa optimalnim rješenjem $\theta' = \theta^*$. Vrijednost optimalnog rješenja transformiranog problema mora biti $\theta^{*'} > \theta^*$. Onda $u_r = u_r^* \rho_r$ i $v_i = v_i^* \delta_i$ zadovoljavaju originalna ograničenja i prepostavka da je $\theta^{*'} \geq \theta^*$ kontradiktira optimalnost koja je pretpostavljena za θ^* pod tim ograničenjima. Jedina preostala opcija je da $\theta^{*'} = \theta^*$. To dokazuje invarijabilnost koja je pretpostavljena za relaciju (5). Teorem 1. dokazuje jednakost (FP_o) u (LP_o) i zato isti rezultat mora biti i primljenjen i teorem 2. je dokazan.

Problem linearnog programiranja se efikasno može riješiti simpleks metodom.³² Korištenjem te metode možemo dobiti optimalno rješenje linearnog programa zapisano kao (θ^*, v^*, u^*) gdje su v^* i u^* vrijednosti ograničenja (13) i (14). Tada je moguće identificirati je li postignuta CCR efikasnost.

Definicija 1 DMU_o je CCR efikasan ako $\theta^*=1$ i postoji barem jedno optimalan (v^*, u^*) , gdje je $v^*>0$ i $u^*>0$. U protivnom slučaju je DMU_o neefikasan.

Moguća su dva slučaja neefikasnosti. Prvi slučaj je da je funkcija cilja $\theta^*<1$, a drugi je da je $\theta^*=1$ ali barem jedan element iz (v^*, u^*) je 0 za svako optimalno rješenje. Ako promatramo

³² Za više informacija o simpleks metodi vidjeti Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2011) Financijsko modeliranje, drugo izmijenjeno i dopunjeno izdanje, Ekonomski fakultet Sveučilišta u Splitu, Split

drugi slučaj, onda mora postojati barem jedno ograničenje ili DMU u (12) za koje ponderi u^* , v^*) proizvode jednakost između lijeve i desne strane, jer u suprotnom θ^* se da povećati i samim time dalje optimizirati. Skup takvih $j \in \{1, \dots, n\}$ je:

$$E'_0 = \left\{ j: \sum_{r=1}^s u_r^* y_{rj} = \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \right\} \quad (15)$$

Podskup E'_0 koji se sastoji od CCR efikasnih DMU-ova referentni skup (engl. *reference set*) za DMU_o . Postojanje tih efikasnih DMU-ova tjera DMU_o da bude neefikasan. Skup takvih DMU-ova je efiksana granica.

Ponderi (v^*, u^*) dobivenih kao optimalno rješenje od (LP_o) rezultira skupom optimalnih pondera za DMU_o . Matematički to možemo zapisati:

$$\theta^* = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{io}} \quad (16)$$

Iz ograničenja (11) nazivnik prethodne relacije je 1, što bi značilo da ju možemo zapisati ovako:

$$\theta^* = \sum_{r=1}^s u_r^* y_{ro} \quad (17)$$

U relativnom smislu, v_i^* je optimalan ponder za input i i njegova veličina izražava koliko je bitan pripadajući input za efikasnost promatranog DMU_o . Isto tako vrijedi i za u_r^* kada promatramo output y_{ro} . Ti ponderi ne pokazuju samo koji *inputi* i *outputi* doprinose evaluaciji DMU_o nego i u kojem opsegu.

3.2.3. CCR model i korespondencija proizvodnje

U ovom modelu se napušta prijašnja pretpostavka da ponderi moraju biti pozitivni. Sada se uzima pretpostavka da moraju biti nenegativni, pod uvjetom da barem jedan od vektora *inputa* i *outputa* mora imati pozitivnu vrijednost. To bi značilo da neki ponderi mogu uzeti vrijednost 0. Matematički se to može zapisati:

$$x_j > 0, x_j = 1 \vee y_j > 0, y_j = 0 \vee j = 1, \dots, n \quad (18)$$

Iz toga proizlazi da svaki DMU mora imati jednu pozitivnu vrijednost x i y , koji predstavljaju *inpute* i *otpute*. Par takvih semipozitivnih *inputa* $x \in R^m$ i *outputa* $y \in R^s$ nazivamo aktivnošću (engl. *activity*) i zapisujemo ih (x,y) . Komponente takvog para vektora predstavljaju vektorski

prostor s $m + s$ dimenzionalnih linearnih vektora u kojima indeksi m i s specificiraju broj dimenzija potrebnih za izražavanje *inputa* i *outputa*. Skup mogućih aktivnosti se zove skup proizvodnih mogućnosti (engl. *production possibility set*) i označava se s P .

Svojstva skupa mogućih aktivnosti su:

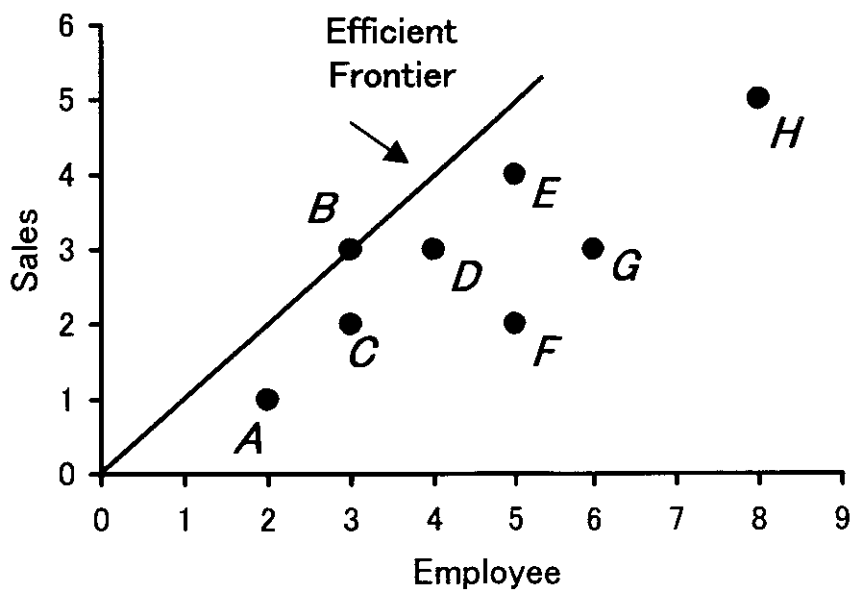
1. Sve promatrane aktivnosti $(x_j, y_j) (j = 1, \dots, n)$ pripadaju P
2. Ako aktivnost (x, y) pripada skupu P , onda aktivnosti (tx, ty) pripadaju skupu P za svaki pozitivni skalar t . Ovo svojstvo nazivamo pretpostavkom konstantnih prinosa (engl. *constant returns-to-scale*).
3. Za aktivnost (x, y) u skupu P , svaka semipozitivna aktivnost (\bar{x}, \bar{y}) gdje je $\bar{x} \geq x$ i $\bar{y} \leq y$ uključena u P tj. svaka aktivnost sa *inputima* većim od x i *outputima* manjim od y u bilo kojoj komponenti su mogući dio skupa P .
4. Svaka semipozitivna kombinacija aktivnosti u skupu P pripada skupu P .

Ako podatke zapišemo matricno gdje je $X = (x_j)$ i $Y = (y_j)$ možemo definirati skup P , tako da zadovoljava ova četiri uvjeta na sljedeći način:

$$P = \{(x, y) | x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\} \quad (19)$$

Gdje je λ semipozitivan vektor u R^n .

Graf 1: Efikasna granica s konstantnim prinosisima



Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) *Data Envelopment Analysis*, Second Edition, Springer

Graf 1 prikazuje proizvodnu granicu s dvije dimenzije $m = 1$ i $s = 1$. Efektivna granica je pravac koji spaja ishodište s efikasnim DMU-om B.

3.2.4. Dualni problem

Uz pomoć matrica (X, Y) formuliramo CCR model linearnog programiranja s vektor redak v za input multiplikatore i vektor redak u za output multiplikatore. Ti multiplikatori su varijable u modelu linearnog programiranja:

$$(LP_0) \max u y_0 \quad (20)$$

$$\text{uz ograničenja } v x_0 = 1 \quad (21)$$

$$-vX + uY \leq 0 \quad (22)$$

$$v \geq 0, u \geq 0 \quad (23)$$

Ove relacije su iste kao i kod linearnog programiranja u prijašnjem poglavlju, samo su sada zapisane u vektorsko-matričnom obliku. Dualni problem linearnog programa je definiran realnom varijablom θ i nenegativnim vektorom sastavljenog od $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ varijabli:

$$(DLP_0) \min \theta \quad (24)$$

$$\text{uz ograničenja } \theta x_0 - X\lambda \geq 1 \quad (25)$$

$$Y\lambda \geq y_0 \quad (26)$$

$$v \geq 0, u \geq 0 \quad (27)$$

Razlika između primala (originalnog linearnog programa) i njegovog duala je prikazana u tablici 1.

Tablica 1. Primalne i dualne korespondencije u CCR modelu

Constraint (LP_0)	Dual variable (DLP_0)	Constraint (DLP_0)	Primal variable (LP_0)
$v x_0 = 1$	θ	$\theta x_0 - X\lambda \geq 0$	$v \geq 0$
$-vX + uY \leq 0$	$\lambda \geq 0$	$Y\lambda \geq y_0$	$u \geq 0$

Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011). Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer.

(Napomena: *constraint* – ograničenje, *dual variable* – varijabla dualnog problema, *primal variable* – varijabla primalnog problema)

Optimalno rješenje dualnog problema je $\theta = 1, \lambda = 1, \lambda_j = 0, (j \neq 0)$. Vrijednost optimalnog rješenja funkcije cilja koje označavamo s θ^* ne može biti veća od 1. Radi semipozitivne pretpostavke za sve podatke, ograničenje (26) se pobrine da λ bude nenegativan jer $y_o \geq 0$ i ujedno $y_o \neq 0$. Iz tog razloga, θ mora biti veće od 0. Idući korak je uspoređivanje skupa P i (DLP_o) . Ograničenja dualnog problema zahtijevaju da aktivnost $(\theta x_o, y_o)$ pripada skupu P, dok funkcija cilja pokušava minimizirati θ što smanjuje input vektor x_o do θx_o ali i dalje se nalazi u skupu P. U dualnom problemu tražimo aktivnost u P koji garantira vrijednost *outputa* barem $y_o DMU_o$ u svim komponentama ujedno smanjujući input vektor x_o proporcijonalno do najmanje moguće vrijednosti. Uz te pretpostavke može se reći da $(X\lambda, Y\lambda)$ ima veću vrijednost nego $(\theta x_o, y_o)$ kada je $\theta^* < 1$. Zato definiramo input viškove $s^- \in R^m$ i output manjkove $s^+ \in R^s$ (engl. *input excesses, output shortfalls*). Nazivaju se “*slack*,” vektori i zapisuju se:

$$s^- = \theta x_o - X\lambda, s^+ = Y\lambda - y_o \quad (28)$$

gdje su $s^- \geq 0, s^+ \geq 0$ za svako moguće rješenje (θ, λ) dualnog problema. Da otkrijemo spomenute manjkove i viškove moramo riješiti idući linearni program u dvije faze

Faza 1.

