

# Identifikacija cjenovnih skokova pomoću visokofrekventnih podataka

---

**Stürmer, Marcela**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Economics and Business / Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:148:114151>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported/Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-06**



*Repository / Repozitorij:*

[REPEFZG - Digital Repository - Faculty of Economics & Business Zagreb](#)



**Sveučilište u Zagrebu**

**Ekonomski fakultet**

**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij**

**Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje**

**IDENTIFIKACIJA CJENOVNIH SKOKOVA POMOĆU  
VISOKOFREKVENTNIH PODATAKA**

Diplomski rad

**Marcela Stürmer**

**Zagreb, ožujak 2022.**

**Sveučilište u Zagrebu**

**Ekonomski fakultet**

**Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij**

**Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje**

**IDENTIFIKACIJA CJENOVNIH SKOKOVA POMOĆU**

**VISOKOFREKVENTNIH PODATAKA**

**PRICE JUMPS IDENTIFICATION USING HIGH – FREQUENCY DATA**

Diplomski rad

**Student: Marcela Stürmer**

**JMBAG studenta: 0119032140**

**Mentor: Izv.prof.dr.sc. Josip Arnerić**

**Zagreb, ožujak 2022.**

## **Zahvala**

*Veliko hvala mojoj obitelji na beskrajnom strpljenju i podršci, mojim prijateljima što su uvijek bili uz mene, mom partneru na ljubavi i razumijevanju koje mi je pokazao svakoga dana te mom mentoru na svakom savjetu i pomoći u izradi ovoga rada.*

## Sažetak

Iako je osnovna pretpostavka modela vrednovanja financijske imovine kontinuiranost cijena, koje slijede određeni stohastički proces s kontinuiranim prostorom stanja i kontinuiranim vremenom, u praksi su cijene na financijskim tržištima opažene u diskretnim vremenskim intervalima. Tehnološki napredak i sve veća dostupnost visokofrekventnih podataka, opaženih u jako kratkim intervalima vremena, primjerice svake minute ili sekunde, omogućili su upotrebu potpunijih informacija za procjenu kontinuiranog dijela procesa cijena koji najčešće prati Brownovo gibanje, kao i dijela procesa cjenovnih skokova koji se kao aditivni član pridružuje Brownovom gibanju. Pri tome se proces cjenovnih skokova opisuje Poissonovim stohastičkim procesom s diskretnom prostorom stanja, ali kontinuiranim vremenom. Pridruživanje procesa cjenovnih skokova stohastičkom procesu cijena bitno mijenja tradicionalno shvaćanje modela vrednovanja financijske imovine te ima ozbiljne posljedice za upravljanje financijskim rizikom i određivanje cijena, a novija literatura nudi empirijske dokaze ove tvrdnje. Kako bi se cjenovni skokovi mogli identificirati koristeći visokofrekventne podatke, razvijene su različite metode koje se primarno temelje na usporedbi procjenitelja realizirane varijance prinosa financijske imovine koji su robusni i onih koji nisu robusni na cjenovne skokove. Svrha ovoga rada je dati teoretski uvid u određivanje cjenovnih skokova, njihove uzroke i posljedice, obrazložiti statističke testove za njihovu identifikaciju, specificirati cjenovne skokove na visokofrekventnim podacima za hrvatsko dioničko tržište te istražiti njihov utjecaj na volumen trgovanja.

Ključne riječi: cjenovni skokovi, visokofrekventni podaci, realizirana varijanca, volumen trgovanja

## **Abstract**

Although the basic assumption of the financial asset valuation model is price continuity, where price follows a certain stochastic process with a continuous state space and continuous time, in practice, prices in financial markets are observed at discrete time intervals. Technological advances and increasing availability of high-frequency data, observed at very short intervals, e.g. every minute or second, have made it possible to use more complete information to estimate the continuous part of the price process that follows Brownian motion and a part of the jump process that joins as an additive member to Brownian motion. The process of price jumps is described by Poisson's stochastic process with discrete state space but continuous time. Joining the price jump process to the stochastic price process significantly changes traditional understanding of the financial asset valuation model and has serious consequences for financial risk management and pricing, and recent literature offers empirical evidence for this claim. In order to be able to identify price jumps using high-frequency data, various methods have been developed that are primarily based on comparing estimators of realized variance of financial asset returns that are robust and those that are not robust to price jumps. The purpose of this paper is to provide theoretical insight into determining price jumps, their causes and consequences, to explain statistical tests for their identification, to specify price jumps on high-frequency data for the Croatian stock market and to investigate their impact on trading volume.

**Keywords:** price jumps, high frequency data, trading volume, realized variance

## **IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI**

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

---

(vlastoručni potpis studenta)

---

(mjesto i datum)

## **STATEMENT ON THE ACADEMIC INTEGRITY**

I hereby declare and confirm by my signature that the final thesis is the sole result of my own work based on my research and relies on the published literature, as shown in the listed notes and bibliography.

I declare that no part of the thesis has been written in an unauthorized manner, i.e., it is not transcribed from the non-cited work, and that no part of the thesis infringes any of the copyrights.

I also declare that no part of the thesis has been used for any other work in any other higher education, scientific or educational institution.

---

(personal signature of the student)

---

(place and date)

## Sadržaj

1. UVOD.....	1
1.1. Predmet i ciljevi rada .....	1
1.2. Metode istraživanja i izvori podataka .....	1
1.3. Sadržaj i struktura rada.....	2
2. POJMOVNO ODREĐENJE CJENOVNIH SKOKOVA .....	3
2.1. Kretanje cijena i prinosa dionica .....	3
2.2. Svojstva visokofrekventnih podataka .....	6
2.3. Uzroci cjenovnih skokova .....	9
2.4. Posljedice cjenovnih skokova .....	12
3. IDENTIFIKACIJA CJENOVNIH SKOKOVA POMOĆU VISOKOFREKVENTNIH PODATAKA .....	15
3.1. Koncept realizirane varijance .....	15
3.2. Barndorff-Nielsen i Shephard test .....	16
3.3. Ait-Sahalia i Jacod test .....	18
3.4. Jiang i Oomen test .....	19
4. STATISTIČKA ANALIZA UTJECAJA CJENOVNIH SKOKOVA NA VOLUMEN TRGOVANJA .....	22
4.1. Utvrđivanje optimalne frekvencije uzorkovanja indeksa CROBEX .....	23
4.2. Utvrđivanje cjenovnih skokova indeksa CROBEX .....	25
4.3. Testiranje značajnosti cjenovnih skokova prema intenzitetu i veličini .....	29
4.4. Analiza utjecaja cjenovnih skokova na volumen trgovanja indeksa CROBEX .....	34
4.5. Interpretacija rezultata .....	38
5. ZAKLJUČAK .....	40
Popis literature .....	42
Popis slika .....	44
Popis tablica .....	45



# 1. UVOD

## 1.1. Predmet i ciljevi rada

Predmet ovog diplomskog rada je identifikacija cjenovnih skokova korištenjem visokofrekventnih podataka, testiranje njihove statističke značajnosti za svaki dan trgovanja te analiza njihovog utjecaja na volumen trgovanja. Cjenovni skokovi su definirani kao diskretne promjene cijena u kontinuiranom vremenu, odnosno rijetki događaji u kojima se cijena drastično mijenja u danom vremenskom intervalu. Stoga se najčešće pretpostavlja da cjenovni skokovi slijede Poissonov stohastički proces koji se kao aditivni član pridružuje geometrijskom Brownovom gibanju.

Cilj ovoga rada je dati teoretski uvid u cjenovne skokove, njihovu važnost i testove za njihovu identifikaciju pomoću visokofrekventnih podataka. Većina dosadašnjih istraživanja je koristila cijene nižih frekvencija, primjerice zaključne dnevne cijene ili pak tjedne cijene, čime se u potpunosti zanemaruju informacije unutar pojedinog trgovinskog dana. Na taj se način cjenovni skokovi ne mogu precizno odrediti. Primjenom visokofrekventnih podataka koji su opaženi, primjerice, svake minute, cjenovni se skokovi mogu identificirati prema njihovoj učestalosti, intenzitetu i veličini. Identifikacijom cjenovnih skokova će se kasnije istražiti njihov utjecaj na volumen trgovanja indeksa CROBEX.

## 1.2. Metode istraživanja i izvori podataka

Metode koje su korištene u ovome radu uključuju testove za identifikaciju cjenovnih skokova kao što su Barndorff-Nielsen i Shephardov test, Aït-Sahalia i Jacodov test te Jiang i Oomenov test, koji se oslanjaju na procjenitelje realizirane varijance koji su robusni na cjenovne skokove i one koji nisu robusni na iste. U radu se definira indikator cjenovnih skokova kao relativni pokazatelj (eng. *Relative Price Jump*) temeljem realizirane varijance prinosa i „bi-power“ realizirane varijance. Preduvjet za procjenu nepristranih realiziranih varijanci je odrediti frekvenciju uzorkovanja kojom se reduciraju mikrostrukturni šumovi (eng. *microstructure noise*) prije same identifikacije cjenovnih skokova. Stoga će se u radu izabrati i optimalna frekvencija uzorkovanja. Kasnije se relativni pokazatelj cjenovnih skokova regresira na logaritamske vrijednosti volumena trgovanja metodom najmanjih kvadrata,

provode se dijagnostički testovi, interpretiraju se empirijski rezultati, te se donose zaključci. Sve analize provode se korištenjem R Studio programskog okruženja.

### **1.3. Sadržaj i struktura rada**

Rad se sastoji od teoretskog i empirijskog dijela. Teoretski dio rada uključuje pojamovno određenje cjenovnih skokova te pregled i teoretsku razradu tri testa za identifikaciju cjenovnih skokova: Barndorff-Nielsen i Shephardov test, Aït-Sahalia i Jacodov test te Jiang i Oomenov test. Empirijski dio rada odnosi se na analizu visokofrekventnih podataka dioničkog indeksa CROBEX gdje se primjenom Barndorf-Nielsen i Shephardovog testa identificiraju cjenovni skokovi te se analizira njihov utjecaj na volumen trgovanja.

Ostatak rada organiziran je kako slijedi. Poglavlje 2 bavi se pojamovnim određenjem cjenovnih skokova, što uključuje objašnjenje kretanja cijena i prinosa dionica kao i svojstava visokofrekventnih podataka te uzroka i posljedica cjenovnih skokova. Nadalje, poglavlje 3 koncentrira se na proces identifikacije cjenovnih skokova, odnosno na teoretsku razradu tri testa za identifikaciju cjenovnih skokova: Barndorff-Nielsen i Shephardov test, Aït-Sahalia i Jacodov test te Jiang i Oomenov test. U četvrtom poglavlju rad se usmjerava na statističku analizu utjecaja cjenovnih skokova na volumen trgovanja, pri čemu će biti utvrđena optimalna frekvencija uzorkovanja indeksa CROBEX te cjenovni skokovi indeksa CROBEX. Također, biti će testirana značajnost utvrđenih cjenovnih skokova prema intenzitetu i veličini te analiziran njihov utjecaj na volumen trgovanja indeksa CROBEX uz interpretaciju rezultata. U petom i posljednjem poglavlju biti će iznesen zaključak ovoga diplomskog rada.

## 2. POJMOVNO ODREĐENJE CJENOVNIH SKOKOVA

### 2.1. Kretanje cijena i prinosa dionica

Tradicionalno razumijevanje kretanja cijene financijske imovine pretpostavlja kontinuiranost. Za burze dionica, devizna tržišta, robna tržišta i tržišta obveznica pretpostavlja se da slijede Brownovo gibanje, gdje se imovina kontinuirano mijenja u vrlo malim vremenskim intervalima. (Ermogenous, 2006.) Međutim, danas je poznato da se cijena dionice sastoji od kontinuiranog dijela koji prati Brownovo gibanje te od dijela skoka koji slijedi Poissonov stohastički proces koji se kao aditivni član pridružuje geometrijskom Brownovom gibanju. „U osnovi, takav proces omogućuje pozitivnu vjerojatnost promjene cijene dionice izvanredne veličine, bez obzira koliko mali bio vremenski interval između uzastopnih promatranja.“ (Merton, 1975.) Na matematičkim modelima kojima se opisuje Brownovo gibanje temeljeni su svi modeli određivanja cijena financijske imovine i izvedenica. Brownovo gibanje je i Gaussov proces, odnosno pretpostavlja normalnu distribuciju.

Svi modeli određivanja cijena financijske imovine i izvedenica temeljeni su na Brownovom gibanju. Međutim, iako su kontinuirani Gaussovi modeli analitički prikladni, pitanje jesu li takvi modeli empirijski konzistentni s pojavom ekstremnih vrijednosti cijena financijske imovine kakve ponekad vidimo ostaje otvoreno. Za primjer možemo uzeti Black – Scholes model.