Prvo riješimo dualni problem (DLP_o) . Dobiveno rješenje je optimalna vrijednost funkcije cilja θ^* . Po teoremu dualnosti linearnog programiranja, θ^* je jednaka optimalnoj objektivnoj vrijednosti (LP_o) i CCR je učinkovita. Ta vrijednost θ^* je početna točka za drugu fazu rješavanja duala.

Faza 2.

Sa izračunatom vrijednosti θ^* , riješavamo sljedeći problem linearnog programiranja koristeći se varijablama (λ, s^-, s^+) :

$$\max \omega = es^- + es^+ \quad (29)$$

$$\text{uz ograničenja } s^- = \theta^* x_o - X\lambda \quad (30)$$

$$s^+ = Y\lambda - y_o \quad (31)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \quad (32)$$

gdje je $e = (1, \dots, 1)$ jedinični vektor tako da je $es^- = \sum_{i=1}^m s_i^-$ i $es^+ = \sum_{i=1}^s s_i^+$.

Cilj druge faze je naći rješenje koje maksimizira sumu *input* viškova i *output* manjkova, a da zadrži $\theta = \theta^*$. Optimalno rješenje $(\lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ druge faze se zove *max-slack* rješenje. Ako to rješenje zadovoljava uvjete ($s^- = 0, s^+ = 0$) onda se zove *zero-slack* rješenje. U ovom pogledu promatrani (DMU_o) je CCR efektivan ako se zadovolje dva uvjeta:

1. $\theta^* = 1$
2. Sve *slack* varijable jednake su 0

Prvi od uvjeta se naziva radijalna efikasnost (engl. *radial efficiency*). Također se u nekim literaturama naziva i tehničkom efikasnošću (engl. *technical efficiency*). Za ovakvo rješenje linearnog programiranja kažemo da je CCR neefikasn. Razlog tome je ako je vrijednost $\theta^* < 1$, *inputi* se mogu smanjiti bez da se mijenjaju proporcije s kojima su korišteni. $(1 - \theta^*)$ je maksimalna proporcionalna vrijednost za koju možemo smanjiti production possibility set, jer ikakva dodatna smanjenja *slack* varijabli mijenja pondere *inputa*. Sve efikasnosti kojima su *slack* varijable različite od 0 se nazivaju mješovite efikasnosti. Ako su zadovoljena oba dva uvjeta tada se dobivena efikasnost naziva Pareto-Koopmanova efikasnost.

Definicija 2. DMU je potpuno efikasan ako i samo ako nije moguće poboljšati niti jedan *input* ili *output* a da ne pogoršamo drugi *input* ili *output*.

Teorem 3. CCR efikasnost iz definicije 2. je ekvivalentna efikasnosti iz definicije 1.

To znači da je bilo koja komponenta v^* i u^* pozitivna, onda komponente s^{-*} i s^{+*} moraju biti nula, s time da je moguć i slučaj da su obje komponente formule (33) nula. Tri su moguća slučaja:

1. Ako je $\theta^* < 1$, onda je DMU_o CCR neefikasan po definiciji 1, budući da linearan program i njegov dual imaju istu optimalnu vrijednost funkcije cilja θ^* .
2. Ako je $\theta^* = 1$ i *slack* varijable su različite od nule ($s^{-*} \neq 0$ i/ili $s^{+*} \neq 0$) onda, radi komplementarnih uvjeta navedenih u relaciji (33), elementi vektora v^* ili u^* koji su komplementarni pozitivnoj *slack* varijabli moraju biti nula. Iz tog razloga DMU_o je CCR neefikasan po definiciji 1.
3. Ako je $\theta^* = 1$ i *slack* varijable su 0, onda je DMU_o CCR efikasan po definiciji 1. i Pareto-Koopmanova efikasnost je zadovoljena.

3.2.5. Referentni skup i poboljšanja efikasnosti

Definicija 3. Za svaki neefikasni DMU_o , definiramo referentni skup E_o , koji se bazira na *max-slack* rješenju koji je dobiven u fazi 2 tako da uvrstimo u:

$$E_o = \{j | \lambda_j^* > 0\} (j \in \{1, \dots, n\}) \quad (34)$$

Optimalno rješenje možemo zapisati kao:

$$\theta^* x_o = \sum_{j \in E_o} x_j \lambda_j^* + s^{-*} \quad (35)$$

$$y_o = \sum_{j \in E_o} y_j \lambda_j^* - s^{+*} \quad (36)$$

Te relacije se daju interpretirati ovako:

$$x_o \geq \theta^* x_o - s^{-*} = \sum_{j \in E_o} x_j \lambda_j^* \quad (37)$$

Što bi značilo da je x_o veći od tehničke (mješovite) neefikasnosti i jednak pozitivnoj kombinaciji vrijednosti promatranih *inputa*. Također vrijedi:

$$y_o \leq y_o + s^{+*} = \sum_{j \in E_o} y_j \lambda_j^* \quad (38)$$

Značenje je slično kao i kod (37). y_o je manji od promatranih *outputa* uvećanih za manjkove, i jednak pozitivnoj kombinaciji vrijednosti promatranih *outputa*.

Ove dvije relacije sugeriraju da se efikasnost promatranog DMU_o može poboljšati tako da smanjimo *input* viškove s^+ i/ili uklonimo *output* manjkove s^- . Formule za kalkulaciju količina *inputa* (Δx_o) i *outputa* (Δy_o) glase:

$$\Delta x_o = x_o - (\theta^* x_o - s^{-*}) = (1 - \theta^*) x_o + s^{-*} \quad (39)$$

$$\Delta y_o = s^{+*} \quad (40)$$

Iz tih formula možemo dobiti formule za poboljšanje, koje se još nazivaju CCR projekcije (engl. *CCR projection*):

$$\hat{x}_o = x_o - \Delta x_o = \theta^* x_o - s^{-*} \leq x_o \quad (41)$$

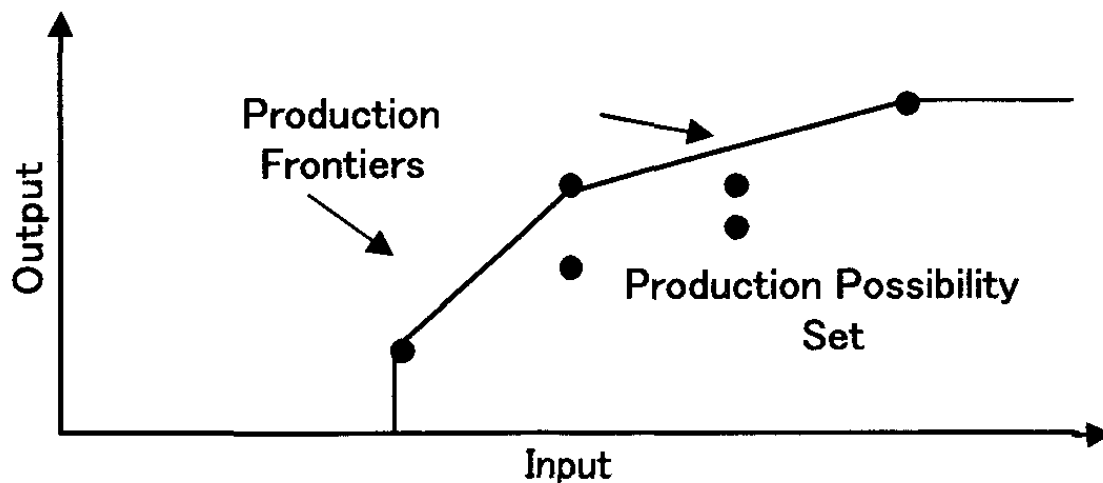
$$\hat{y}_o = y_o + \Delta y_o = y_o + s^{+*} \geq y_o \quad (42)$$

Teorem 4. Poboľšana aktivnost (x_o, y_o) definirana relacijama (41) i (42) je CCR efikasna.³³

3.3. Banker, Charnes i Cooper model

Nakon nastanka CCR modela, brojni istraživači su predlagali razne dopune modela. Jedna od takvih dopuna je bio BCC model koautora Banker-Charnes-Cooper. U prošlom poglavlju jedna od glavnih pretpostavki je da se prinosi mijenjaju konstantom stopom s povećanjem obujma. U ovom poglavlju napušta se ta pretpostavka i zamjenjuje se pretpostavkom varijabilnih prinosa (engl. *variable returns-to-scale*). Spomenuta pretpostavka efikasnu granicu čini konveksnom krivuljom (kod pretpostavke konstantnih prinosa je bila pravac).

Graf 2. Efikasna granica BBC modela



Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer.

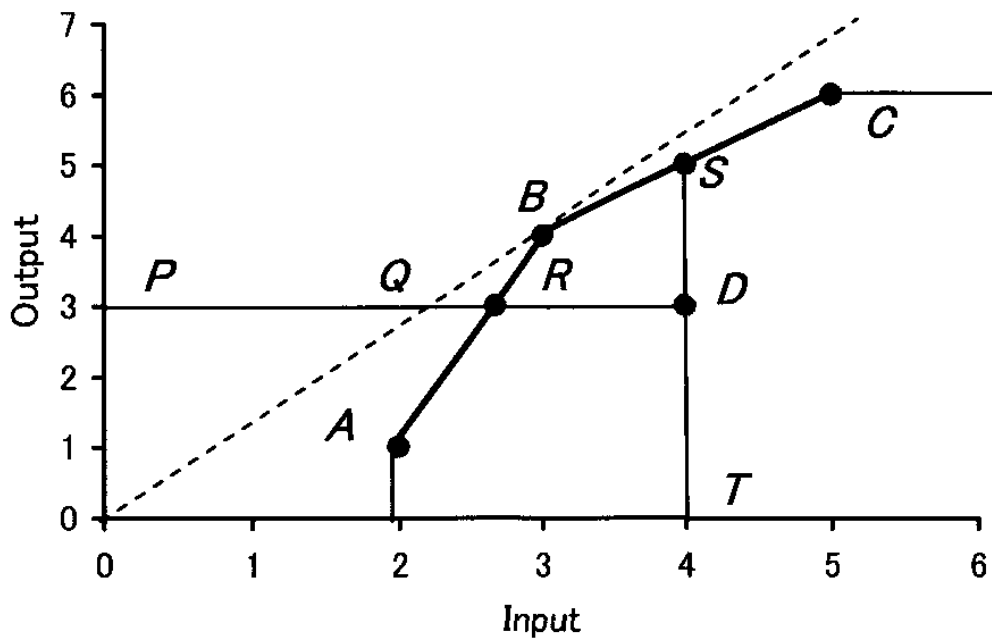
Kao što možemo vidjeti iz grafa 2., prinosi na početku efikasne granice imaju rastuće prinose, a u drugom djelu padajuće. U točki infleksije prinosi su konstantni.

Glavna razlika između BCC i CCR modela je uvjet konveksnosti ugrađen u ograničenja. Radi toga oba modela dijele neke zajedničke karakteristike, ali postoje i razlike.³⁴ Također dijele karakteristike svojih aditivnih modela. Aditivni model bez pretpostavke konveksnosti će smatrati DMU_o efikasnim samo ako je i CCR efikasan. Isto vrijedi i za BCC aditivni model.

³³ Za dokaz vidjeti Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

³⁴ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

Graf 3. Usporedba efikasne granice CCR i BBC modela



Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer.

U grafu 3. DMU B je CCR efikasan jer se jedino on nalazi na efikasnoj granici CCR modela. Ta efikasna granica je prikazana isprekidanom crtom. BBC efikasna granica se sastoji od linija koje povezuju točke A, B i C. Banker, Charnes i Cooper definiraju skup mogućih rješenja P_B BCC modela na sljedeći način:

$$P_B = \{(x, y) | x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \geq 0\} \quad (52)$$

gdje je $X = (x_j) \in R^{m \times n}$ i $Y = (y_j) \in R^{s \times n}$ zadani podatci koje obrađujemo, $\lambda \in R^n$, a e je jedinični vektor redak.

3.3.1. Inputno orijentirani BCC model

Inputno orijentirani BCC model procjenjuje efikasnosti $DMU_o (o = 1, \dots, n)$ rješavanjem sljedećih relacija:

$$(BCC_o)\min\theta_B \quad (53)$$

$$\text{uz ograničenja } \theta_B x_o - X\lambda \geq 0 \quad (54)$$

$$Y\lambda \geq y_o \quad (55)$$

$$e\lambda = 1 \quad (56)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (57)$$

gdje je θ_B skalar.

Dualni problem se zapisuje:

$$\max z = uy_o - u_o \quad (58)$$

$$\text{uz ograničenja } vx_o = 1 \quad (59)$$

$$-vX + uY - u_0e \leq 0 \quad (60)$$

$$v \geq 0, u \geq 0, u_0 - \text{može biti i pozitivan i negativan} \quad (61)$$

Tablica 2. Primalne i dualne korespondencije u BBC modelu

Envelopment form constraints	Multiplier form variables	Multiplier form constraints	Envelopment form variables
$\theta_B x_o - X\lambda \geq 0$	$v \geq 0$	$vx_o = 1$	θ
$Y\lambda \geq y_o$	$u \geq 0$	$-vX + uY - u_0e \leq 0$	$\lambda \geq 0$
$e\lambda = 1$	u_0		

Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011). Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

(Napomena: *envelopment form constraints* – ograničenja omeđivanja, *multiplier form variables* – varijable u obliku multiplikatora, *multiplier form constraints* – ograničenja multiplikatora, *envelopment form variables* – varijable u obliku omeđivanja)

Glavna razlika BCC i CCR modela je u varijabli u_o koja je dualna varijabla povezana s ograničenjem $e\lambda = 1$. To ograničenje je pretpostavka konveksnosti koje se ne pojavljuje u CCR modelu.

Primalni problem (BCC_o) se rješava kroz dvije faze, slično kao i kod CCR slučaja. U prvoj fazi minimiziramo θ_B , a u drugoj fazi maksimiziramo sumu *input* viškova i *output* manjkova, tak da zadovoljimo $\theta_B = \theta_B^*$.

Definicija 4. Ako optimalno rješenje $(\theta_B^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ koje dobijemo kroz spomenute dve faze za (BBC_o) zadovoljava uvjete $\theta_B^* = 1$ i nema slack varijabli ($s^{-*} = 0, s^{+*} = 0$), onda je DMU_o BCC efikasan.

Definicija 5. Za svaki BBC neefikasni DMU_o definiramo referenti skup E_o kojeg baziramo na optimalnom rješenju λ^* formulom:

$$E_o = \{j | \lambda_j^*\} (j \in \{1, \dots, n\}) \quad (62)$$

Ako postoje više rješenja, onda možemo odabrati bilo koje zadovoljava sljedeće uvjete:

$$\theta_B^* x_o = \sum_{j \in E_o} \lambda_j^* x_j + s^{-*} \quad (63)$$

$$y_o = \sum_{j \in E_o} \lambda_j^* y_j - s^{+*} \quad (64)$$

Formule za poboljšanje efikasnosti glase:

$$\hat{x}_o \leftarrow \theta_B^* x_o - s^{-*} \quad (65)$$

$$\hat{y}_o \leftarrow y_o + s^{+*} \quad (66)$$

Teorem 5. Poboljšana aktivnost (\hat{x}_o, \hat{y}_o) je BCC efikasna.³⁵

3.3.2. Outputno orijentirani BCC model

Outputno orijentirani BCC model se zapisuje:

$$(BCC - O_o) \max \eta_B \quad (67)$$

$$\text{uz ograničenja } X\lambda \leq x_o \quad (68)$$

$$\eta_B y_o - Y\lambda \leq 0 \quad (69)$$

$$e\lambda = 1 \quad (70)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (71)$$

³⁵ Za dokaz vidi Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

Njegov dualni problem glasi:

$$\min z = vx_o - v_o \quad (72)$$

$$\text{uz ograničenja } uy_o = 1 \quad (73)$$

$$vX - uY - v_o e \geq 0 \quad (74)$$

$$v \geq 0, u \geq 0 \quad (75)$$

gdje je v_o skalar koji je vezan uz relaciju $e\lambda = 1$ primalnog problema i može biti i pozitivan i negativan broj.

3.4. Aditivni model i invarijantnost translacije podataka

3.4.1 Aditivni model

Modeli koji su opisivani u prijašnjim poglavljima zahtijevaju da razlikujemo *inputno* orijentirane i *outputno* orijentirane modele. Moguće je te modele kombinirati u jedinstveni model kojeg nazivaju aditivni model (engl. *additive model*). Model se zapisuje na sljedeći način:

$$(ADD_o) \max z = es^- + es^+ \quad (76)$$

$$\text{uz ograničenja } X\lambda + s^- = x_o \quad (77)$$

$$Y\lambda - s^+ = y_o \quad (78)$$

$$e\lambda = 1 \quad (79)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \quad (80)$$

Njegov dualni problem glasi:

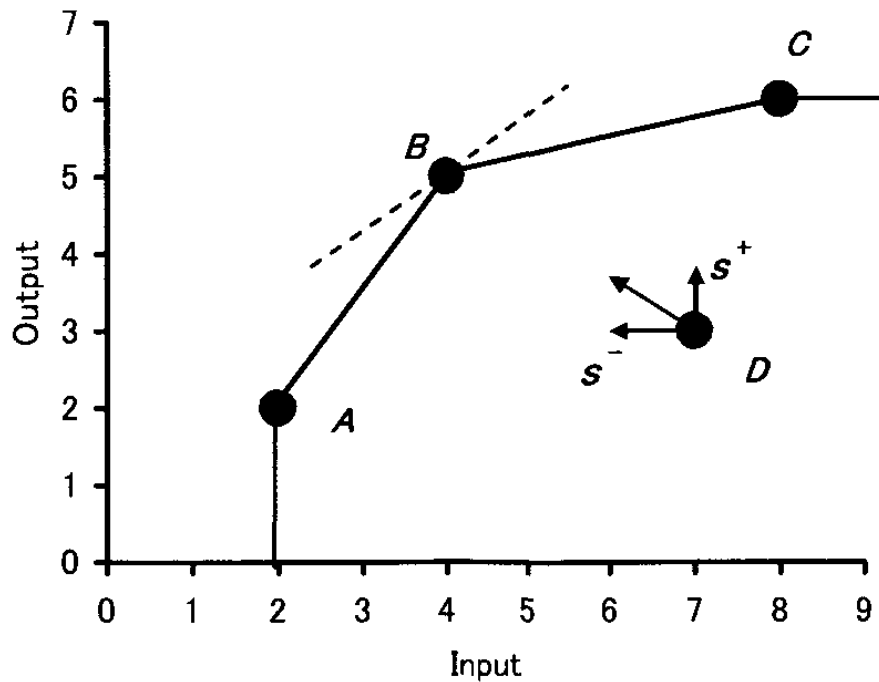
$$\min w = vx_o - uy_o + u_o \quad (81)$$

$$\text{uz ograničenja } vX - uY + u_o e \geq 0 \quad (82)$$

$$v \geq e \quad (83)$$

$$u \geq e \quad (84)$$

Graf 4. Aditivni model



Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

U grafu 4. se nalaze 4 DMU-a, A, B, C i D. Možemo primijetiti da je efikasna granica u aditivnom modelu ista kao i kod BCC modela radi ograničenja $e\lambda = 1$. DMU-ovi A, B i C se nalaze na toj efikasnoj granici, dok DMU D nije efikasan. Strelice s^{-is^+} predstavljaju *input* viškove i *output* manjkove. Uklanjanjem tih viškova i manjkova do maksimalne vrijednosti moguće je točku D dovesti u točku B. Ovaj model, u tom smislu, uzima u obzir i *input* viškove i *output* manjkove u isto vrijeme. Da to nije slučaj, jedino moguće bi bilo DMU D translirati na efikasnu granicu okomito ili vodoravno, ovisno da li koristimo *inputno* ili *outputno* orijentirani model.

Definicija 6. DMU_o je ADD efikasan ako i samo ako $s^- = 0$ i $s^+ = 0$.

Teorem 6. DMU_o je ADD efikasan ako i samo ako je BBC efikasan.

Kao i kod prijašnjih modela, moguće je neefikasni DMU_o pretvoriti u efikasan ako smanjimo *input* viškove i/ili smanjimo *output* manjkove. Takva poboljšana akcija (\hat{x}_o, \hat{y}_o) je ADD efikasna³⁶ i može se zapisati na sljedeći način:

$$\hat{x}_o \Leftarrow x_o - s^- \quad (86)$$

$$\hat{y}_o \Leftarrow y_o + s^+ \quad (87)$$

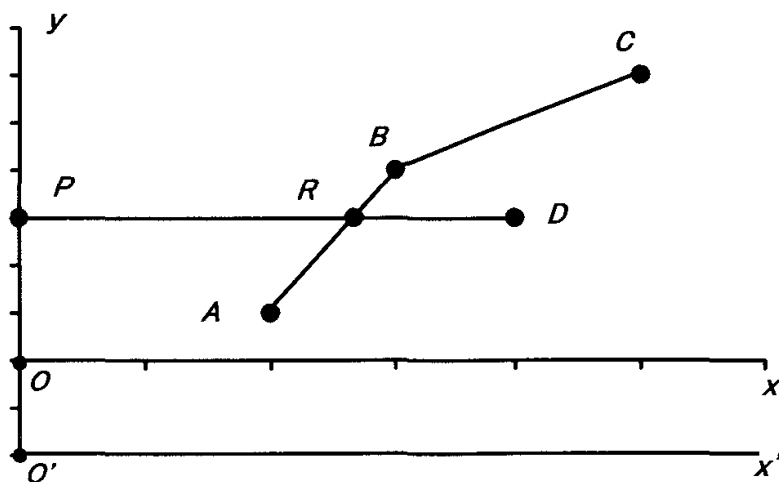
gdje (\hat{x}_o, \hat{y}_o) predstavljaju koordinate na efikasnoj granici koje su korištene za procijenu efikasnosti DMU_o .