Merton je u alternativnom izvodu Black - Scholes modela pokazao da se njihov osnovni način analize zadržava čak i kada je kamatna stopa stohastička, dionice isplaćuju dividende, a opciju je moguće izvršiti prije isteka. Međutim, rješenje Black – Scholes modela nije valjano ako dinamiku kretanja cijena dionica nije moguće prikazati stohastičkim procesom s kontinuiranom putanjom uzorka. Odnosno, mora biti zadovoljena pretpostavka da se u kratkom vremenskom intervalu cijena dionice može promijeniti samo za mali iznos. Empirijska literatura pokazuje da opcije duboko u novcu, duboko izvan novca i opcije kraćeg dospjeća imaju tendenciju da se prodaju za više od njihove izračunate Black – Scholes cijene, a opcije s dužim dospjećem i marginalno u novcu opcije prodaju se za manje. Ispravljanje odstupanja između tržišnih cijena i Black – Scholes vrijednosti opcije moguće je uključivanjem komponente skoka. Za call opcije duboko izvan novca, relativno je mala vjerojatnost da cijena dionice premaši izvršnu cijenu prije dospjeća ako isključimo

moгуćnost skokova. Međutim, mogućnost skoka cijene značajno povećava tu vjerojatnost, te stoga čini opciju vrijednijom. Slično, za call opcije duboko u novcu mala je šansa da će cijena dionice pasti ispod izvršne cijene prije dospijea ako je temeljni proces kontinuiran. Međutim, ovaj događaj postaje nezanemariv ako dopustimo mogućnost cjenovnih skokova. (Bajgrowicz, Scaillet, Treccani, 2015.)

„Ukupna promjena cijene dionice predstavlja sastav dviju vrsta promjena:

1. "normalne" varijacije cijene, na primjer, zbog privremene neravnoteže između ponude i potražnje, promjene u stopama kapitalizacije, promjene u ekonomskim izgledima ili ostale nove informacije koje uzrokuju neznatne promjene u vrijednosti dionice. ... Ova je komponenta modelirana standardnim geometrijskim Brownovim gibanjem s konstantnom varijancom po jedinici vremena i ona ima neprekidnu putanju uzorka.
2. „abnormalnih“ varijacija u cijeni do kojih dolazi zbog novih informacija koje dolaze o dionicama koje imaju više nego marginalni učinak na cijenu. Obično, takve će informacije biti specifične za tvrtku ili možda njezinu industriju.“ (Merton, 1975.)

Kretanje cijene dionice Merton je objasnio pomoću dviju vrsta varijacija cijena, gdje se prva vrsta odnosi na kontinuirani dio promjene cijene dionice, koji prati Brownovo gibanje, dok se druga vrsta odnosi na cjenovne skokove.

Analiza isplativosti investiranja u određenu financijsku imovinu, primjerice dionicu, uvijek uključuje i izračun prinosa iste. Kada govorimo o prinosu dionice govorimo o postotnoj promjeni cijene dionice. U prinos dionice moguće je uključiti i dividende, no taj se oblik prinosa dionica ne koristi u ovome radu. Razlikujemo dva načina izračuna prinosa dionice. Prvi izračun, izračun jednostavnog prinosa, proizlazi iz formule za diskretnu kapitalizaciju za vremensko razdoblje jedinične duljine, a formula glasi:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} * 100\% \quad (1)$$

pri čemu je  $P_t$  cijena dionice u razdoblju  $t$ , a  $P_{t-1}$  cijena dionice u razdoblju  $t-1$ .

Drugi izračun odnosi se na izračun logaritamskog prinosa, a temelji se na modelu cijena dionica u kontinuiranom vremenu:

$$r_i = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) * 100\% \quad (2)$$

Logaritamski prinos uvijek je manji od jednostavnog prinosa, no razlika između vrijednosti jednostavnog prinosa i logaritamskog prinosa najčešće nije velika. Prednost logaritamskog prinosa naspram jednostavnog prinosa je u mogućnosti kumuliranja dobivenih vrijednosti. Primjerice, zbroj intradnevni logaritamskih prinosa dat će dnevni logaritamski prinos, što nije slučaj s jednostavnim prinosom.

Kretanje cijene dionica, pa samim time i prinosa dionica, predstavlja rizik za investitora. Iako tradicionalno razumijevanje kretanja cijena dionica pretpostavlja kontinuiranost, moderna literatura s time se ne slaže te je danas poznato da cijenu dionice čine njezin kontinuirani dio te dio koji pripisujemo cjenovnim skokovima. Na isti način možemo razdvojiti i prinose dionica. Prinos dionice se, dakle, sastoji od kontinuiranog dijela koji nastaje zbog „normalnih“ varijacija cijena i od Poissonovog procesa skoka koji nastaje zbog „abnormalnih“ varijacija cijena. Kontinuirani dio i dio skoka smatraju se neovisnima. (Merton, 1975.)

Prethodno se pretpostavljalo kako prinosi dionica prate Brownovo gibanje sa aritmetičkom sredinom  $\mu$  i standardnom devijacijom  $\sigma$ . Stohastička diferencijalna jednačba prinosa dionica je kako slijedi:

$$dr(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) \quad (3)$$

pri čemu je  $dr$  diferencijal prinosa, a  $W$  Wienerov proces s nezavisno i jednako distribuiranim prirastima, a često se pretpostavlja da su takvi prirasti i normalno distribuirani.

Merton (1975) je pokazao kako je model (3) nedostatan te je zamijenjen novim modelom koji u jednačbu uvodi još jedan član u formi procesa cjenovnog skoka:

$$dr(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) + \kappa(t)dq(t) \quad (4)$$

gdje je  $\kappa$  veličina cjenovnog skoka, a  $q(t)$  predstavlja broj skokova do vremena  $t$ , odnosno Poissonov proces.

Poissonova distribucija je jedna od osnovnih vjerojatnosnih distribucija i koristi se u prikazivanju distribucije vrlo rijetkih slučajnih događaja. (Bahovec, et al.,2015) Poissonov proces predstavlja proces brojanja slučajnih događaja koji su nastali do vremena  $t$ . Pojave slučajnih događaja nezavisne su, odnosno pojava jednog događaja ne utječe na vjerojatnost pojave sljedećeg, a prosječan broj nastalih slučajnih događaja u vremenskom intervalu je konstantan. Prema Merton (1975) slučajan događaj koji prati Poissonovu distribuciju je pojava važne informacije o dionici. Pretpostavlja se da su pojave nezavisne i identično distribuirane.

Grafički prikaz podataka često je dovoljan kako bi se identificirali vrlo veliki cjenovni skokovi. No tako veliki cjenovni skokovi u pravilu su rijetke pojave. S druge strane, grafički prikaz većine vremenskih nizova ne pruža dokaz prisutnosti niti odsutnosti malih ili srednje velikih cjenovnih skokova. Budući da bi mali, česti cjenovni skokovi definitivno trebali biti uključeni u model te budući da modeli sa i bez cjenovnih skokova imaju poprilično različita matematička svojstva i financijske posljedice (za živičarenje opcija, optimizaciju portfelja, itd.) važno je imati statističke metode koje mogu s većom preciznošću identificirati cjenovne skokove.

## **2.2. Svojstva visokofrekventnih podataka**

Visokofrekventni podaci čine vremenski niz podataka prikupljenih u iznimno malim intervalima vremena. Napredak u računalnoj tehnologiji te u prikupljanju i skladištenju podataka učinio je visokofrekvente podatke dostupnijima za analize.

Financijska tržišta izvori su visokofrekventnih podataka. Originalni oblik tržišnih cijena su „tick-by-tick“ podaci gdje je svaki „tick“ jedan logičan oblik informacije, poput cijene transakcije. Po svojoj prirodi „tick-by-tick“ podaci nepravilno su raspoređeni u vremenu, a likvidna tržišta generiraju stotine pa i tisuće „tickova“ tokom radnog dana. „Tick-by-tick“ podaci u literaturi se još nazivaju ultra visokofrekventnim podacima.

Visokofrekventni podaci trebali bi biti glavni izvori za istraživanje financijskih tržišta, no ipak većina radova u financijskoj literaturi bavi se podacima nižih frekvencija koji su pravilno raspoređeni u vremenu. Većina statističkih metoda razvijena je i koristi se za homogene, pravilno raspoređene vremenske nizove te ti modeli zahtijevaju prilagodbu kako bi mogli biti korišteni s podacima koji su nepravilno raspoređeni u vremenu ili su pak nesinkronizirani. Dodatno, prikupljanje, skladištenje i manipuliranje visokofrekventnim podacima još je uvijek skupo i zahtjeva dodatni utrošak vremena. Iako se mnogi skokovi mogu otkriti u niskofrekventnim podacima, nedavne studije temeljene umjesto toga na visokofrekventnim podacima su pokazale da su većina zapravo pogrešno identificirani naleti volatilnosti u kontinuiranim putanjama cijena. Čini se da su istinski skokovi cijena dionica s velikim kapitalom (eng. *large-cap stocks*) rijetki, što sprječava sustavno proučavanje njihovih svojstava. (Scaillet, Treccani, Trevisan, 2017.)

Korištenje visokofrekventnih podataka znači rad s jako velikom količinom podataka. Statistički gledano, što je veći broj opažanja to su veći stupnjevi slobode, što implicira preciznije, tj. efikasnije procjenitelje. S manjom količinom dostupnih podataka favoriziraju se jednostavniji statistički modeli, s manjim brojem parametara, no s korištenjem visokofrekventnih podataka kompliciraniji, nelinearni modeli postaju dostupni jer neće doći s gubitkom stupnjeva slobode. Istraživanja koja koriste visokofrekventne podatke mogu biti napravljena za limitirane periode uzorkovanja s velikim uzorcima, što znači da će svojstva tržišta kroz takve periode biti praktički nepromjenjena. Suprotno tome, koriste li se u istraživanjima podaci nižih frekvencija kroz velik broj godina kako bi se dobili veći uzorci s većim brojem opažanja rezultati analize mogu biti pod utjecajem strukturnih prekida ili promjena u cjelokupnoj ekonomiji. Također, veliki tehnološki napredak kroz ovo i prošlo stoljeće svakako je utjecao na financijska tržišta pa prema tome i na rezultate istraživanja koja se baziraju na podacima nižih frekvencija kroz velik broj godina. (Dacorogna, Gencay, Müller, Olsen, Pictet, 2001.)

Velik problem u radu s visokofrekventnim podacima predstavljaju mikrostrukturni šumovi. Mikrostrukturni šumovi predstavljaju divergenciju između promatranog procesa kretanja cijene i istinskog procesa kretanja cijene, koja je generirana dinamikom tržišne mikrostrukture. (Bandi, Russell, 2008.)

Mikrostrukturne šumove možemo definirati na sljedeći način:

$$u(t) = p(t) - p^*(t) \tag{5}$$

gdje je  $p(t)$  opažena tržišna log cijena u vremenu  $t$ , a  $p^*(t)$  je prava, istinska log cijena u vremenu  $t$ .

Za mnoge procjenitelje korištene u analizi visokofrekventnih podataka, kao što je realizirana varijanca, bilo bi idealno koristiti pravu, istinsku logaritamsku cijenu, no nije moguće znati koliko ona iznosi, a jedina informacija koju možemo opaziti je promjena cijene:

$$p(t + \delta) - p(t) = p^*(t + \delta) - p^*(t) + u(t + \delta) - u(t) \tag{6}$$

gdje  $\delta$  označava veličinu intervala uzorkovanja.

Kako se  $\delta$  smanjuje magnituda promjene u pravoj log cijeni se također smanjuje. To je zbog toga što, kada se interval uzorkovanja skraćuje, manje je novih informacija koje investitori trebaju procesuirati i to rezultira manjim kretanjima cijene. Međutim, promjena u mikrostrukturnim šumovima nije ovisna o  $\delta$ . Mikrostrukturni šumovi ugrađeni su u cijenu i pretpostavlja se da su konstantne magnitude kroz vrijeme. To znači da će smanjivanjem  $\delta$  sve više prema nuli promjena u pravoj cijeni ( $p^*(t)$ ) biti minimalna i sve što ćemo opaziti je promjena u mikrostrukturnim šumovima. Visokofrekventni podaci odgovaraju slučaju kada  $\delta$  teži nuli te bi, zbog šumova, neki vitalni procjenitelji poput realizirane varijance i „bi-power“ varijance mogli biti pristrani. (Amatyakul, 2010.)