3.4.2. Invarijantnost translacije podataka

U mnogim primjenama ovog modela u stvarnom svijetu, potrebno je da model može podnijeti negativne podatke u nekim od zadanih *inputa* i *outputa*, kao što je i slučaj u analizi ovog rada. Npr. neki od finansijskih pokazatelja mogu poprimiti negativne vrijednosti i zbog toga je nastalo svojstvo translacijske invarijantnosti u ADD modelu (engl. *translation invariance*).

Definicija 7. Uz bilo kakav zadani problem, DEA model je invarijantan translaciji podataka ako translacijom vrijednosti originalnog *inputa* i/ili *outputa* rezultira s novim problemom koji ima isto optimalno rješenje kao i stari problem.

Graf 5: Translacija BCC modela

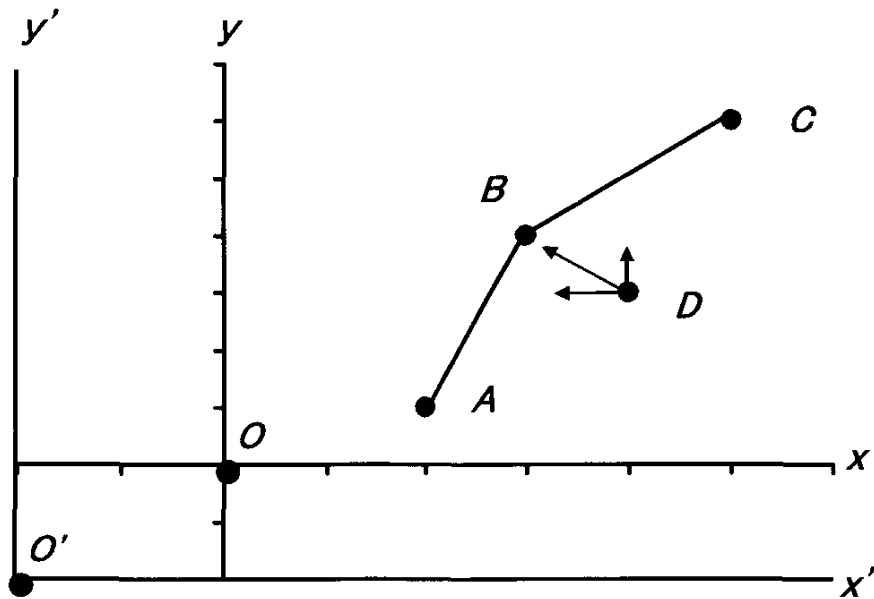


Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011). Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

³⁶ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

U grafu 5. možemo vidjeti primjer translacije u *inputno* orijentiranom BBC modelu. Ishodište O postaje O' i tako se mijenja vrijednost *outputa*, ali ne i *inputa*. Slična situacija bi bila i u translaciji *outputno* orijentiranog BBC modela, samo što bi se ishodište O translatalo vodoravno. Kao što se može vidjeti, DMU-ovi A, B i C su i nakon translacije na efikasnoj granici.

Graf 6: Translacija podataka u aditivnom modelu



Izvor: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

Graf 6. nam pokazuje invarijantnost translacije i *inputa* i *outputa* u aditivnom modelu, jer procjena efikasnosti ne ovisi o ishodištu koordinatnog sustava pri korištenju ovog modela.³⁷

³⁷ Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer

3.5. Mjera efikasnosti temeljena na viškovima inputa i manjkovima outputa

SBM model je poboljšani aditivni model, u kojem je moguće mjeriti varijable u bilo kojoj mjernoj jedinici i zadržava se svojstvo aditivnog modela, s kojim je moguće translirati i *inpute* i *outpute* i rješenje se zapisuje u formu skalara. Specifičnije, želimo da ova mjera bude ista i ako zamijenimo x_{io} i x_{ij} zamjenimo s $k_i x_{io} = \hat{x}_{io}$, $k_i x_{ij} = \hat{x}_{ij}$, a y_{ro} i y_{rj} zamjenimo s $c_r y_{ro} = \hat{y}_{ro}$, $c_r y_{rj} = \hat{y}_{rj}$, gdje su k_i i c_r pozitivne konstante za svaki $i = 1, \dots, m$; $r = 1, \dots, s$. Ovo svojstvo je poznato u literaturi kao invarijantnost jedinica (engl. *unit invariant*). Ovaj model je definirao Tone i zapisuje se u sljedećem obliku:

$$(SBM) \min \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{ro}} \quad (88)$$

$$\text{uz ograničenja } x_o = X\lambda + s^- \quad (89)$$

$$y_o = Y\lambda - s^+ \quad (90)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \quad (91)$$

U ovom modelu pretpostavljamo da je $X \geq 0$. Ako je $x_{io} = 0$, onda iz jednadžbe funkcije cilja (88) izbrišemo dio s_i^- / x_{io} . Ako $y_{io} \leq 0$ onda zamjenimo s_r^+ / y_{ro} s vrlo malim brojem kako bi penalizirali nedostatak *outputa*.

Funkcija cilja zadovoljava svojstvo $0 \leq \rho \leq 1$. Kak bi ovo svojstvo bilo zadovoljeno $s_i^- \leq x_{io}$ za svaki i kako bi $0 \leq \frac{s_i^-}{x_{io}} \leq 1$ ($i = 1, \dots, m$) a da je $\frac{s_i^-}{x_{io}} = 1$ samo ako možemo dokazati da nije korišten *input* o kojem je riječ. Formula za ovo svojstvo glasi:

$$0 \leq \frac{\sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{m} \leq 1 \quad (92)$$

Ista relacija ne vrijedi za *outpute* jer *output* manjkovi koje predstavlja *slack* varijabla može biti veća nego odgovarajuća količina *outputa*. Interval za *outpute* se zapisuje:

$$0 \leq \frac{\sum_{i=1}^m s_i^- / y_{ro}}{s} \quad (93)$$

Ove relacije predstavljaju omjere prosjeka *input* i *output* miksa neefikasnosti s gornjom granicom $\rho = 1$, koju je moguće dostići samo ako su *slack* varijable nula za sve *inpute* i *outpute*.

Teorem 8. Ako DMU A dominira DMU B tako da $x_A \leq x_B$ i $y_A \geq y_B$ onda vrijedi $\rho_A^* \geq \rho_B^*$

SBM model formuliran u relacijama (88-91) se može napisati na sljedeći način kada u njega uključimo pozitivan skalar t .

$$(SBMt) \min \tau = t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t s_i^- / x_{io} \quad (94)$$

$$\text{uz ograničenja } 1 = t + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^m t s_r^+ / y_{ro} \quad (95)$$

$$x_o = X\lambda + s^- \quad (96)$$

$$y_o = Y\lambda - s^+ \quad (97)$$

$$\lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0, t \geq 0 \quad (98)$$

Ako definiramo $S^- = ts^-$, $S^+ = ts^+$ i $\Lambda = t\lambda$, onda $SBMt$ postaje linearan program:

$$(LP) \min \tau = t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i^- / x_{io} \quad (99)$$

$$\text{uz ograničenja } 1 = t + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^m S_r^+ / y_{ro} \quad (100)$$

$$tx_o = X\Lambda + S^- \quad (101)$$

$$ty_o = Y\Lambda - S^+ \quad (102)$$

$$\Lambda \geq 0, S^- \geq 0, S^+ \geq 0, t > 0 \quad (103)$$

Relacija (103), $t > 0$ znači da je ova transformacija reverzibilna. Optimalno rješenje linearnog problema je $(\tau^*, t^*, \Lambda^*, S^{-*}, S^{+*})$. Tada postoji i optimalno rješenje za $SBMt$ koje glasi:

$$\rho^* = \tau^*, \lambda^* = \Lambda^* / t^*, s^{-*} = S^{-*} / t^*, s^{+*} = S^{+*} / t^* \quad (104)$$

Definicija 7. $DMU(x_o, y_o)$ je SBM efikasan ako i samo ako $\rho^* = 1$.

Ovaj uvjet je jednak kao da ne postoje *input* viškovi i *output* manjkovi u optimalnom rješenju. Za SBM efikasan $DMU(x_o, y_o)$ možemo zapisati:

$$x_o = X\lambda^* + s^{-*} \quad (105)$$

$$y_o = Y\lambda^* - s^{+*} \quad (106)$$

Neefikasan $DMU(x_o, y_o)$ se može dalje poboljšati ako maknemo input viškove i povećamo output manjkove. Formule za to glase:

$$\hat{x}_o \Leftarrow x_o - s^- \quad (107)$$

$$\hat{y}_o \Leftarrow y_o + s^+ \quad (108)$$

koje su identične aditivnom modelu.

4. EMPIRIJSKA ANALIZA

4.1. Opis podataka

Kao što je već prije spomenuto, podatci za ovu analizu su javno dostupni na stranicama Zagrebačke burze i Financijske agencije. Podatci koji su korišteni su izvađeni iz godišnjih financijskih izvještaja, točnije bilance, računa dobiti i gubitka, bilježaka uz financijske izvještaje, te arhive trgovanja vrijednosnicama na zagrebačkoj burzi (prinosi dionica). Iz spomenutih izvora izračunati su financijski pokazatelji, koji su podijeljeni u *inpute* i *outpute*. Nisu svi financijski pokazatelji ušli u analizu, jer neki pokazatelji imaju preveliku međusobnu korelaciju. To efektivno znači da u model uključujemo informaciju više puta i tako joj pridodajemo veći značaj. Također je bitno napomenuti da analiza mora zadovoljavati sljedeću relaciju

$$n \geq 2(m + s), (109)$$

gdje su n broj DMU-ova, m broj *inputa* i s broj *outputa* (Golany i Roll, 1989.). Budući da je u analizi korišteno 20 DMU-ova, da bi se zadovoljila relacija, možemo uključiti maksimalno 10 *inputa* ili *outputa*. Izabrani su oni *inputi* i *outputi* koji su se pokazali korisnima u prijašnjim sličnim istraživanjima (koeficijent tekuće likvidnosti, koeficijent zaduženosti, trajanje naplate u danima, rentabilnost imovine, rentabilnost vlastitog kapitala, zarada po dionici).³⁸ Još neki od pokazatelja koji su ušli u analizu su faktor zaduženosti, dividenda po dionici, odnos cijene i dobiti po dionici i ukupna rentabilnost dionice po kriteriju što manje korelacije s ostalim varijablama i značaju varijable investitorima.

4.2. Rezultati optimizacije odabranih modela analize omeđivanja podataka

Za analizu je korišten SBM model. Razlog izbora konkretno tog modela je radi činjenice da su podatci imali i negativne *inpute* i negativne *outpute* koje je trebalo translirati. Napravljene su dvije analize, jedna s pretpostavkom konstantnih prinosa i jedna s pretpostavkom varijabilnih prinosa. Dobiveni su sljedeći rezultati:

³⁸ Vidjeti poglavlje 2.2.1.

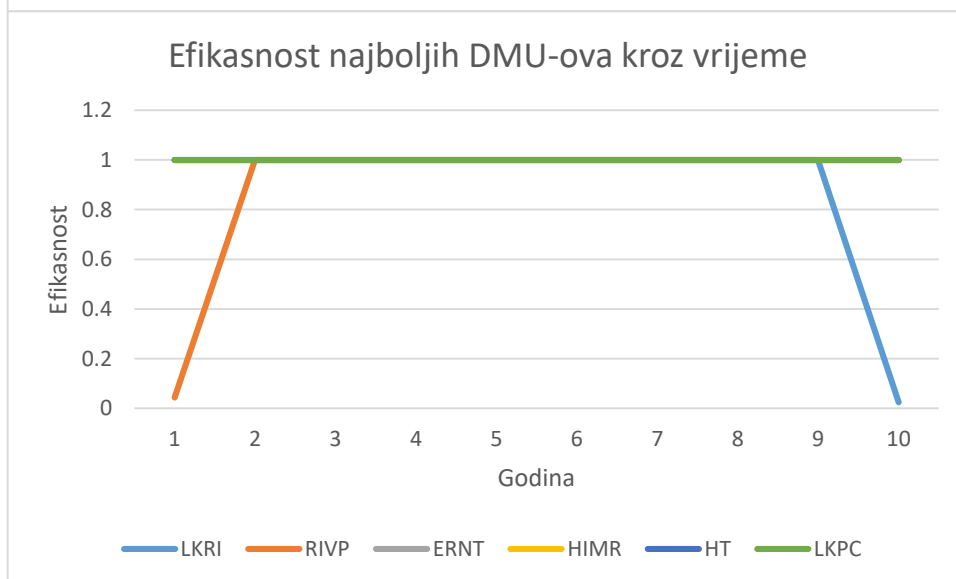
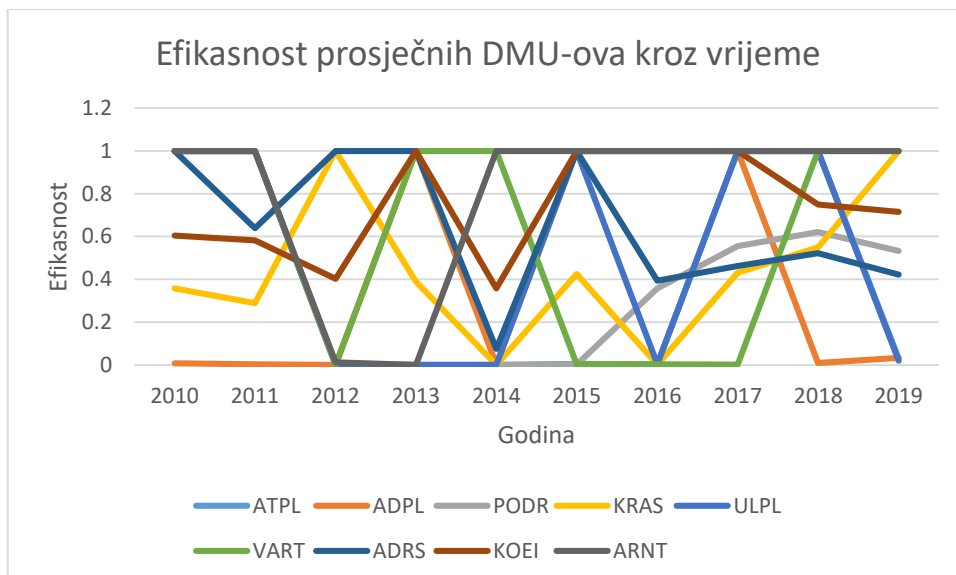
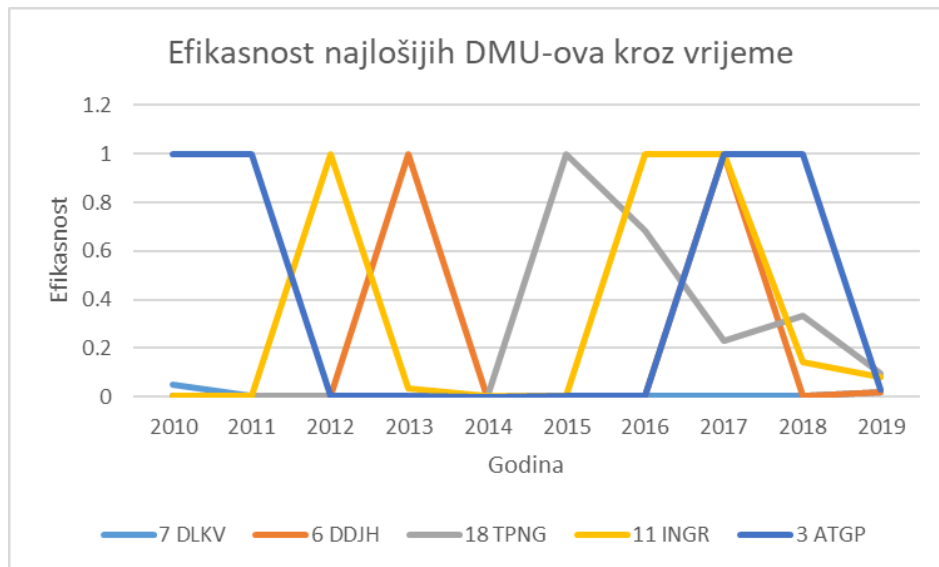
Tablica 3. Efikasnosti SBM modela s konstantnim prinosima

Godina	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
DMU	Score	Score	Score	Score	Score	Score	Score	Score	Score	Score
ADPL	0.00783	0.00366	0.00054	1.00000	0.00084	1.00000	1.00000	1.00000	0.00972	0.03255
ADRS	1.00000	0.63936	1.00000	1.00000	0.07502	1.00000	0.39374	0.46177	0.52288	0.42179
ATGP	1.00000	1.00000	0.00299	0.00022	0.00002	0.00449	0.00249	1.00000	1.00000	0.03045
ARNT	1.00000	1.00000	0.01248	0.00055	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
ATPL	1.00000	1.00000	0.00299	0.00022	0.00002	0.00449	0.00249	1.00000	1.00000	0.03045
DDJH	0.00320	0.00351	0.00062	1.00000	0.00002	0.00210	0.00083	1.00000	0.00466	0.01741
DLKV	0.04994	0.00143	0.00047	0.00020	0.00001	0.00118	0.00077	0.00049	0.00454	0.01732
ERNT	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
HIMR	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
HT	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
INGR	0.00205	0.00138	1.00000	0.03162	0.00097	0.00127	1.00000	1.00000	0.14126	0.07977
KOEI	0.60492	0.58267	0.40239	1.00000	0.35686	1.00000	1.00000	1.00000	0.75027	0.71495
KRAS	0.35685	0.28913	1.00000	0.38835	0.00002	0.42489	0.00106	0.43046	0.54907	1.00000
LKPC	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
LKRI	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.02355
PODR	1.00000	1.00000	0.00075	0.00027	0.00002	0.00193	0.35790	0.55476	0.62016	0.53286
RVP	0.04283	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
TPNG	0.00159	0.00114	0.00042	0.00013	0.00002	1.00000	0.68435	0.22772	0.33331	0.09736
ULPL	1.00000	1.00000	0.00052	0.00024	0.00019	1.00000	0.00251	1.00000	1.00000	0.01929
VART	1.00000	1.00000	0.00072	1.00000	1.00000	0.00309	0.00322	0.00093	1.00000	1.00000

Izvor: Kalkulacija autora

Najefikasnije dionice po dobivenim rezultatima su ERNT (Ericsson Nikola Tesla), HIMR (Imperial), HT (Hrvatski Telekom) i LKPC (Luka Ploče) jer se nalaze na efikasnoj granici tijekom cijelog perioda analize. Još neke dionice koje su vrijedne spomena su RVP (Valamar Riviera), koja jedino nije efikasna u 2010. godini, ali svake iduće godine je efikasna. Nasuprot tome, dionice TPNG (Tankerska Next Generation), DDJH (Đuro Đaković Grupa) i DLKV (Dalekovod) su se pokazale neučinkovite u modelu. Graf 7. prikazuje kretanja efikasnosti kroz promatrani period.

Graf 7: Kretanje efikasnosti kroz analizirani period s pretpostavkom konstantnih prinosa