Glavni uzroci mikrostrukturnih šumova leže u velikim razlikama između najviše cijene ponude i najniže cijene potražnje (eng. *bid – ask spread*). Također, pretpostavlja se kontinuirana cijena, no budući da burza ima netrgovinske dane, primjerice vikende, odnosno ima prekide, cijena je zapravo diskretna. Također, nema promjena cijena dionica prije otvaranja, kao ni nakon zatvaranja bilo kojeg tržišta dionicama. Podaci na burzama nisu uvijek sinkronizirani, a često postoje i nedostajuće vrijednosti. Promjena cijene događa se u nepravilnim vremenskim razmacima, tj. visokofrekventni podaci su nepravilno raspoređeni u vremenu. Generalno, veća je aktivnost na tržištu u vremenu nakon otvaranja te pred kraj



radnoga dana nego što je u vrijeme ručka. Kao rezultat toga, kada se uzorkovanje vrši u kalendarskom vremenu neki intradnevni prinosi mogu biti jednaki nuli, što može iskriviti zaključak o cjenovnim skokovima u danim podacima. (Theodosiou, Žikeš, 2011) Jedan od uzroka mikrostrukturnih šumova su i stršeće vrijednosti (eng. *outliers*). Stršeće vrijednosti su ekstremne vrijednosti varijable koje se znatno razlikuju od ostalih vrijednosti, odnosno znatno odstupaju od prosjeka. Stršeće vrijednosti cijena često mogu pokvariti „tick-by-tick“ podatke, a možemo ih pripisati zakašnjoj prijavi trgovanja na blok transakcijama, pogrešci debelih prstiju koja se odnosi na ljudsku pogrešku pri upisivanju vrijednosti, pogreškama u decimalnim mjestima i slično. (Christensen, Oomen, Podolskij, 2014)

„Obično će veća frekvencija uzorkovanja dovesti do značajnijeg problema sa šumovima i do loše kvalitete intradnevni opažanja, osobito na burzama u razvoju.“ (Arnerić, Matković, 2019.) Prema tome, za uspješan rad s visokofrekventnim podacima podatke je prvo potrebno „očistiti“, a zatim izabrati primjerenu frekvenciju uzorkovanja. Često je za likvidnu imovinu bolje izabrati višu frekvenciju uzorkovanja, dok je za slabije likvidnu imovinu bolje koristiti nižu frekvenciju uzorkovanja. Mikrostrukturni šumovi smatraju se zanemarivim pri uzorkovanju na nižim frekvencijama od 5 minuta za razliku od „tick-by-tick“ podataka. Međutim, „tick-by-tick“ podaci nisu privlačni u studijama o tržištima u razvoju jer su nepravilno raspoređeni i siromašni. (Arnerić, Matković, 2019.). Konsenzus, pri kojemu se uobičajemo prinosi uzorkuju pri frekvenciji od 5 minuta, umjesto „tick-by-tick“ reflektira kompromis kako bi se osiguralo da tržišni mikrostrukturni efekti budu zanemarivi. (Arnerić, Matković, Sorić, 2019.) Opsežna literatura pokazuje da kada se uzorkovanje vrši pri nižim frekvencijama, komponenta skoka u ukupnoj varijaciji prinosa značajna je i iznosi otprilike 10%. (Christensen, Oomen, Podolskij, 2014) Dodatno, primijećen je gotovo savršen odnos gdje se magnituda komponente skoka smanjuje kako se frekvencija uzorkovanja povećava s 15 minuta na 5 minuta. Međutim, kada se uzorkovanje vrši pri „tick-by-tick“ frekvenciji, mnogi ranije identificirani skokovi nestaju budući da se zapravo radi o jako volatilnim epizodama tržišta. Komponenta skoka u ukupnoj varijaciji prinosa u „tick-by-tick“ frekvenciji gubi na značajnosti te iznosi nešto više od 1%. (Christensen, Oomen, Podolskij, 2014)

### **2.3. Uzroci cjenovnih skokova**

Vrlo važno pitanje u ekonomiji odnosi se na uzroke promjena cijena dionica općenito, pa samim time i uzroke drastičnih promjena cijena koje nazivamo cjenovnim skokovima. Dva su

suprotna ekstrema. S jedne strane stoji teorija racionalnih očekivanja i iz nje izvedena hipoteza o efikasnim tržištima, koja pretpostavlja da su u sve promjene cijena dionica racionalno uključene vijesti o prinosima dionica i kamatnim stopa. Prema tome, veliki cjenovni skokovi trebali bi biti praćeni vijestima koje utječu na buduće prinose dionica i na kamatne stope. S druge strane, moguće je pretpostaviti kako fluktuacije na tržištu dionica pokreću špekulacije, gdje investitori ocjenjuju dionice ne prema njihovoj fundamentalnoj vrijednosti već prema tome koliko ih drugi trenutno cijene. (Baker, Bloom, Davis, Sammon, 2021.)

Literatura podržava dva glavna objašnjenja izvora cjenovnih skokova. Prvo, cjenovni skokovi mogu reflektirati reakciju tržišta na neočekivane informacije, što indicira da su novosti primarni izvor cjenovnih skokova. Drugo, neki autori stava su da su cjenovni skokovi primarno izazvani lokalnim nedostatkom likvidnosti na tržištu, događajem koji su nazvali „relativna likvidnost“. Dodatno, neučinkovito osiguranje likvidnosti uzrokovano neuravnoteženom tržišnom mikro-strukturom može uzrokovati ekstremna kretanja cijena. (Hanousek, Kočenda, Novotny, 2014.)

Joulin, Lefevre, Grunberg i Bouchaud (2008) istraživali su povezanost cjenovnih skokova i vijesti, odnosno novih informacija o poduzeću te makroekonomskih vijesti koje bi mogle utjecati na cijelu skupinu cjenovnih skokova. Njihovo istraživanje pokazalo je da većina velikih cjenovnih skokova nije povezana s nikakvim emitiranim vijestima. Zaključuju kako su cjenovni skokovi i vijesti odvojeni događaji. Iako kontraintuitivno, vijesti u prosjeku smanjuju bilo koju mjeru nesigurnosti jer su neke prije nepoznate informacije postale dostupne. Međutim, u njihovom istraživanju, neke su vijesti doista značajne i također dovode do povećane buduće volatilnosti.

Baker, Bloom, Davis, Sammon (2021.) također su istraživali povezanost cjenovnih skokova i vijesti te došli do suprotnog zaključka. Naime, usporedbom vijesti u novinama dan nakon veće promjene na tržištu, što uključuje preko 1100 skokova u SAD-u od 1990. godine te 2500 skokova u 13 drugih država, došli su do nekoliko glavnih zaključaka. Prvo, Sjedinjene Američke Države bile su i ostaju nevjerovatno važan pokretač globalne volatilnosti na tržištu dionica. Drugo, jasnoća razloga promjena na tržištu dionica dramatično se povećala što znači da se više izvora slaže oko razloga cjenovnog skoka i manje je nepoznatih faktora. Također, pokazali su da su skokovi koji nemaju jasne uzroke praćeni s većom volatilnosti u budućim

danima. Treće, skokovi uzrokovani nepolitičkim događajima (posebno vijestima o makroekonomiji) dovode do veće ostvarene volatilnosti na burzi, dok će skokovi uzrokovani političkim događajima (posebno monetarnom politikom) smanjiti ostvarenu i impliciranu buduću volatilnost dionica.

„Boudt i Pertitjean (2014) pronašli su važan fenomen abnormalne dinamike likvidnosti prije cjenovnih skokova i napomenuli da su neke mjere likvidnosti informativne za otkrivanje cijena, osobito nakon dolaska vijesti. Slične rezultate na tržištu T-obveznica dobili su Jiang i sur. (2011.), koji su uspoređivali kapacitet makroekonomskih najava vijesti naspram šokova likvidnosti kako bi objasnili cjenovne skokove te su zaključili kako šokovi likvidnosti imaju veću snagu objašnjenja, čak i u periodu prije najava novosti. Będowska-Sójka (2016) analizirala je uzorak mjera likvidnosti oko cjenovnih skokova na Varšavskoj burzi te zaključila kako su cjenovni skokovi praćeni abnormalnostima u nekim varijablama likvidnosti kao što su volumen trgovanja, broj transakcija i volatilnost.“ (Kong, Zhu, Azencott, 2020.)

Pokretači i karakteristike cjenovnih skokova razlikuju se od tržišta do tržišta te su određeni karakteristikama promatranog tržišta kao i karakteristikama imovine kojom se trguje. Tako na primjer, cjenovni skokovi na burzi gdje se trguje dionicama poduzeća s vrlo visokom tržišnom kapitalizacijom (eng. *large-cap market*) neće pokazivati ista svojstva kao tržište kriptovaluta. Broj detektiranih skokova znatno je veći na tržištu kriptovaluta od onoga što je ranije zapaženo za imovinu s vrlo visokom tržišnom kapitalizacijom i indekse, što sugerira da intenzitet pojave skokova uvelike varira ovisno o karakteristikama tržišta poput njegove likvidnosti ili specifičnosti sudionika. Primjerice, Bitcoin je doživio brojne epizode ekstremne volatilnosti i očitih diskontinuiteta u procesu cijena. (Scaillet, Treccani, Trevisan, 2017.)

Poznato je da volumen trgovanja povezan s tokom informacija na tržištu. Veća količina neslaganja među investitorima rezultira većim volumenom trgovanja. Primjerice, informacija o spajanju dva poduzeća može dovesti do neslaganja između investitora. Ako grupa investitora smatra da je spajanje pozitivan korak za poduzeće A, više će cijeliti dionice poduzeća A te će ih biti spremni kupiti po trenutnoj ili nižoj cijeni. Dionice poduzeća A kupit će od grupe investitora koji pak smatraju da je spajanje štetno za poduzeće A, što će rezultirati velikim volumenom trgovanja. Ako su cjenovni skokovi rezultat neslaganja među investitorima, onda bi cjenovni skokovi trebali biti u pozitivnom odnosu s volumenom trgovanja. S druge strane, cjenovni skokovi mogu biti uzrok općepoznatih šokova (eng.

*common knowledge shocks*), koji su rezultat informacija koje su interpretirane na potpuno isti način od strane većine investitora. Nastavno na prethodni primjer, ako svi investitori vjeruju da će spajanje poduzeća A i poduzeća B biti korisno za poduzeće A, onda svi odjednom više vrednuju dionice poduzeća A, zbog čega će cijena dionice poduzeća A instantno skočiti gore bez većih promjena u volumenu trgovanja. Odnos između cjenovnih skokova i volumena trgovanja može nam dati važne informacije o tome koja od dvije teorije, veća količina neslaganja među investitorima ili općepoznati šokovi, dominira procesom cjenovnih skokova. (Amatyakul, 2010.)

#### **2.4. Posljedice cjenovnih skokova**

Identifikacija cjenovnih skokova važna je iz mnogobrojnih razloga. Cjenovni skokovi nisu samo slučajni događaji, već predstavljaju nagle promjene u kretanju cijene financijske imovine koje financijski stručnjaci ne smiju zanemarivati. Iz tog razloga financijska literatura posljednjih godina posvećuje veliku pozornost istraživanju cjenovnih skokova, traženju uzroka njihova nastanka i proučavanju njihovih posljedica.

Cjenovni skokovi mogu služiti kao posrednik za dolazak informacija i mogu biti korišteni kao alati za proučavanje učinkovitosti tržišta ili pojava kao trgovanja na temelju informacija (eng. *information-driven trading*). Nadalje, kretanja cijena koja ne prate Gaussovu krivulju utječu na modele i pokazatelje koji se koriste u financijama kao što su rizična vrijednost (VaR) ili performanse različitih financijskih pokretača. Također, dobro znanje o distribuciji cjenovnih skokova je potencijalno korisno za financijske regulatore kako bi implementirali najoptimalnije politike. (Hanousek, Kočenda, Novotny', 2014.)

„Financijska literatura identificirala je glavnu važnost detektiranja cjenovnih skokova: prisutnost cjenovnih skokova ima ozbiljne posljedice za upravljanje financijskim rizikom i određivanje cijena. Novija literatura nudi empirijske dokaze ove tvrdnje. Određivanje cijena zamjena značajno se razlikuje kada su cjenovni skokovi uzeti u obzir i ne može se na odgovarajući način ocijeniti rizik zanemarujući skokove. ... Mnogi autori istraživali su određivanje cijena uz prisutnost cjenovnih skokova i svi potvrđuju postojanje premije rizika povezanog uz cjenovne skokove.“ (Hanousek, Kočenda, Novotny', 2014.)

Budući da prisutnost cjenovnih skokova uvelike utječe na upravljanje financijskim rizikom i određivanje cijena, neki autori posvetili su pozornost mogućnosti predviđanja cjenovnih skokova u nadolazećim vremenskim intervalima. Dok su u novijoj literaturi studije o cjenovnim skokovima, kao što su studije o detekciji cjenovnih skokova, njihovim uzrocima te njihovim efektima na tržište privukle mnogo pozornosti, istraživanja o predvidljivosti cjenovnih skokova, pogotovo u intradnevni scenarijima, i dalje su limitirana. Ovo ograničenje može biti zato što cjenovni skokovi normalno nastaju instantno, s neprimjetnim prethodnim značajkama, što čini hvatanje prediktivnih značajki prije njihovog dolaska vrlo izazovnim. Bez obzira na uzrok cjenovnih skokova, znanstvenici otkrivaju tragove prije dolaska cjenovnog skoka iz perspektive tržišne mikrostrukture, budući da makro varijable imaju slabu moć predviđanja. Kong, Zhu, Azencott (2020.) predložili su pristup predviđanju cjenovnih skokova koji kombinira mjere likvidnosti i tehničke indikatore. Mjere likvidnosti opisuju kvalitetu tržišta u trenutnom vremenu, dok tehnički indikatori proučavaju kretanje tržišta kroz duži vremenski period. Analiziranjem povijesnih podataka, tehnička analiza koristi indikatore kako bi predvidjela buduća kretanja cijena. Iako su inicijalno dizajnirani za analiziranje niskofrekventnih podataka o dionicama, tehnički indikatori uspješno su korišteni u predviđanju visokofrekventnih cijena dionica u novijoj literaturi. Rezultati njihovog pristupa sugeriraju da je dolazak intradnevni cjenovnih skokova, kao i njihov smjer, moguće predvidjeti koristeći tehničke indikatore i mjere likvidnosti te da tehnički indikatori imaju veću mogućnosti predvidjeti cjenovne skokove nego mjere likvidnosti, no njihova kombinacija pokazala se superiornijom u predviđanju cjenovnih skokova.

Amaya i Vasquez (2011) istraživali su kako informacije o cjenovnim skokovima utječu na buduću cijenu dionica. Intuitivno, ekstremno pozitivan skok trebao bi imati drugačije efekte na buduću cijenu dionice od ekstremno negativnog skoka. Budući da pozitivan skok povećava cijenu vrijednosnice investitor s averzijom prema riziku trebao bi preferirati pozitivan cjenovni skok. Prema tome, dionice s negativnim cjenovnim skokovima trebale bi nositi premiju u usporedbi s dionicama s pozitivnim skokovima. To znači da dionica s negativnim cjenovnim skokovima mora biti kompenzirana s višim prinosima u usporedbi s dionicama s pozitivnim skokovima. Kako bi empirijski kvantificirali premiju uzrokovanu skokom odvojili su komponentu cjenovnog skoka iz visokofrekventnih podataka za američko tržište koristeći metodologiju koju su predložili Barndorff - Nielsen i Shephard (2004) i

testirali odnos između cjenovnih skokova i prinosa dionica. Koristeći izračunatu komponentu skoka izmjerili su prosječnu aritmetičku sredinu skoka koju nazivaju realizirani skok (eng. *realized jump*). Njihovi izračuni pokazuju da su prinosi dionica u negativnom odnosu s prosječnom aritmetičkom sredinom skoka. Činjenica da je cjenovni skok negativan predstavlja povećani rizik za investitora zbog čega je on kompenziran za držanje tog rizika. Što je niži prosječan realizirani skok to je veći prinos na dionicu u sljedećem tjednu. Kako se realizirani skokovi povećavaju, prinosi dionica opadaju. Shodno tome zaključuju da postoji snažna, negativna veza između realiziranih skokova i prinosa dionica. Najvažnije otkriće njihova istraživanja je da realizirani skokovi efektivno predviđaju prinose na dionicu. Dodatno, premija na negativne realizirane skokove je veća za mala, nelikvidna, visoko volatilna poduzeća koja nisu praćena od strane mnogih analitičara te su u prošlom tjednu ostvarila velike pozitivne ili negativne prinose.

### 3. IDENTIFIKACIJA CJENOVNIH SKOKOVA POMOĆU VISOKOFREKVENTNIH PODATAKA

#### 3.1. Koncept realizirane varijance

Zbog važnosti volatilnosti prinosa u donošenju odluka u financijskom menadžmentu uloženi su opsežni napori da se osiguraju kvalitetne procjene i prognoze trenutne i buduće volatilnosti u stvarnom vremenu. Budući da volatilnost prinosa nije moguće direktno opaziti iz dostupnih podataka, potrebno ju je procijeniti, pa volatilnost smatramo statističkom mjerom. Razlikujemo više vrsta volatilnosti: povijesnu volatilnost, impliciranu volatilnost, realiziranu volatilnost i integriranu volatilnost. Realizirana volatilnost temelji se na visokofrekventnim podacima o cijeni financijske imovine i računa se kao standardna devijacija, tj. drugi korijen zbroja kvadrata intradnevni prinosa. S druge strane, implicirana volatilnost proizlazi iz modela vrednovanja opcija, poput Black-Scholes modela, te pokazuje kako tržište vidi volatilnost u budućnosti. Ovo poglavlje fokusirat će se na realiziranu volatilnost, odnosno na realiziranu varijancu.

Problemi procjena i prognoza u financijama uključuju varijable koje nije moguće opaziti, kao što je integrirana varijanca, prava i nepoznata varijanca prinosa. Jedna od mjera integrirane varijance je realizirana varijanca. Realizirana varijanca računa se kao zbroj kvadriranih jednako udaljenih intradnevni prinosa financijske imovine.

Realizirana varijanca (RV) dana je formulom:

$$RV_t = \sum_{i=1}^N r_i^2 \quad (7)$$

pri čemu je  $r_i$  logaritamski prinos, dok je N broj intervala unutar jednog trgovinskog dana, za koje se pretpostavlja da su jednako udaljeni, neprazni i nepreklapajući.

Izvedena iz realizirane varijance je realizirana volatilnost. Realizirana volatilnost koristi se za mjerenje intradnevnog cjenovnog rizika.

Realizirana varijanca točna je mjera integrirane volatilnosti kada nema mikrostrukturnih šumova niti cjenovnih skokova te je korisna za mnoge svrhe, uključujući predviđanje

volatilnosti. Poznato je da realizirana varijanca postaje pristrana s povećanjem frekvencije uzorkovanja. Pristranost je uzrokovana autokorelacijom intradnevni prinosa koja nastaje zbog mikrostrukturnih šumova. „Prednost realizirane varijance je u jednostavnosti i u mogućnosti upotrebe ogromne količine podataka uzimajući veliki broj intradnevni prinosa. Naime, kada je vremenski interval između intradnevni prinosa mali, postoji mnogo informacija koje se mogu koristiti, ali tada su prinosi kontaminirani tržišnom mikrostrukturom što često rezultira pristranom realiziranom varijancom.“ (Arnerić, Matković, 2019.) Postojanje cjenovnih skokova je još jedan mogući problem koji izaziva pristranost realizirane varijance. Uz postojanje cjenovnih skokova realizirana varijanca ne odgovara integriranoj varijanci. Razvijeni su i drugi procjenitelji integrirane varijance, od kojih su neki robusni na cjenovne skokove, primjerice „bi-power“ varijanca (BPV). Budući da realizirana varijanca u sebi sadrži efekte diskontinuitetnih skokova njenom usporedbom s procjeniteljima koji su robusni na cjenovne skokove možemo identificirati dio varijance koji nastaje zbog cjenovnog skoka, zbog čega je realizirana varijanca postala često korištena statistička mjera u testovima za identifikaciju cjenovnih skokova.

Intradnevni prinosi moraju biti nezavisni (ne smiju biti autokorelirani) i ne bi trebala postojati razlika između najviše cijene ponude i najniže cijene potražnje (eng. *bid – ask spread*) ili bilo kakav oblik mikrostrukturnih šumova koji kontaminiraju rezultat. Iako se ti uvjeti možda ne čine nerazumni, u praksi se često krše te je realizirana varijanca vrlo rijetko nepristrani procjenitelj prave, ali nepoznate integrirane varijance. (Arnerić, Matković, 2019.)

### **3.2. Barndorff-Nielsen i Shephard test**

Barndorff-Nielsen i Shephard (2006) razvili su prvi praktični, potpuno neparametarski pristup detektiranju cjenovnih skokova. Njihova je glavna ideja usporediti dvije dnevne mjere varijance: realiziranu varijancu i njihovu novo osmišljenu „bi-power“ varijancu. Realizirana varijanca je, kako je već ranije rečeno, pristrana jer, između ostalog, sadržava efekte diskontinuitetnih cjenovnih skokova. S druge strane, „bi-power“ varijanca robusna je na cjenovne skokove, odnosno ne sadržava njihove efekte. Prema tome, njihovom usporedbom (razlikom) moguće je odrediti dio ukupne varijance cijene dionice kojeg pripisujemo cjenovnom skoku.



Barndorff-Nielsen i Shepard (2006) su pokazali da je normalizirani zbroj umnožaka apsolutnih vrijednosti susjednih prinosa konzistentan procjenitelj integrirane varijance, poznat kao „bi-power“ varijanca (BPV). Procjenitelj „bi-power“ varijance konvergira u istu vrijednost kao i realizirana varijanca kada nema skokova. Razlika između realizirane varijance i „bi-power“ varijance može biti korisna u otkrivanju značajnih skokova koji se kasnije mogu koristiti u samom predviđanju realizirane varijance (primjerice HAR model, tj. heterogeni autoregresijski model). Stoga se „bi-power“ varijanca smatra robusnim procjeniteljem u prisutnosti skokova, ali nije otporna na mikrostrukturne šumove. (Arnerić, Matković, 2019.)

Pretpostavimo da postoji  $N$  jednako udaljenih prinosa u vremenu  $t$ .

Kada frekvencija uzorkovanja teži u beskonačnost, realizirana varijanca konvergira u integriranu varijancu plus komponentu skoka,  $\kappa$ .

$$\lim_{N \rightarrow \infty} RV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds + \sum_{i=1}^N \kappa^2(t_i) \quad (8)$$

„Bi-power“ varijanca dana je izrazom:

$$BPV_{t,N} = \frac{\pi}{2} \sum_{i=2}^N |r_{t,i-1}| |r_{t,i}| \quad (9)$$

Kada frekvencija uzorkovanja teži u beskonačnost, „bi-power“ varijanca konvergira u integriranu varijancu.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} BPV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds \quad (10)$$

Budući da je realizirana varijanca dana izrazom (7) pristrana te sadržava efekte cjenovnih skokova, a „bi-power“ varijanca (9) robusna na cjenovne skokove njihova razlika određuje dio ukupne varijance koji nastaje zbog cjenovnog skoka. Također, možemo primijeniti i relativnu mjeru cjenovnih skokova (eng. *relative jump*)

$$RJ_t = \frac{RV_t - BPV_t}{RV_t} \quad (11)$$

koja je indikator doprinosa (ako postoji) cjenovnih skokova ukupnoj intradnevnoj varijanci procesa. Pomnožimo li relativnu mjeru cjenovnih skokova ( $RJ_t$ ) sa 100% dobivamo direktnu mjeru postotnog doprinosa cjenovnih skokova, ako postoji, ukupnoj varijanci prinosa financijske imovine. (Huang, Tauchen, 2005)

Kao što je već ranije navedeno, korištenje visokofrekventnih podataka za identifikaciju cjenovnih skokova ne dolazi bez nedostataka. Utjecaj mikrostrukturnih šumova na Barndorff–Nielsen i Shephard test (BNS test) trenutno je otvoreno pitanje za različite uzroke mikrostrukturnih šumova. Primjerice, nedostajuće vrijednosti, odnosno nulti prinosi iskrivljuju zaključak o cjenovnim skokovima kada se za njihovu identifikaciju koristi BNS test baziran na BPV. Budući da se BPV računa kao zbroj umnožaka parova uzastopnih prinosa, jedan intradnevni prinos jednak nuli uzrokovat će dva pribrojnika jednaka nuli. Suprotno tome, u izračunu realizirane varijance jedan intradnevni prinos jednak nuli uzrokovat će samo jedan pribrojnik jednak nuli. Kao rezultat toga, razlika između RV i BPV biti će pristrana i, posljedično, test baziran na ovoj razlici biti će uveličan. (Theodosiou, Žikeš, 2011)

### 3.3. Aït-Sahalia i Jacod test

Većina literature na temu cjenovnih skokova fokusirala se na određivanje utjecaja cjenovnih skokova na ukupnu varijabilnost promatranog procesa.

Aït-Sahalia i Jacod (2009) predložili su novitet u metodama za identifikaciju cjenovnih skokova. Oni uzimaju zbroj apsolutnih prinosa potenciranih na potenciju  $p$ . Test koristi dva različita intervala uzorkovanja:  $\Delta$  (početna frekvencija uzorkovanja) i  $k\Delta$  ( $k$  puta veća

frekvencija uzorkovanja od početne). Ovaj rad koristi slijedeće vrijednosti parametara:  $\Delta$  iznosi 5,  $k$  iznosi 2 i  $p$  iznosi 4.

Procjenitelj  $B$  definiran je kako slijedi:

$$B(p, \Delta)_t = \sum_{i=1}^N |r_{t,i}|^p \quad (12)$$

Novo predloženi indikator cjenovnih skokova glasi:

$$S_t = \frac{B(p, \Delta)_t}{B(p, k\Delta)_t} \quad (13)$$

i možemo ga interpretirati kako slijedi: vrijednost  $S_t$  trebala bi konvergirati u  $k^{p/2-1}$  ili u 2 prema specifikacijama u ovome radu, ako nema cjenovnih skokova. S druge strane, konvergirati će u 1 ako postoje cjenovni skokovi.

U idealnoj, iako nerealnoj situaciji, kada je  $n$  beskonačan, odnosno kada je putanju procesa  $X$  na vremenskom intervalu  $[0, T]$  moguće promatrati u potpunosti, tada možemo sa sigurnošću reći ima li određena putanja cjenovne skokove ili ne. U realnom slučaju kada je  $n < \infty$  nadamo se da možemo nešto zaključiti o skokovima koji su se zapravo dogodili na promatranoj putanji procesa  $X$ , ali ništa o onim skokovima koji pripadaju modelu, ali se nisu dogodili na promatranoj putanji procesa  $X$ . Odnosno, na temelju opažanja  $X_{i\Delta_n}$ , koja pripadaju vremenskom intervalu  $[0, T]$ , odlučujemo je li putanja kontinuirana ili diskontinuirana na vremenskom intervalu  $[0, T]$ , no ne možemo donijeti zaključak o tome što se događa nakon vremena  $T$ . (Aït-Sahalia i Jacod, 2009)

### 3.4. Jiang i Oomen test

Jiang i Oomen (2008) razvili su test za identifikaciju cjenovnih skokova koji se zasniva na usporedbi realizirane varijance (RV) i mjere varijance osjetljive na cjenovne skokove koju

zovu zamjena varijance (eng. *Swap variance* – *SwV*). *SwV* je izračunat kao akumulirana razlika između jednostavnih prinosa i logaritamskih prinosa. Ako nema cjenovnih skokova razlika zamjene varijance i realizirane varijance težit će nuli. Ako su u uzorku prisutni cjenovni skokovi razlika zamjene varijance i realizirane varijance reflektirat će grešku replikacije zamjene varijance te samim time i detektirati cjenovne skokove. Dakle, ako govorimo o kontinuiranoj putanji uzorka tada sa sigurnošću znamo da su cjenovni skokovi prisutni ako i samo ako je  $SwV \neq RV$ .