Izvor: Kalkulacija autora

Tablica 4. Efikasnosti SBM modela s varijabilnim prinosima

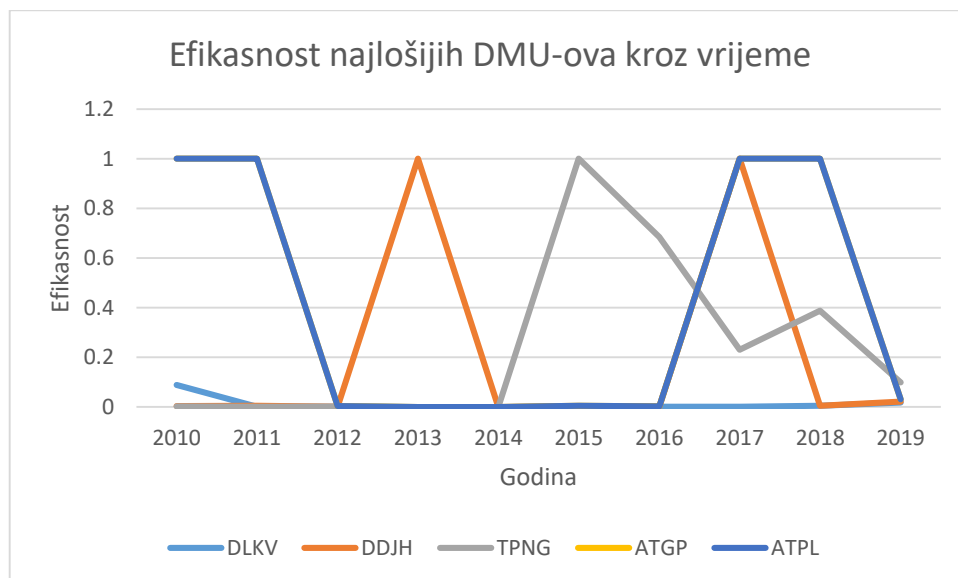
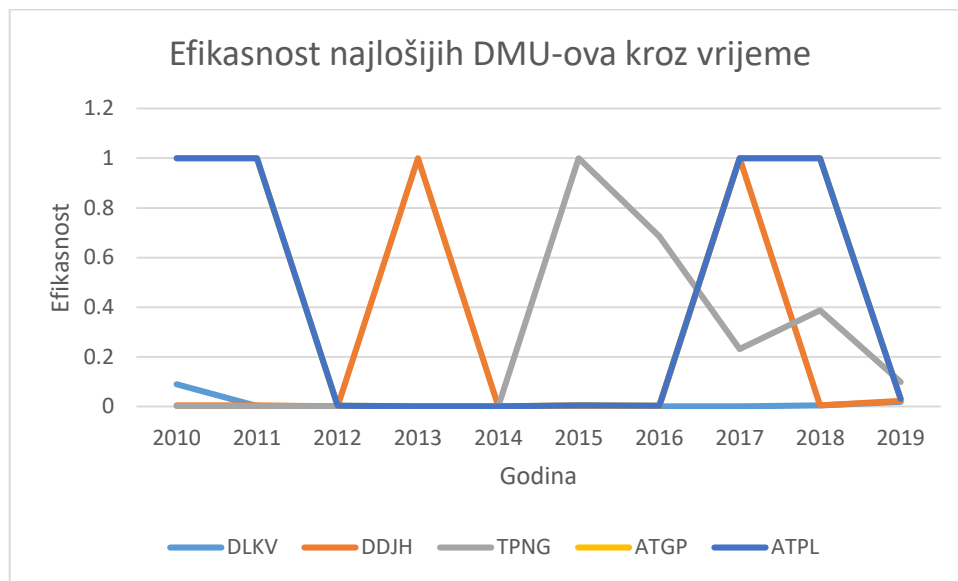
Godina	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
DMU	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos	Efikasnos
ADPL	0.00789	0.00372	0.00054	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.01188	0.03259
ADRS	1.00000	0.65062	1.00000	1.00000	0.07569	1.00000	0.41407	0.46506	0.52371	0.43116
ATGP	1.00000	1.00000	0.00300	0.00022	0.00002	0.00470	0.00249	1.00000	1.00000	0.03045
ARNT	1.00000	1.00000	1.00000	0.00055	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
ATPL	1.00000	1.00000	0.00300	0.00022	0.00002	0.00470	0.00249	1.00000	1.00000	0.03045
DDJH	0.00369	0.00423	0.00062	1.00000	0.00002	0.00236	0.00083	1.00000	0.00474	0.02198
DLKV	0.08916	0.00143	0.00047	0.00020	0.00001	0.00130	0.00083	0.00052	0.00456	0.01814
ERNT	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
HIMR	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
HT	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
INGR	0.00205	0.00138	1.00000	0.03162	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.99002	0.98606
KOEI	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.75673	0.73093
KRAS	0.35686	0.29171	1.00000	0.39614	0.00002	0.43246	0.00118	0.43378	0.55146	1.00000
LKPC	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
LKRI	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.95104
PODR	1.00000	1.00000	0.00075	0.00028	0.00002	0.00197	0.37854	0.56054	0.62061	0.53396
RVP	0.04310	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
TPNG	0.00159	0.00114	0.00042	0.00013	0.00002	1.00000	0.68475	0.23109	0.38787	0.09887
ULPL	1.00000	1.00000	0.00052	0.00024	0.00019	1.00000	0.30391	1.00000	1.00000	0.88843
VART	1.00000	1.00000	0.00075	1.00000	1.00000	0.00313	0.00347	0.00093	1.00000	1.00000

Izvor: Kalkulacija autora

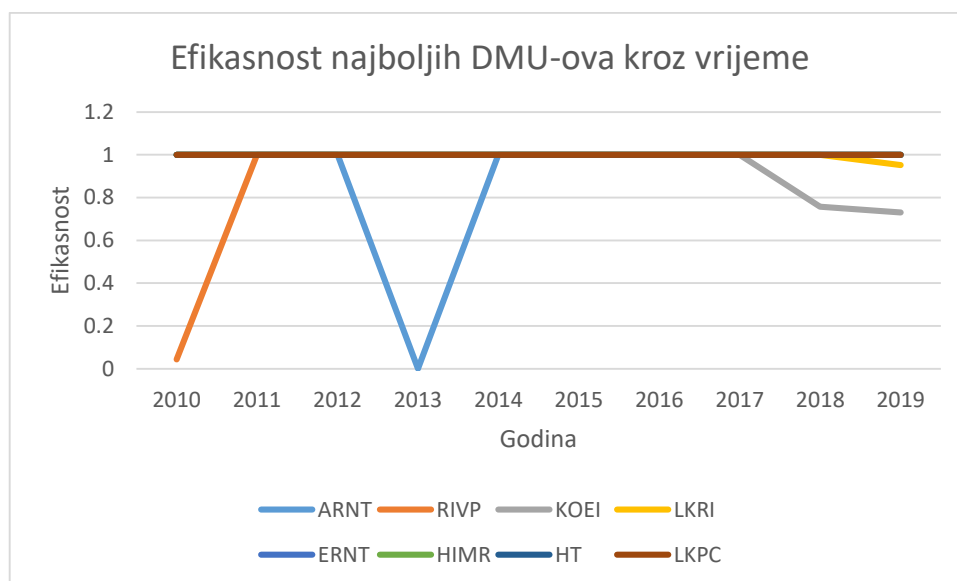
Ako gledamo rezultate SBM analize s pretpostavkom varijabilnih prinosa, sljedeće dionice su efikasne kroz cijeli period za koji se procjenjuju podatci: ERNT (Ericsson Nikola Tesla), HIMR(Imperial) i HT (Hrvatski Telekom). Također, dionice ARNT (Arena Hospitality Group), KOEI (Končar-Elektroindustija), LKRI (Luka Rijeka) i RVP (Valamar Riviera) su također pokazale dobar uspjeh, što se efikasnosti tiče, jer su efikasne skoro u svakoj godini. Dionice s lošim efikasnostima su TPNG (Tankerska Next Generation), DDJH (Đuro Đaković Grupa) i DLKV (Dalekovod), slično kao i kod modela s konstantnim prinosima. DDJH i TPNG su efikasne samo u jednoj godini, dok DLKV nije efikasan ni u jednoj godini u promatranom razdoblju. Sve to je vidljivo na grafu 8.

Analizom *slack* varijabli u oba modela može se primijetiti da spomenute dionice koje imaju malu efikasnost, imaju velikih problema s *inputima*.³⁹ U većini slučajeva *slack* je najviše istančan od svih DMU-ova u analizi. Razlog tome je u prirodi posla tih DMU-ova. Budući da je jedan od *inputa* trajanje naplate u danima, sva tri DMU-a se bave nekakvim oblikom konstrukcije. Poznato je da takva poduzeća imaju velike projekte koje izvedu u dugom periodu i naplata duga. Također, im je i *slack* na faktoru zaduženosti visok jer takvi projekti imaju ogromna ulaganja, što podrazumijeva velike obveze poduzeća.

Graf 8: Kretanje efikasnosti kroz analizirani period s pretpostavkom varijabilnih prinosa



³⁹ Vidjeti prilog radu



Izvor: Kalkulacija autora

4.3. Regresijska panel analiza dobivenih rezultata

Dugi niz godina ekonometrijska analiza bila je usmjerena na dvije osnovne vrste podataka: presječne podatke i vremenske serije. Presječni ili prostorni podaci (engl. *cross section*) odnose se na skup različitih jedinica promatranja (pojedinci, poduzeća, države, itd.) u istom vremenskom trenutku ili razdoblju, dok se vremenske serije odnose na istu jedinicu promatranja kroz više trenutaka ili razdoblja. Međutim, tijekom vremena pojavila se potreba za kombiniranjem presječnih podataka i vremenskih serija. Takvu vrstu podataka u kojima je uključena i vremenska i prostorna komponenta nazivamo panel podaci (engl. *panel data*).⁴⁰ Takva vrste analize je korištena i u ovom radu radi potrebe promatranja DMU-ova kroz interval od deset godina.

Osnovkini statistički panel model se naziva združeni model (engl. *pooled model*) i glasi:

$$y_{it} = \alpha + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{itk} + \varepsilon_{it}, i \in \{1, 2, \dots, N\}, t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (110)$$

gdje je N broj jedinica promatranja ili u ovom slučaju DMU-ova, T broj razdoblja, y_{it} vrijednost zavisne varijable i -te jedinice promatranja u razdoblju t , parametar α konstantni član koji je jednak za sve jedinice promatranja i konstantan je kroz vrijeme, x_{itk} je vrijednost k -te nezavisne varijable i -te jedinice promatranja u razdoblju t , K broj parametara nagiba koje treba procijeniti, β_k vrijednost k -tog parametra i ε_{it} greška relacije i -te jedinice

⁴⁰ Škrinjarić T. (2014) Kuznetsova krivulja zagađenja okoliša: slučaj CEE zemalja, Poslijediplomski doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije, pristupni rad

promatranja u razdoblju t . Osnovna pretpostavka modela je da su sve greške relacije nezavisno i identično distribuirane slučajne varijable po jedinicama promatranja i vremena sa sredinom 0 i konstantnom varijancom, i sve x_{itk} su nezavisne od ε_{it} .⁴¹

Model s fiksnim efektima (engl. *fixed effects*) je linearni model koji je jako sličan združenom, s jednom bitnom razlikom. Konstantni član se ovdje mijenja s jedinicom promatranja, ali ne i kroz vrijeme. Model se može zapisati na sljedeći način:

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{itk} + \varepsilon_{it}, i \in \{1, 2, \dots, N\}, t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (111)$$

Sve oznake su iste kao i modelu (110), osim spomenutog konstantnog člana α_i . To je osnovni model, no postoje još inačica (kao npr. model u kojem se konstantni član λ_t mijenja kroz vrijeme, a ne s jedinicom promatranja – Stock i Watson, 2003).

Modeli s slučajnim efektima, s druge strane, pretpostavlja da su jedinice promatranja odabrane na slučajan način i tako da se slučajni efekt mijenja s jedinicom promatranja.⁴² Zapisuje se :

$$y_{it} = \alpha + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{itk} + e_i + \varepsilon_{it}, i \in \{1, 2, \dots, N\}, t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (112)$$

Može se primijetiti da je skoro sve identično modelu (110), osim e_i koji predstavlja slučajan efekt za svaku jedinicu promatranja. Model slučajnih efekata ima iste pretpostavke kao i model s fiksnim efektima, uz dodatnu pretpostavku da je e_i nezavisna od svih nezavisnih varijabli u svim vremenskim periodima, tj. da je kovarijanca između tih dviju varijabli jednaka 0 (Wooldridge, 2008).