Test je baziran na konceptu strategije replikacije zamjene varijance. Zamjena varijance je financijska izvedenica koja se koristi za zaštitu ili špekuliranje magnitudom kretanja cijena temeljne imovine. Temeljna imovina može uključivati tečajeve, kamatne stope ili cijene indeksa. Strategija replikacije zamjene varijance provodi se zauzimanjem kratke pozicije u takozvanom „log ugovoru“ plus kontinuirano rebalansirane duge pozicije u temeljnoj imovini ugovora o zamjeni. Dobit / gubitak takve strategije replikacije akumulirat će se do količine koja je proporcionalna realiziranoj varijanci te omogućuje savršenu replikaciju ugovora o zamjeni. Međutim, s cjenovnim skokovima takva strategija ne uspijeva i pogreška replikacije u potpunosti je određena realiziranim skokovima. (Jiang i Oomen, 2008)

Zamjena varijance (*SwV*) dana je formulom:

$$SwV_N = 2 \sum_{i=1}^N (R_i - r_i) \quad (14)$$

pri čemu je  $R_i$  jednostavni prinos, a  $r_i$  logaritamski prinos čije su formule dane ranije.

Realizirana varijanica (*RV*) dana je ranije u izrazu (7).

Usporedba zamjene varijance i realizirane varijance dana je sljedećim izrazom:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (SwV_N - RV_N) = \begin{cases} 0, \text{ ako nema cjenovnih skokova} \\ 2 \int_0^1 (\exp(J_t - J_t - 1) dq_t - \int_0^1 J_t^2 dq_t \text{ ako ima skokova} \end{cases} \quad (15)$$

Ako u uzorku nisu prisutni cjenovni skokovi limes razlike zamjene varijance i realizirane varijance težit će nuli, a ako u uzorku postoje cjenovni skokovi tada će ta razlika reflektirati grešku replikacije zamjene varijance. Uz prisutnost cjenovnih skokova primjećujemo značajnu razliku između zamjene varijance i realizirane varijance. Predznak razlike između zamjene varijance i realizirane varijance također je značajan. Negativan rezultat znači da se pojavio negativan cjenovni skok, dok pozitivan rezultat ukazuje na pojavu pozitivnog cjenovnog skoka.

Važno je naglasiti da je predloženi SwV test potpuno neparametarski, a njegova provedba ne zahtijeva druge podatke osim visokofrekventnih opažanja procesa cijene imovine. Ovaj test razvijen je pod nultom hipotezom da nema cjenovnih skokova.

Kao što je već ranije rečeno, važna komplikacija koja nastaje korištenjem visokofrekventnih podataka za izračun realizirane varijance i za identifikaciju cjenovnih skokova odnosi se na mikrostrukturne šumove. Utjecaj mikrostrukturnih šumova na „bi-power“ varijancu, odnosno na BPV testove je trenutno otvoreno pitanje, a Ait-Sahalia i Jacod testovi nisu u obzir uzimali mikrostrukturne šumove. SwV test u analitički modificiranom obliku može biti primijenjen na visokofrekventne podatke zagađene mikrostrukturnim šumovima te i dalje zadržati zadovoljavajuću snagu.

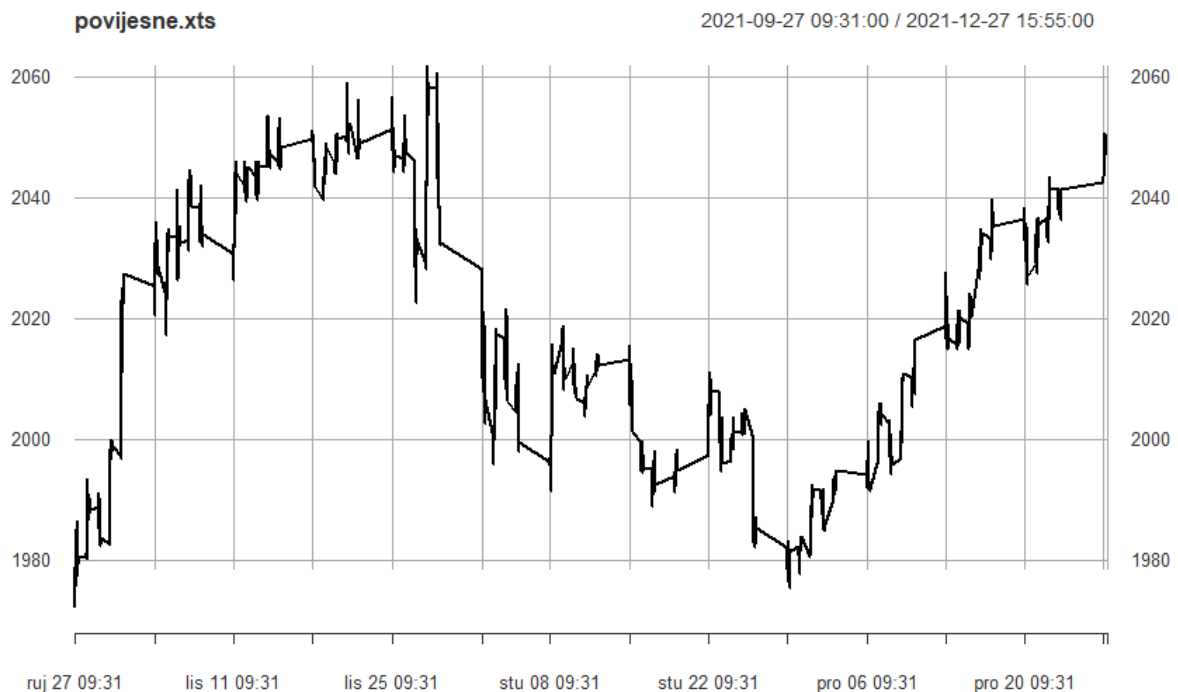
## 4. STATISTIČKA ANALIZA UTJECAJA CJENOVNIH SKOKOVA NA VOLUMEN TRGOVANJA

Kroz četvrto poglavlje utvrđuju se cjenovni skokovi tržišnog indeksa CROBEX te se analizira njihov utjecaj na volumen trgovanja. Prikupljena su jednominutna opažanja o cijeni tržišnog indeksa CROBEX kroz 63 dana, počevši od 27. rujna 2021. i zaključno s 27. prosincom 2021. godine pomoću platforme Thomson Reuters Refinitiv Eikon. Podaci o dnevnom volumenu trgovanja prikupljeni su sa internetskih stranica Zagrebačke burze.

CROBEX je službeni indeks Zagrebačke burze dobiven na osnovi free float tržišne kapitalizacije, pri čemu je težina pojedine dionice ograničena na 10%. Počeo se objavljivati 1. rujna 1997. godine, a bazna vrijednost mu je 1000.

Analiza je provedena korištenjem softverskog rješenja Rstudio te je prikazan ogledni primjer izračuna na podacima za jedan dan, 27. rujna 2021.

Slika 1 Grafički prikaz intradnevni cijena indeksa CROBEX



Izvor: izrada autorice

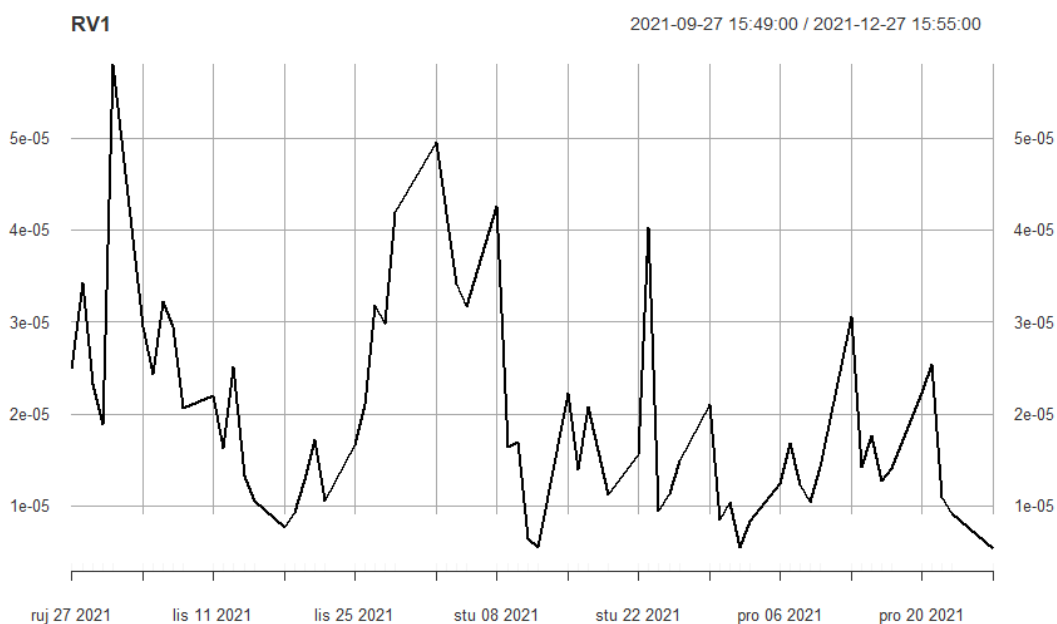
Slika 1. prikazuje grafički prikaz kretanja cijene tržišnog indeksa CROBEX kroz promatrano razdoblje. Najviša dostignuta cijena iznosi 2061,84, dok najniža cijena iznosi 1972,09. Prosječna cijena u promatranom razdoblju iznosi 2019,21.

#### 4.1. Utvrđivanje optimalne frekvencije uzorkovanja indeksa CROBEX

Kako je već ranije navedeno, za uspješan rad s visokofrekventnim podacima potrebno je utvrditi optimalnu frekvenciju uzorkovanja. Ako se radi o likvidnoj imovini tada je bolje koristiti višu frekvenciju uzorkovanja, dok je u radu s manje likvidnom imovinom primjerenije koristiti nižu frekvenciju uzorkovanja. Budući da je hrvatsko tržište u usporedbi s primjerice njemačkim ili američkim tržištem manje likvidno, možemo očekivati nešto nižu frekvenciju uzorkovanja. Pri frekvencijama uzorkovanja nižim od 5 minuta, mikrostrukturni šumovi smatraju se zanemarivim. (Arnerić, Matković, 2019.)

Utvrđivanje optimalne frekvencije uzorkovanja učinjeno je grafičkim putem. Prvi korak je izračun realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 minute (RV1). Realizirana varijanca izračunata je prema formuli u izrazu (7). Na slici 2. nalazi se grafički prikaz dnevne realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 minute.

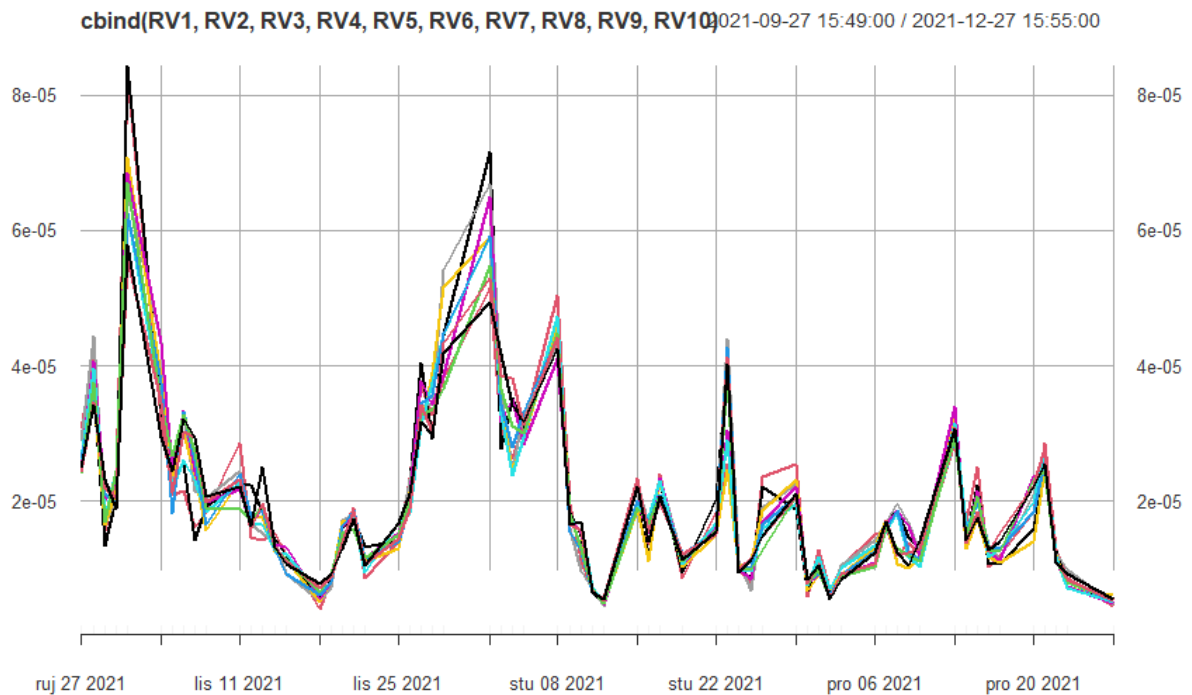
Slika 2 Grafički prikaz realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 minute



Izvor: izrada autorice

Na isti način izračunate su realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 2,3,4,5,6,7,8,9 i 10 minuta te su grafički zajedno prikazane na slici 3.

Slika 3 Zajednički grafički prikaz dnevne realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 do 10 minuta

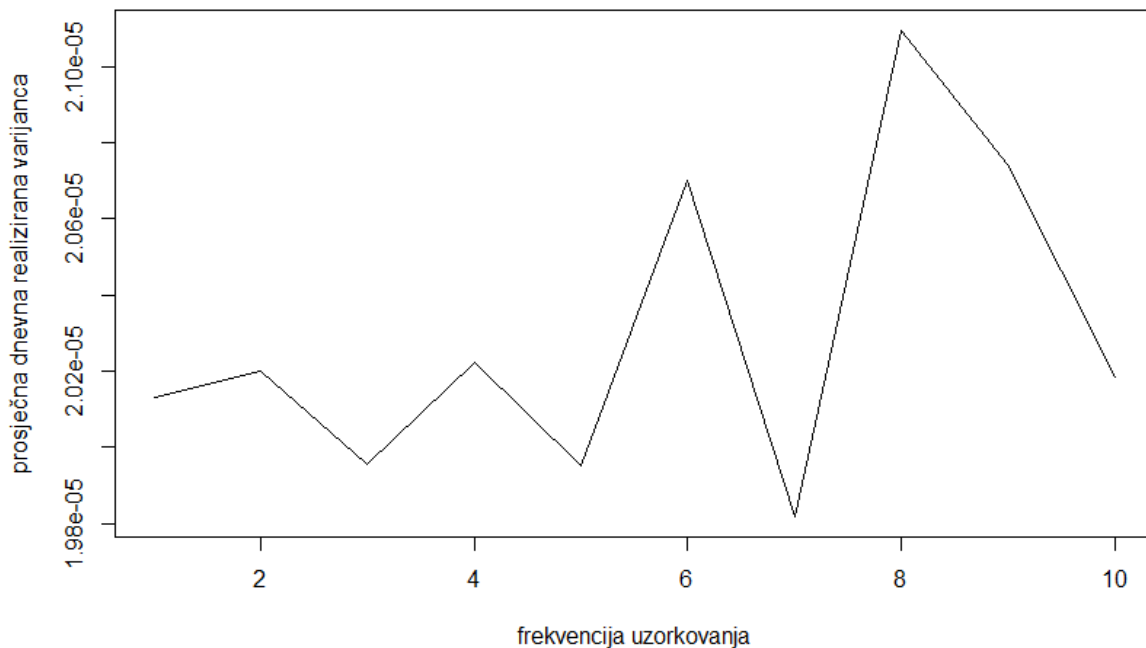


Izvor: izrada autorice

Kako bi se odredila optimalna frekvencija uzorkovanja potrebno je uprosječiti dnevne realizirane varijance. Na slici 4. je grafički prikaz prosječenih realiziranih dnevnih varijanci. Na apscisi se nalaze frekvencije uzorkovanja od 1 do 10, a na ordinati prosječna dnevna realizirana varijanica za svaku od odabranih frekvencija uzorkovanja.



Slika 4 Uprosječene dnevne realizirane varijance za odabrane frekvencije uzorkovanja



Izvor: izrada autorice

Poznato je kako je realizirana varijanca sve manja kako se povećava frekvencija uzorkovanja. Općenito, realizirana bi se varijanca na početku trebala smanjivati s povećanjem frekvencije uzorkovanja te postati stabilna (nepromijenjiva) nakon određene frekvencije (Degiannakis, Floros, 2015.), što se nije moglo utvrditi na podacima indeksa CROBEX. Stoga je kao optimalna frekvencija izabrana ona pri kojoj je realizirana varijanca najmanja jer je tada ista najmanje pristrana u odnosu na realiziranu varijancu pri prvim frekvencijama. Svi daljnji izračuni će, prema tome, biti izračunati pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta.

#### 4.2. Utvrđivanje cjenovnih skokova indeksa CROBEX

Za identifikaciju onih dana u kojima su se pojavili cjenovni skokovi korišten je Barndorff-Nielsen i Shephardov test. Za svaki dan trgovanja potrebno je izračunati realiziranu varijancu i „bi-power“ varijancu. Realizirana varijanca je pristrana jer sadržava efekte diskontinuitetnih cjenovnih skokova, dok je, s druge strane, „bi-power“ varijanca robusna na cjenovne

skokove, odnosno ne sadržava njihove efekte. Prema tome, razlika realizirane varijance i „bi-power“ varijance određuje dio ukupne varijance prinosa financijske imovine kojeg pripisujemo cjenovnom skoku.

Tablica 1. prikazuje primjer postupka utvrđivanja cjenovnih skokova indeksa CROBEX na dan 27.9.2021. Od dostupnih jednominutnih opažanja cijena tržišnog indeksa CROBEX izdvojeni su sedmominutni intervali čija zaključna cijena je zadnja dostupna cijena unutar pojedinog intervala. Na temelju zaključnih cijena izdvojenih sedmominutnih intervala izračunati su logaritamski prinosi prema izrazu (2). Realizirana varijanica potom je izračunata kao zbroj kvadriranih sedmominutnih prinosa prema izrazu (7) i iznosi  $2,65 \cdot 10^{-5}$ . Nadalje, peti stupac tablice prikazuje apsolutne vrijednosti sedmominutnih prinosa, dok šesti stupac prikazuje umnoške susjednih apsolutnih prinosa koji su potrebni za izračun „bi-power“ varijance. „Bi-power“ varijanica zatim je izračunata prema formuli u izrazu (9) i iznosi  $2,1813 \cdot 10^{-5}$ . Kako bi se odredio dio ukupne varijacije prinosa tržišnog indeksa CROBEX kojeg pripisujemo cjenovnom skoku potrebno je izračunati relativnu mjeru cjenovnih skokova prema formuli iz izraza (11). Na dan 27.9.2021. relativna mjera cjenovnih skokova iznosi 0,1758, prema tome, cjenovni skokovi određuju 17,58% varijacije prinosa tržišnog indeksa CROBEX.

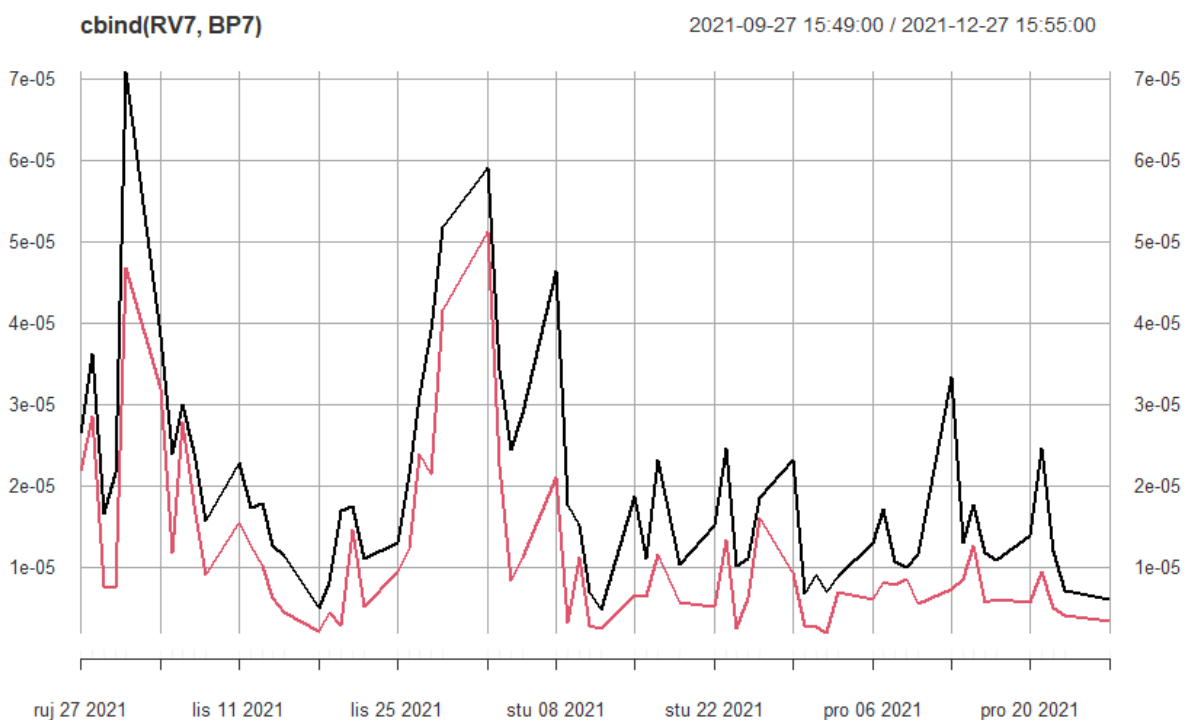
Tablica 1 Primjer izračuna za dan 27.9.2021.

Datum	Sat/minuta	Cijena	7-minutni prinosi	Apsolutne vrijednosti prinosa	Umnožak susjednih prinosa			
27.9.2021.	9:29:00	1972.09						
27.9.2021.	9:36:00	1974.75	0.00134791	0.00134791				
27.9.2021.	9:43:00	1978.66	0.00197804	0.00197804	0.00000267	<b>Realizirana varijanca</b>		
27.9.2021.	9:50:00	1978.66	0.00000000	0.00000000	0.00000000		RV =	0.00002647
27.9.2021.	9:57:00	1979.15	0.00024761	0.00024761	0.00000000			
27.9.2021.	10:04:00	1980.48	0.00067178	0.00067178	0.00000017	<b>Bi-power varijanca</b>		
27.9.2021.	10:11:00	1979.97	-0.00025755	0.00025755	0.00000017		BPV =	0.00002181
27.9.2021.	10:18:00	1979.51	-0.00023235	0.00023235	0.00000006			
27.9.2021.	10:25:00	1979.51	0.00000000	0.00000000	0.00000000	<b>Relativna mjera cjenovnih skokova</b>		
27.9.2021.	10:32:00	1978.85	-0.00033347	0.00033347	0.00000000		RJ =	0.175775949
27.9.2021.	10:39:00	1980.82	0.00099503	0.00099503	0.00000033			
27.9.2021.	10:46:00	1979.6	-0.00061610	0.00061610	0.00000061			
27.9.2021.	10:53:00	1978.62	-0.00049517	0.00049517	0.00000031			
27.9.2021.	11:00:00	1978.48	-0.00007076	0.00007076	0.00000004			
27.9.2021.	11:07:00	1978.39	-0.00004549	0.00004549	0.00000000			
27.9.2021.	11:14:00	1975.72	-0.00135049	0.00135049	0.00000006			
27.9.2021.	11:21:00	1978.7	0.00150717	0.00150717	0.00000204			
27.9.2021.	11:28:00	1982.82	0.00208001	0.00208001	0.00000313			
27.9.2021.	11:35:00	1982.35	-0.00023706	0.00023706	0.00000049			
27.9.2021.	11:42:00	1980.52	-0.00092357	0.00092357	0.00000022			
27.9.2021.	11:49:00	1980.52	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	11:56:00	1979.39	-0.00057072	0.00057072	0.00000000			
27.9.2021.	12:03:00	1979.39	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	12:10:00	1979.39	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	12:17:00	1980.34	0.00047983	0.00047983	0.00000000			
27.9.2021.	12:24:00	1980.34	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	12:31:00	1982.01	0.00084293	0.00084293	0.00000000			
27.9.2021.	12:38:00	1983.21	0.00060526	0.00060526	0.00000051			
27.9.2021.	12:45:00	1985.09	0.00094751	0.00094751	0.00000057			
27.9.2021.	12:52:00	1986.32	0.00061943	0.00061943	0.00000059			
27.9.2021.	12:59:00	1986.32	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	13:06:00	1985.85	-0.00023665	0.00023665	0.00000000			
27.9.2021.	13:13:00	1985.85	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	13:20:00	1985.44	-0.00020648	0.00020648	0.00000000			
27.9.2021.	13:27:00	1985.44	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	13:34:00	1983.56	-0.00094734	0.00094734	0.00000000			
27.9.2021.	13:41:00	1982.97	-0.00029749	0.00029749	0.00000028			
27.9.2021.	13:48:00	1981.65	-0.00066589	0.00066589	0.00000020			
27.9.2021.	13:55:00	1981.5	-0.00007570	0.00007570	0.00000005			
27.9.2021.	14:02:00	1982.02	0.00026239	0.00026239	0.00000002			
27.9.2021.	14:09:00	1981.88	-0.00007064	0.00007064	0.00000002			
27.9.2021.	14:16:00	1981.6	-0.00014129	0.00014129	0.00000001			
27.9.2021.	14:23:00	1981.6	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	14:30:00	1980.57	-0.00051992	0.00051992	0.00000000			
27.9.2021.	14:37:00	1978.91	-0.00083849	0.00083849	0.00000044			
27.9.2021.	14:44:00	1979.83	0.00046479	0.00046479	0.00000039			
27.9.2021.	14:51:00	1979.83	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	14:58:00	1978.5	-0.00067200	0.00067200	0.00000000			
27.9.2021.	15:05:00	1978.99	0.00024763	0.00024763	0.00000017			
27.9.2021.	15:12:00	1977.35	-0.00082905	0.00082905	0.00000021			
27.9.2021.	15:19:00	1977.35	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	15:26:00	1980.06	0.00136958	0.00136958	0.00000000			
27.9.2021.	15:33:00	1980.06	0.00000000	0.00000000	0.00000000			
27.9.2021.	15:40:00	1979.4	-0.00033338	0.00033338	0.00000000			
27.9.2021.	15:47:00	1979.89	0.00024752	0.00024752	0.00000008			
27.9.2021.	15:54:00	1980.37	0.00024241	0.00024241	0.00000006			

Izvor: izrada autorice

Na isti način izračunate su realizirane varijance i „bi-power“ varijance za svaki od sljedećih 62 dana. Slika 5. prikazuje grafičku usporedbu realizirane varijance i „bi-power“ varijance pri odabranoj frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta. Može se primjetiti kako realizirana varijanca i „bi-power“ varijanca imaju istu tendenciju kretanja uz razliku u magnitudama kroz cijelo promatrano razdoblje. Veća razlika između realizirane varijance i „bi-power“ varijance sugerira i veći cjenovni skok.