Za odabir adekvatnog modela između fiksnih i slučajnih efekata se koristi Hausmanov test koji ispituje postoji li korelacija između pojedinačnih efekata i nezavisnih varijabli. Ako korelacija postoji, procjenitelj fiksnih efekata je konzistentan, dok procjenitelj slučajnih nije. U suprotnom slučaju oba procjenitelja su konzistentna i za veliki N procjene konvergiraju istim vrijednostima. Hipoteze testa su sljedeće:

$$H_0: \text{cov}(e_i, x_{itk}) = 0 \quad \forall k \quad (113)$$

$$H_1: \exists x_{itk}: \text{cov}(e_i, x_{itk}) \neq 0, k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (114)$$

⁴¹ Škrinjarić T. (2014) Kuznetsova krivulja zagađenja okoliša: slučaj CEE zemalja, Poslijediplomski doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije, pristupni rad

⁴² Škrinjarić T. (2014) Kuznetsova krivulja zagađenja okoliša: slučaj CEE zemalja, Poslijediplomski doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije, pristupni rad

Dok je pripadajuća test veličina (Wooldridge 2002):

$$H = (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})^T [\text{cov}(\hat{\beta}_{FE}) - \text{cov}(\hat{\beta}_{RE})]^{-1} (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}) \sim \chi^2(K) \quad (115)$$

gdje je $\hat{\beta}_{FE}$ je vektor procijenjenih parametara modela sa fiksnim efektima, $\hat{\beta}_{RE}$ vektor procijenjenih parametara modela s slučajnim efektima, $\text{cov}(\hat{\beta}_{FE})$ matrica varijanci i kovarijanci vektora procijenjenih parametara s fiksnim efektima i $\text{cov}(\hat{\beta}_{RE})$ matrica varijanci i kovarijanci vektora procijenjenih parametara sa slučajnim efektima. Stavljamo u usporedbu H i $\chi^2(K)$. Ako je relacija $H > \chi^2(K)$ zadovoljena, odbacuje se nulta hipoteza i koristimo model s fiksnim efektima. U suprotnom, ne možemo odbaciti nultu hipotezu i oba procijenitelja su konzistentna. Rezultati Hausmanovog testa za efikasnosti s konstantnim prinosima su sljedeći:

Tablica 5: Hausmanov test za efikasnosti s pretpostavkom konstantnih prinosa

Correlated Random Effects - Hausman Test			
Equation: Untitled			
Test cross-section and period random effects			
Test Summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	0.262384	1	0.6085
Period random	0.174679	1	0.6760
Cross-section and period random	0.000056	1	0.9941

Izvor: Kalkulacija autora

Budući da je vjerojatnost (*prob.*) veća od α (5%), ne možemo odbaciti nultu hipotezu. To znači da ne postoji korelacija između nezavisnih varijabli i slučajnog efekta tj. i slučajni i fiksni procijenitelj su konzistentni.

Nadalje gledamo da li je možda bolji model združene regresije od modela s fiksnim efektom. Najbolji način za to je F -test. Hipoteze testa su sljedeće:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = \alpha \quad (116)$$

$$H_1: \exists \alpha_i \neq \alpha, i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (117)$$

Test veličina je definirana kao F -omjer (Greene 2002):

$$F = \frac{(R_{LSDV}^2 - R_{POOL}^2)/(N-1)}{(1 - R_{POOL}^2)/(NT - N - K)}; F(N - 1, NT - N - K) \quad (118)$$

gdje je R_{LSDV}^2 koeficijent determinacije modela procijenjenog metodom najmanjih kvadrata binarnih varijabli (.engl. *Least Squares Dummy Variables*, LSDV) (Maddala 2002, Brooks,

2008), R_{POOL}^2 koeficijent determinacije združenog modela, a za ostale oznake su uvedene kod objašnjavanja združenog modela. Ako je $F < F_{(N-1),(NT-N-K)}^\alpha$, tada se na razini statističke značajnosti α ne može odbaciti nulta hipoteza tj. primjenit će se združeni model. Dobiveni su sljedeći rezultati F -testa:

Tablica 6: F -test za efikasnosti s pretpostavkom konstantnih prinosa

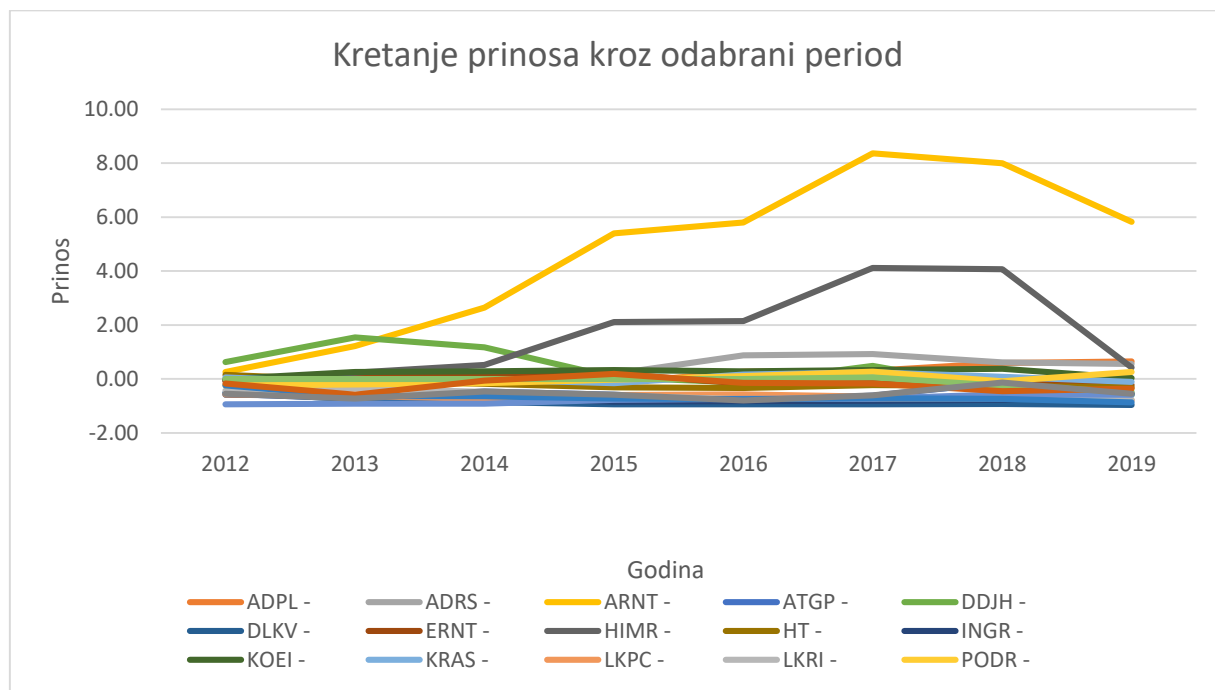
Redundant Fixed Effects Tests
Equation: Untitled
Test cross-section and period fixed effects

Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.
Cross-section F	23.869480	(18,143)	0.0000
Cross-section Chi-square	237.250736	18	0.0000
Period F	1.898803	(8,143)	0.0645
Period Chi-square	17.263289	8	0.0275
Cross-Section/Period F	17.141461	(26,143)	0.0000
Cross-Section/Period Chi-square	241.970930	26	0.0000

Izvor: Kalkulacija autora

Iz tablice 6. možemo vidjeti da su periodi fiksni ako gledamo efikasnosti s pretpostavkom konstantnih prinosa. Dalje razmatramo regresijski panel koristeći efikasnosti s pretpostavkom konstantnih prinosa i stvarne prinose dionica.

Graf 9.: Prinosi analiziranih dionica



Izvor: Izračun autora

Tablica 7: Procjena modela uz fiksne period učinke i slučajne presječne učinke

Dependent Variable: PRINOS
 Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)
 Sample: 2011 2019
 Periods included: 9
 Cross-sections included: 19
 Total panel (balanced) observations: 171
 Swamy and Arora estimator of component variances
 White diagonal standard errors & covariance (d.f. corrected)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.164391	0.096720	-1.699657	0.0911
EFIKASNOST	0.471704	0.158789	2.970625	0.0034

Effects Specification		S.D.	Rho
Cross-section random		1.297402	0.7275
Period fixed (dummy variables)			
Idiosyncratic random		0.794070	0.2725

Weighted Statistics			
R-squared	0.117450	Mean dependent var	0.122441
Adjusted R-squared	0.068115	S.D. dependent var	0.820812
S.E. of regression	0.792364	Sum squared resid	101.0823
F-statistic	2.380658	Durbin-Watson stat	0.870494
Prob(F-statistic)	0.014828		

Unweighted Statistics			
R-squared	0.063656	Mean dependent var	0.122441
Sum squared resid	363.1370	Durbin-Watson stat	0.337424

Izvor: Izračun autora

Sada ponavljamo isti proces i za efikasnosti s pretpostavkom varijabilnih prinosa.

Tablica 8: Hausmanov test za efikasnosti s pretpostavkom varijabilnih prinosa

Correlated Random Effects - Hausman Test
 Equation: Untitled
 Test cross-section and period random effects

Test Summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	0.509475	1	0.4754
Period random	0.002175	1	0.9628
Cross-section and period random	0.351352	1	0.5533

Izvor: Kalkulacija autora

Kao i kod efikasnosti s konstantnim prinosa, ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Može se koristiti model i sa slučajnim efektom i sa fiksnim efektom. Dalje provodimo F -test:

Tablica 9: *F*-test za efikasnosti s pretpostavkom varijabilnih prinosa

Redundant Fixed Effects Tests
Equation: Untitled
Test cross-section and period fixed effects

Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.
Cross-section F	23.329727	(18,143)	0.0000
Cross-section Chi-square	234.324668	18	0.0000
Period F	1.782271	(8,143)	0.0851
Period Chi-square	16.252558	8	0.0389
Cross-Section/Period F	16.705527	(26,143)	0.0000
Cross-Section/Period Chi-square	238.646429	26	0.0000

Izvor: Kalkulacija autora

Iz tablice 9. možemo vidjeti da se jedino za vremenske fiksne efekte ne odbacuje nulta hipoteza. Zaključak je da postoji fiksni efekt vremena u modelu. Nadalje, procjenjujemo model s fiksnim učincima za vrijeme uz slučajne presječne učinke .