Slika 5 Usporedba realizirane varijance i „bi-power“ varijance pri 7-minutnoj frekvenciji uzorkovanja

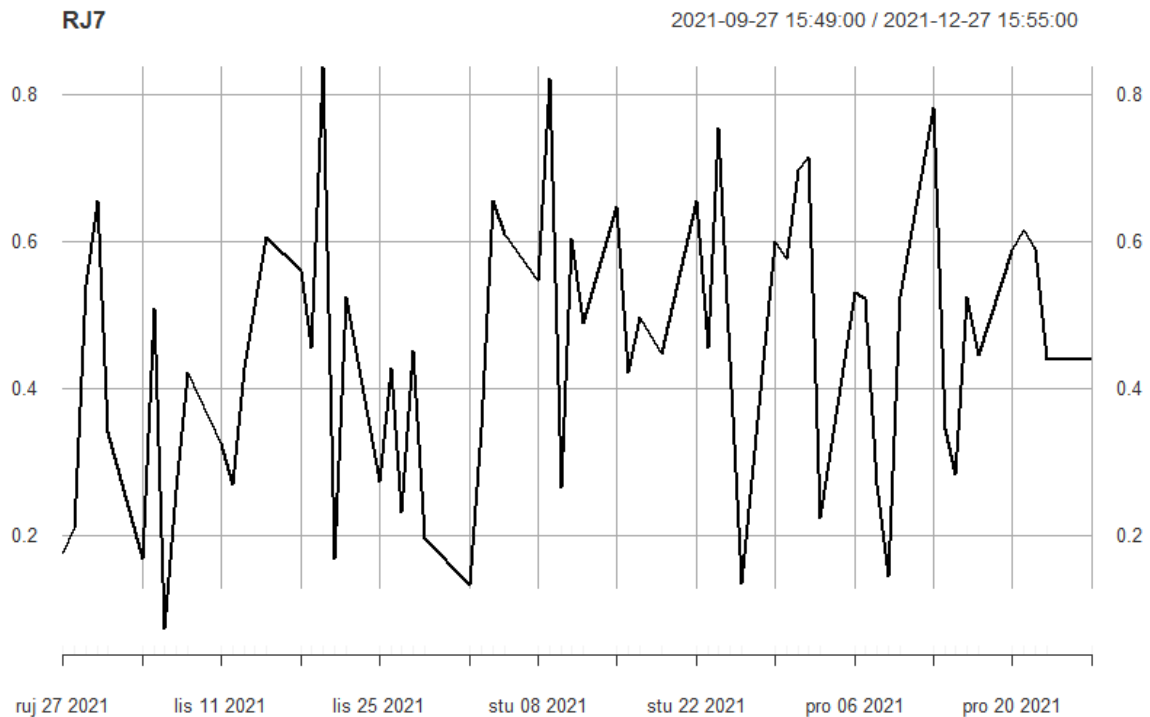


Izvor: izrada autorice

Uz informacije o realiziranim varijancama i „bi-power“ varijancama za svaki dan promatranog razdoblja izračunate su i relativne mjere cjenovnih skokova. Izračunom relativne mjere cjenovnih skokova dobiva se indikator doprinosa (ako postoji) cjenovnih skokova ukupnoj intradnevnoj varijanci procesa. Na slici 6. prikazana je relativna mjera cjenovnih skokova pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta. Pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta relativna mjera cjenovnih skokova (RJ7) u promatranom vremenskom razdoblju poprima vrijednosti od 0.07358885 do 0.8372891. Pomnožimo li te vrijednosti sa 100%

dobivamo direktnu mjeru postotnog doprinosa cjenovnih skokova, ako postoji, ukupnoj varijanci prinosa financijske imovine. Dakle, u promatranom razdoblju cjenovni skokovi određuju između 7,36% i 83,73% varijance prinosa tržišnog indeksa CROBEX.

Slika 6 Prikaz RJ na 7-minutnoj frekvenciji



Izvor: izrada autorice

### 4.3. Testiranje značajnosti cjenovnih skokova prema intenzitetu i veličini

U odsutnosti cjenovnih skokova, realizirana varijanca i „bi-power“ varijanca poprimaju istu očekivanu vrijednost. Prema tome, za testiranje značajnosti cjenovnih skokova logično je konstruirati statistički test na način da je nulta hipoteza da nema cjenovnih skokova. Iz toga slijedi da je test dvosmjerni uz hipoteze:

$$\begin{aligned}
 H_0 &: E(RV_t) - E(BPV_t) = 0 \\
 H_A &: E(RV_t) - E(BPV_t) \neq 0
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Testiranje nulte hipoteze provedeno je uz dvije razine signifikantnosti,  $\alpha=0,05$  i  $\alpha=0,01$ .

Prema Huang, Tauchen (2005) za izračun empirijskog z-omjera koristi se sljedeći izraz:

$$z = \frac{RV_t - BPV_t}{\sqrt{\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi - 5\right) \frac{1}{N} TP_t}} \quad (18)$$

pri čemu  $TP_t$  predstavlja realizirani tri-power četvrtog momenta (eng. *tri-power quarticity*), što je procjenitelj integriranog četvrtog momenta.  $TP_t$  dan je izrazom:

$$TP_t = N \left(\frac{N}{N-2}\right) \left(\frac{\Gamma(0,5)}{2^{\frac{2}{3}}\Gamma(7/6)}\right)^3 \sum_{i=3}^N (|r_{t,i}|^{4/3} |r_{t,i-1}|^{4/3} |r_{t,i-2}|^{4/3}) \quad (19)$$

pri čemu je  $\Gamma$  gama funkcija.



U tablici 2. prikazan je primjer izračuna empirijskog z-omjera na dan 27.9.2021. U posljednjem stupcu tablice prikazani su potencirani umnošci prinosa potrebni za izračun tri-power četvrtog momenta prema formuli u izrazu (19). Uz već poznate vrijednosti realizirane varijance i „bi-power“ varijance izračunata je vrijednost empirijskog z-omjera prema izrazu (18) koja iznosi 1,459829 te se zatim uspoređuje s teorijskom vrijednošću z-omjera za danu razinu pouzdanosti.

Na isti način izračunati su z-omjeri za svaki dan u promatranom razdoblju te su objedinjeni u tablici 3. Kako bi se donjela odluka o značajnosti cjenovnih skokova provodi se statistički test prema hipotezama iz izraza (17).



**Tablica 3 Testiranje značajnosti cjenovnih skokova**

Datum	z-omjer	p-vrijednost	z-test $\alpha=0.05$	z-test $\alpha=0.01$	p-vrijednost test $\alpha=0.05$	p-vrijednost test $\alpha=0.01$
2021-09-27	1.46	0.144202486				
2021-09-28	1.86	0.062837032				
2021-09-29	15.17	5.70086E-52	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-09-30	12.96	1.93634E-38	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-01	5.3	1.13771E-07	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-04	1.56	0.117764109				
2021-10-05	9.58	9.6757E-22	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-06	0.63	0.526772321				
2021-10-07	2.39	0.016867757	Cjenovni skok		Cjenovni skok	
2021-10-08	6.21	5.17236E-10	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-11	4.76	1.95427E-06	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-12	2.41	0.016061343	Cjenovni skok		Cjenovni skok	
2021-10-13	8.52	1.57313E-17	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-14	9.92	3.57655E-23	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-15	28.1	9.0128E-174	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-18	11.82	3.02752E-32	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-19	7.31	2.58939E-13	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-20	28.38	3.375E-177	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-21	1.32	0.186797471				
2021-10-22	11.8	3.82814E-32	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-25	4.23	2.28876E-05	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-26	5.64	1.68446E-08	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-27	2.55	0.010907558	Cjenovni skok		Cjenovni skok	
2021-10-28	9.62	6.30835E-22	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-10-29	1.86	0.063485443				
2021-11-02	0.98	0.328861867				
2021-11-03	5.42	6.06947E-08	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-04	13.61	3.50108E-42	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-05	14.01	1.27273E-44	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-08	21.3	1.0403E-100	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-09	21.45	4.9306E-102	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-10	2.34	0.019206449	Cjenovni skok		Cjenovni skok	
2021-11-11	10.6	2.89629E-26	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-12	11.01	3.56095E-28	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-15	21.71	1.6827E-104	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-16	8.29	1.10842E-16	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-17	7.1	1.20717E-12	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-19	7.68	1.53867E-14	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-22	20.61	2.06076E-94	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-23	7.18	6.90263E-13	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-24	34.75	1.3229E-264	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-25	3.97	7.1454E-05	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-26	0.72	0.472443686				
2021-11-29	7.4	1.4121E-13	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-11-30	16.36	3.59371E-60	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-01	7.51	6.1138E-14	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-02	175.41	0	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-03	2.25	0.02422072	Cjenovni skok		Cjenovni skok	
2021-12-06	9.61	7.53892E-22	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-07	10.05	8.79427E-24	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-08	1.54	0.12367042				
2021-12-09	0.7	0.487001709				
2021-12-10	4.46	8.35005E-06	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-13	31.74	4.4527E-221	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-14	3.67	0.000239187	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-15	2.6	0.0092463	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-16	6.91	4.80717E-12	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-17	6.69	2.23599E-11	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-20	9.56	1.14534E-21	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-21	35.46	1.9864E-275	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-22	9.13	6.58279E-20	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-23	6.7	2.09772E-11	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok
2021-12-27	3.84	0.000122003	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok	Cjenovni skok

Izvor: izrada autorice

U tablici 3. navedeni su dnevni z-omjeri zaokruženi na dvije decimale za promatrano razdoblje kao i pripadajuće p-vrijednosti. U četvrtom stupcu proveden je z-test s teorijskom vrijednošću z-omjera za razinu pouzdanosti od 95%. Nulta hipoteza se prihvaća ako je empirijski z-omjer manji od teorijskog z-omjera za razinu pouzdanosti od 95%. Odbacuje se nulta hipoteza, odnosno cjenovni skokovi su identificirani u onim danima u kojima je empirijski z-omjer veći od teorijske vrijednosti z-omjera za razinu pouzdanosti od 95%, tj. u onim danima u kojima je empirijski z-omjer veći od 1,96. Od 63 promatrana dana, prema ovom z-testu, nulta hipoteza se odbacuje, odnosno cjenovni skokovi su se pojavili u 53 dana. U petom stupcu tablice proveden je z-test s teorijskom razinom z-omjera za razinu pouzdanosti 99%, te su cjenovni skokovi identificirani u onim danima u kojima je empirijski z-omjer veći od 2,58, a takvih dana bilo je u promatranom razdoblju 48. Značajnost cjenovnih skokova testirana je i pomoću p-vrijednosti. U šestom stupcu tablice uspoređena je p-vrijednost s razinom signifikantnosti  $\alpha=0,05$  te se nulta hipoteza odbacuje, odnosno cjenovni skokovi su identificirani u onim danima u kojima je p-vrijednost manja od 0,05, a takvih dana bilo je 53. U posljednjem stupcu tablice cjenovni skokovi identificirani su usporedbom p-vrijednosti i razine signifikantnosti  $\alpha=0,01$ , te su identificirani u ukupno 48 dana u promatranom razdoblju gdje je p-vrijednost bila manja od 0,01.

Pri razini pouzdanosti od 95% nulta hipoteza se odbacuje u 84,13% slučajeva, što znači da su se cjenovni skokovi pojavili u 84,13% promatranih dana.

Pri razini pouzdanosti od 99% nulta hipoteza se odbacuje u 76,19% dana, odnosno cjenovni skokovi su se pojavili u 76,19% promatranih dana.

#### **4.4. Analiza utjecaja cjenovnih skokova na volumen trgovanja indeksa CROBEX**

Kako bi se odredio utjecaj cjenovnih skokova na volumen trgovanja indeksa CROBEX, odnosno kako bi se došlo do zaključka u kojem smjeru i koliko je jaka korelacija između cjenovnih skokova i volumena trgovanja korištena je metoda linearne regresije. Regresijska analiza je statistička tehnika koja služi za procjenu odnosa između varijabli. Glavni fokus linearne regresije je formulirati linearnu jednadžbu između zavisne i nezavisne varijable. U

regresijskoj se analizi želi procjeniti prosječna vrijednost jedne varijable  $y$  na temelju zadanih (fiksni) vrijednosti druge varijable  $x$ . (Bahovec, et al., 2015.)