Tablica 10: Procjena modela uz fiksne period učinke i slučajne presječne učinke

Dependent Variable: PRINOS
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)
Sample: 2011 2019
Periods included: 9
Cross-sections included: 19
Total panel (balanced) observations: 171
Swamy and Arora estimator of component variances
White diagonal standard errors & covariance (d.f. corrected)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.040627	0.089058	-0.456182	0.6489
EFIKASNOST	0.245448	0.137825	1.780873	0.0768

Effects Specification		S.D.	Rho
Cross-section random		1.296581	0.7209
Period fixed (dummy variables)			
Idiosyncratic random		0.806672	0.2791

Weighted Statistics			
R-squared	0.090361	Mean dependent var	0.122441
Adjusted R-squared	0.039511	S.D. dependent var	0.822112
S.E. of regression	0.805707	Sum squared resid	104.5153
F-statistic	1.777029	Durbin-Watson stat	0.830636
Prob(F-statistic)	0.076307		

Unweighted Statistics			
R-squared	0.044274	Mean dependent var	0.122441
Sum squared resid	370.6537	Durbin-Watson stat	0.333082

Također se koristila Whiteova korekcija pogrešaka zbog mogućeg problema heteroskedastičnosti i autokorelacije.⁴³

4.4. Komentari rezultata

Gledajući tablicu 7. možemo zaključiti da je efikasnost, s pretpostavkom konstantnih prinosa, statistički značajna u modelu, i to čak ispod 1% statističke signifikantnosti. Gledajući procjenu β koeficijenta uz efikasnost, možemo vidjeti da promjena efikasnosti za jednu jedinicu će povećati prinos u prosjeku za 0,471704, dok nam α koeficijent pokazuje koliki je prinos u prosjeku ako gledano poduzeće ima nultu efikasnost.

Slično možemo gledati i tablicu 10. koja gleda regresijski panel model koristeći se efikasnošću s pretpostavkom varijabilnih prinosa. Rezultati nisu tako reprezentativni kao kod efikasnosti s pretpostavkom konstantnih prinosa. Vidimo da je efikasnost statistički značajna tek na 10%, jer vjerojatnost uz tu varijablu iznosi 0,00768. U ovom slučaju će promjena efikasnosti za jednu jedinicu povećati prinos u prosjeku za 0,245448. DMU s nultom efikasnošću će imati prinos u prosjeku od -0,040627 (tj. gubitak). Dakle, značajnost varijable efikasnost ukazuje na to da je korištenje financijskih omjera korisno u predviđanju prinosa i investitorima se preporučuje korištenje kombinacije analize omeđivanja podataka (SBM model) u kojem se kao rezultat dobije samo jedan broj koji se ubacuje u regresijsku panel analizu.

⁴³ White H. (1980) A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, vol. 48, str. 817-838, *Econometrica*

5. ZAKLJUČAK

Kao što je analizom ovog rada pokazano, metoda analize omeđivanja podataka je učinkovita u predviđanju cijena dionica sastavnica CROBEX-a, čak i ako se koriste podatci dostupni široj javnosti. Umjesto da investitori moraju pregledavati mnogobrojne informacije koje su dostupne o tržištima kapitala, moguće ih je sažeti, čak i ako se radi o financijskim pokazateljima, u jedan broj i na taj način odlučivati o vođenju portfolija. Hrvatsko tržište kapitala je malo i nerazvijeno u usporedbi s ostatkom svijeta, ali je ipak moguće primijeniti matematičke i ekonometrijske alate za predviđanje prinosa dionica.

Prednost ovakve analize je da je moguće dobiti samo jedan broj koji se nalazi u intervalu između 0 i 1, i kao takav je lako za interpretirati investitoru. Također, ne mora se koristiti puno podataka u daljnjoj regresijskoj analizi, jer su sve te informacije sažete u tom jednom broju, takozvanoj efikasnosti.

Nedostatci ovakve analize očituju se u činjenici da nije pogodna investitorima koji trguju dnevno ili tjedno na tržištima kapitala, jer se bazira na godišnjim financijskim izvještajima, koji u najboljem slučaju mogu biti kvartalni, ali su uglavnom godišnji. Još jedan nedostatak je kompleksnost, jer investitor mora imati znanja o svim ovim matematičkim alatima, što jedan prosječan investitor nema.

Vjerojatno bi rezultati analize bili bolji da se gledao duži period i veći broj DMU-ova, tj. njihovih dionica koje su u opticaju. Također, trebalo bi napraviti još ovakvih analiza, uz uvjet da se mijenjaju izbori i količina *inputa* i *outputa*. Na taj način bi se moglo zaključiti koji su financijski pokazatelji ključni za istraživanje prinosa na hrvatskom financijskom tržištu, koje ima svoje specifičnosti i na taj način ih pobliže definirati. Isto tako je moguće pobliže opisati ponašanje hrvatskog financijskog tržišta ako u analizu uključimo više varijabli iz makroekonomskih pojava i sličnih ograničenja, ali to se ostavlja za daljnja istraživanja. Analiza omeđivanja podataka nije puno korištena na ovim prostorima, iako je jako fleksibilan i moćan alat i mišljenje je autora da bi trebala biti češće korištena.

LITERATURA

1. Ang A., Bekaert G. (2007) The Review of Financial Studies; Oxford University Press on behalf of The Society for Financial Studies, vol. 20 br. 3
2. Banker R.D., Charnes A., Cooper W. W., Swarts J., Thomas D. (1989) An introduction to data envelopment analysis with some of its models and their uses, Research in Government and Nonprofit Accounting, vol. 5, str. 125-164
3. Charnes A., Cooper W. W. and Rhodes E. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, EJOR vol. 2, str. 429-444
4. Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. (1978) Measuring the Efficiency of Decision Making Units, EJOR vol. 2, str. 429-444
5. Charnes A., Cooper W. W., Lewin A. Y., Seiford L. M. (1997) Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications, Journal of the Operational Research Society, vol. 48, br. 3, str. 332-333, Dostupno na: <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600342>
6. Charnes A., Cooper W. W., Rhodes, E. (1981) Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program through, Management science, vol. 27, br. 6, str. 668-697
7. Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. (2011) Data Envelopment Analysis, Second Edition, Springer
8. Farrell M.J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency, Journal of the Royal Statistical Society, vol. 120 (3), str. 253–281
9. Ferloz, E.H., Kim, S., Raab, R.L. (2003) Financial statements analysis: A data envelopment analysis approach, Journal of the Operational Research Society, Vol. 54, str. 48-58
10. Gardijan Kedzo M. (2017) Efficiency of mutual funds in Croatia: a DEA-based approach applied in the pre-crisis, crisis and post crisis period, Croatian Operational Research Review, vol. 8, br. 1, Dostupno na: https://hrcak.srce.hr/index.php?show=clanak&id_clanak_jezik=267757
11. Gardijan M., Kojic V. (2012) DEA-based investment strategy and its application in the Croatian stock market, Croatian Operational Research Review (CRORR), vol. 3

12. Gardijan M., Kojic V. (2013) DEA based investment strategy and its application to the Croatian stock market; Croatian Operational Research Review, vol. 3, br. 1, str. 203-212, Dostupno na: <https://doaj.org/article/efffc45a86654adb8a17049a85ca9daa>
13. Gardijan M., Lukac Z. (2018) Measuring the relative efficiency of the food and drink industry in the chosen EU countries using the data envelopment analysis with missing data, CEJOR vol. 26, str. 695–713, Dostupno na: <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0540-0>
14. Gardijan M., Lukac Z., (2018) Measuring the relative efficiency of the food and drink industry in the chosen EU countries using the data envelopment analysis with missing data; CEJOR, vol. 26, str. 695–713, Dostupno na: <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0540-0>
15. Hollingsworth, B., Smith, P. (2003) Use of ratios in data envelopment analysis, Applied Economics Letters, vol 10, br. 11, str. 733-735, Dostupno na: <https://doi.org/10.1080/1350485032000133381>
16. Jelic O., Gardijan Kedzo M. (2018) Efficiency vs effectiveness: an analysis of tertiary education across Europe; Public Sector Economics, vol. 42, br. 4, str. 381-414, Dostupno na: <https://dio.org/10.3326.pse.42.4.2>
17. Lim, S., Oh, K.W., Zhu, J. (2014) Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market, European Journal of Operational Research, vol. 236, str. 361–368, Dostupno na: www.elsevier.com/locate/ejor
18. Lin-Bo Si, Hua-Yon Qiao (2017) Performance of Financial Expenditure in China's basic science and math education: Panel Data Analysis Based on CCR Model and BCC Model, EURASIA, Jurnal of Mathematics Science and Tehnology Education vol. 13, br. 8, str. 5217-5224, Dostupno na: <https://www.ejmste.com/download/performance-of-financial-expenditure-in-chinas-basic-science-and-math-education-panel-data-analysis-4941.pdf>
19. Sharpe W. F. (1966) Mutual Fund Performance, Journal of Business, vol. 39, str. 119–138
20. Stock, J. H. and Watson, M. W. (2003) Introduction to Econometrics, Addison-Wesley, Boston
21. Šego B., Škrinjarić T., (2018) Kvantitativna istraživanja Zagrebačke burze - pregled istraživanja od osnutka do 2018. godine, Ekonomski pregled, vol. 69 br.6, str. 655-743
22. Škrinjarić T. (2014) Kuznetsova krivulja zagađenja okoliša: slučaj CEE zemalja, Posljediplomski doktorski studij ekonomije i poslovne ekonomije, pristupni rad

23. Škrinjarić, T., Šego, B. (2021) Evaluating Business Performance Using Data Envelopment Analysis and Grey Relational Analysis. U: Handbook of Research on Engineering, Business, and Healthcare Applications of Data Science and Analytics, urednici: Patil, B., Vohra, M. USA: IGI Global, uskoro.
24. Wang Y. N. (2007) The Cross Sectional Relationship between Stock Returns and Domestic and Global Factors in the Chinese A Share Market; Global Finance Journal, vol. 17, br. 3, str. 335-349, Dostupno na: https://www.researchgate.net/publication/222002761_The_cross_section_of_expected_stock_returns_in_the_Chinese_A-share_market
25. White H. (1980) A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, vol. 48, str. 817-838, Econometrica, dostupno na: <https://www.jstor.org/stable/1912934?seq=1>
26. Wooldridge, J. M. (2002) Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data, MIT Press
27. Wooldridge, J. M. (2008) Introductory Econometrics: A Modern Approach, 3rd edition, Thomson South-Western, Mason, OH
28. Zagrebačka burza (2020) Dostupno na: <https://zse.hr/default.aspx?id=121>
29. Zhu J. (2014) Quantative Models for Performance Evaluation and Bechmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets, Third edition
30. Žager K., Mamić Sačer I., Sever Malis S., Jezovita A., Žager L. (2017) Analiza finacijskih izvještaja, 3 izmjenjeno i dopunjeno izdanje

POPIS TABLICA

Tablica 1. str. 22

Tablica 2. str. 28

Tablica 3. str. 38

Tablica 4. str. 40

Tablica 5. str. 44

Tablica 6. str. 45

Tablica 7. str. 46

Tablica 8. str. 46

Tablica 9. str. 47

Tablica 10. str. 47

POPIS GRAFOVA

Graf 1. str. 21

Graf 2. str. 26

Graf 3. str. 27

Graf 4. str. 31

Graf 5. str. 32

Graf 6. str. 33

Graf 7 str. 39

Graf 8 str. 41

Graf 9 str. 45

ŽIVOTOPIS

Ime i prezime studenta

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Svojim potpisom jamčim da ću se u izradi diplomskog rada u potpunosti pridržavati Etičkog kodeksa Sveučilišta u Zagrebu.

Student:

U Zagrebu, _____

(potpis)