Linearna regresija pretpostavlja da je zavisna varijabla numerička kontinuirana te da su nezavisne varijable diskretne ili kontinuirane numeričke varijable. Pretpostavljena distribucija zavisne varijable je normalna, a vezna funkcija je funkcija identiteta. Regresijski model je hipotetički model kojim se izražava statistička povezanost između pojava i predstavlja osnovu regresijske analize. (Bahovec, et al., 2015.) Model linearne regresije dan je izrazom:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (20)$$

gdje je  $y$  zavisna varijabla,  $x$  nezavisna varijabla,  $\beta_0$  predviđena vrijednost nezavisne varijable kada je zavisna varijabla 0,  $\beta_1$  regresijski koeficijent i  $\varepsilon$  pogreška procjene.

Linearna regresija prikladna je za rješavanje ovoga pitanja jer je zavisna varijabla kontinuirana numerička varijabla i nezavisna varijabla je numerička. Zavisna varijabla je prirodni logaritam dnevnog volumena trgovanja, dok je nezavisna varijabla relativna mjera cjenovnih skokova pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta, RJ7. Rezultati regresijske analize navedeni su u tablici 4.

Tablica 4 Rezultati regresijske analize

Reziduali				
Min	1Q	Medijan	3Q	Max
-1,28172	-0,32960	0,00975	0,31231	1,83806
Koeficijenti				
	Procjena	Standardna pogreška	t vrijednost	p vrijednost
(Intercept)	15,9776	0,1813	88,147	<2e-16
RJ7	-0,9167	0,3721	-2,463	0,0166
R <sup>2</sup>			0,09048	

Izvor: izrada autorice

Rezultati regresijske analize upućuju na negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. Linearna jednadžba između dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova dana je sljedećim izrazom:

$$\log(\text{dnevni volumen trgovanja})_t = 15,9776 - 0,9167RJ7_t + \varepsilon_t \quad (21)$$

Gornji izraz govori nam da će svako povećanje relativne mjere cjenovnih skokova djelovati ka smanjenju dnevnog volumena trgovanja. Budući da je zavisna varijabla logaritamski transformirana, utjecaj nezavisne varijable može se izraziti postotno tako da se konstanta e potencira na vrijednost regresijskog koeficijenta  $\beta_1$  te se oduzme 1. Prema tome, povećanjem relativne mjere cjenovnih skokova za jednu jedinicu, dnevni volumen trgovanja u prosjeku će se smanjiti za 60,02%. Pojava cjenovnog skoka od 1% u prosjeku će smanjiti dnevni volumen trgovanja za 0,91%.

Kako bi se testirala značajnost regresorske varijable postavljaju se sljedeće hipoteze:

$$\begin{aligned} H_0: \beta_1 &= 0 \\ H_1: \beta_1 &\neq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

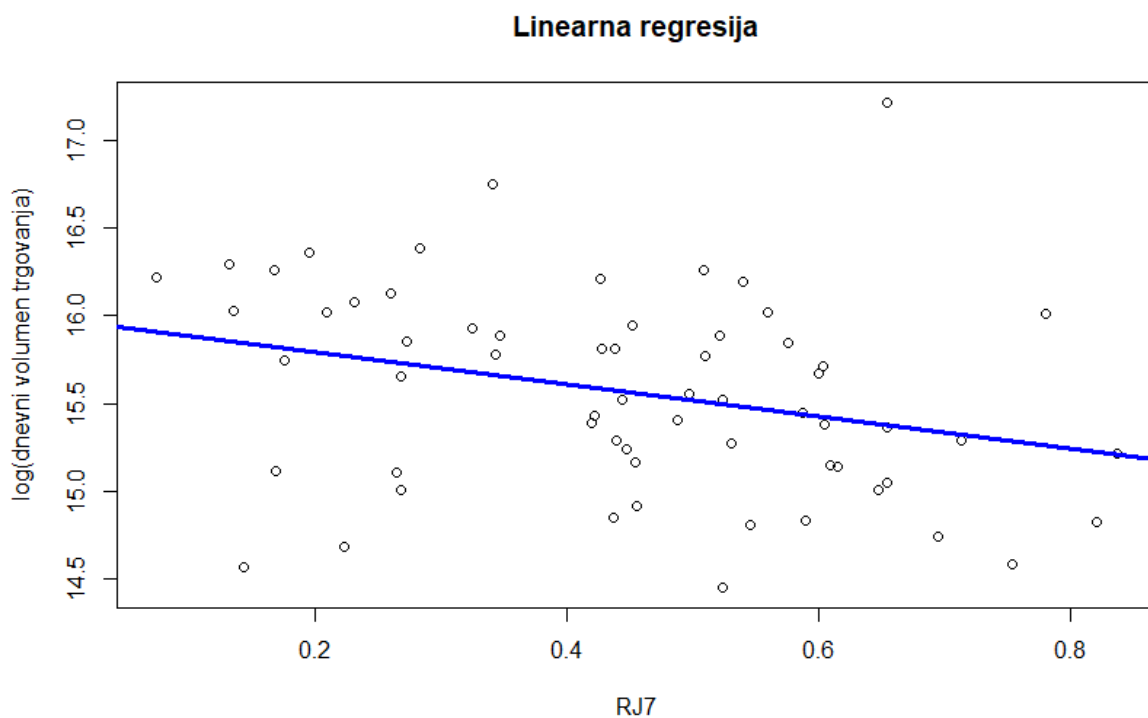
Nultom hipotezom pretpostavlja se da je regresorska varijabla suvišna u modelu i da statistički značajno ne objašnjava varijacije zavisne varijable  $y$ . (Bahovec, et al., 2015.) Konkretno, nultom hipotezom pretpostavlja se da je relativna mjera cjenovnih skokova suvišna u modelu te da statistički značajno ne objašnjava varijacije dnevnog volumena trgovanja tržišnog indeksa CROBEX.

Uz razinu značajnosti  $\alpha = 0,05$  nulta hipoteza se odbacuje ako je  $|t_1| > t_{\alpha/2}$ , odnosno ako je apsolutna vrijednost empirijskog t-omjera veća od teorijske vrijednosti t-omjera za zadanu razinu značajnosti. Kritična vrijednost dvosmjernog testa  $t_{\alpha/2}$  je vrijednost Studentove t-distribucije sa 61 stupnjem slobode i iznosi 2,000. Nulta hipoteza se odbacuje, relativna mjera cjenovnih skokova statistički je značajna varijabla u ovome modelu, budući da je apsolutna vrijednost empirijskog t-omjera  $2,463 > 2,000$ .

Alternativno, značajnost regresorske varijable može se testirati pomoću p-vrijednosti. Nulta hipoteza se odbacuje ako je p-vrijednost manja od teorijske razine značajnosti  $\alpha$ . Prema tome, nulta hipoteza se odbacuje i zaključuje se da je relativna mjera cjenovnih skokova statistički značajna varijabla u ovome modelu, budući da je p-vrijednost  $0,0166 < 0,05$ .

Koeficijent determinacije,  $R^2$ , udio je varijacije u zavisnoj varijabli koji se može predvidjeti iz nezavisne varijable, odnosno postotak podataka koji su objašnjeni nekim modelom. Koeficijent determinacije ovog regresijskog modela iznosi 0,09048, prema tome, ovim modelom objašnjeno je samo 9,05% varijacije dnevnog volumena trgovanja. Slika 7. prikazuje korišteni model linearne regresije.

Slika 7 Grafički prikaz modela linearne regresije



Izvor: izrada autorice

Na grafu je vidljiva negativna i slaba korelacija između dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova.

#### 4.5. Interpretacija rezultata

U 63 promatrana trgovinska dana putem Barndorff-Nielsen i Shephard metode uz razinu pouzdanosti od 95% utvrđena su 53 dana u kojima su se pojavili cjenovni skokovi, što znači da su se cjenovni skokovi pojavili u 84,13% promatranih dana. Pri razini pouzdanosti od 99% cjenovni skokovi su se pojavili u 48 dana, odnosno u 76,19% promatranih dana. Dobiveni rezultati su neočekivani, budući da se u postojećoj literaturi te prethodnim istraživanjima pokazalo kako su se cjenovni skokovi pojavili u puno manjem postotku trgovinskih dana. Međutim, hrvatsko tržište je u usporedbi s većim svjetskim tržištima nerazvijeno i jako špekulativno pa su i cjenovni skokovi češći nego što bismo očekivali, pogotovo u doba neizvjesnosti koje je donijela kriza izazvana globalnom pandemijom COVID-19. Relativna mjera cjenovnih skokova u postotcima, odnosno direktna mjera postotnog doprinosa cjenovnih skokova ukupnoj varijanci prinosa tržišnog indeksa CROBEX kreće se između 7,36% i 83,73%, dok je prosječna vrijednost 45,04%. To znači da cjenovni skokovi u prosjeku određuju 45,04% varijance prinosa tržišnog indeksa CROBEX.

Regresijskom analizom pokazala se negativna korelacija dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. Cjenovni skok od 1% smanjit će dnevni volumen trgovanja indeksa CROBEX za 0,91%. Iako je regresijskim modelom objašnjeno samo 9,05% varijacije dnevnog volumena trgovanja, relativna mjera cjenovnih skokova pokazala se kao statistički značajna varijabla pri razini signifikantnosti 0,05. Uvođenje dodatnih varijabli u regresijski model pridonijelo bi objašnjenju varijacije dnevnog volumena trgovanja. Negativna korelacija dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova konzistentna je s teorijom da su cjenovni skokovi općepoznati šokovi (eng. *common knowledge shocks*). Osnova teorije je da općepoznate informacije, odnosno opće znanje, podiže ili spušta cijene uz malo promjena u volumenu trgovanja. Zbog novih općepoznatih informacija gotovo svi investitori dionicu cijene više, pa njena cijena raste bez puno promjena u volumenu trgovanja i obrnuto. U usporedbi s normalnim danom, u onim danima kada se pojavljuju cjenovni skokovi koji su posljedica općepoznatih šokova, volumen trgovanja trebao bi biti manji. Prema ovoj teoriji trgovanje se događa kada postoji asimetrija informacija, odnosno kada jedan investitor dionicu cijeni više nego drugi, pa ju kupuje jer je za njega relativno povoljna. Drugi mogući razlog za negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova leži u likvidnosti. Dionice se smatraju nelikvidnima kada je

volumen trgovanja mali i u takvoj situaciji gotovo svako kretanje cijena može biti identificirano kao cjenovni skok. No budući da je regresijska analiza provedena na tržišnom indeksu CROBEX, koji je sastavljen od likvidnih dionica Zagrebačke burze, nelikvidnost dionica nije razlog za negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. Treće moguće objašnjenje negativne korelacije odnosi se na način na koji ljudi reagiraju na pojavu cjenovnih skokova. Razumno je očekivati da ljudi zaustave svoje trgovanje nakon veće promjene cijene kako bi evaluirali svoje investicijske opcije, zbog čega se volumen trgovanja smanjuje.

## 5. ZAKLJUČAK

Cjenovni skokovi su definirani kao diskretne promjene u kretanju cijene, odnosno rijetki događaji u kojima se cijena drastično mijenja u danom intervalu vremena, iako tradicionalno razumijevanje cijene financijske imovine pretpostavlja kontinuiranost. Za burze dionica, devizna tržišta, robna tržišta i tržišta obveznica pretpostavlja se da slijede Brownovo gibanje, gdje se imovina kontinuirano mijenja u vrlo malim vremenskim intervalima. Međutim, danas je poznato da se cijena dionice sastoji od kontinuiranog dijela koji prati Brownovo gibanje te od dijela skoka koji slijedi Poissonov stohastički proces koji se kao aditivni član pridružuje geometrijskom Brownovom gibanju.

Financijska literatura identificirala je glavnu važnost detektiranja cjenovnih skokova: prisutnost cjenovnih skokova ima ozbiljne posljedice za upravljanje financijskim rizikom i određivanje cijena. Vizualni pregled podataka često je dovoljan kako bi se identificirali vrlo veliki cjenovni skokovi. No tako veliki cjenovni skokovi u pravilu su rijetke pojave. S druge strane, vizualni pregled većine vremenskih nizova podataka ne pruža dokaz prisutnosti niti odsutnosti malih ili srednje velikih cjenovnih skokova. Budući da bi mali, česti cjenovni skokovi definitivno trebali biti uključeni u model te budući da modeli sa i bez cjenovnih skokova imaju poprilično različita matematička svojstva i financijske posljedice (za živičarenje opcija, optimizaciju portfelja, itd.) važno je imati statističke metode koje mogu s većom preciznošću identificirati cjenovne skokove.

Poznato je da volumen trgovanja povezan s tokom informacija na tržištu. Veća količina neslaganja među investitorima rezultira većim volumenom trgovanja.

Literatura podržava dva glavna objašnjenja izvora cjenovnih skokova. Prvo, cjenovni skokovi mogu reflektirati reakciju tržišta na neočekivane informacije, što indicira da su novosti primarni izvor cjenovnih skokova. Drugo, neki autori stava su da su cjenovni skokovi primarno izazvani lokalnim nedostatkom likvidnosti na tržištu. Dodatno, neučinkovito osiguranje likvidnosti uzrokovano neuravnoteženom tržišnom mikro-strukturom može uzrokovati ekstremna kretanja cijena.

Analizom sedmominutnih opažanja o cijeni tržišnog indeksa CROBEX kroz 63 promatrana trgovinska dana, počevši od 27. rujna 2021. i zaključno s 27. prosincom 2021. godine, identificirano je 48 dana u kojima su se pojavili cjenovni skokovi, uz razinu pouzdanosti od



99%. Prosječna vrijednost direktne mjere postotnog doprinosa cjenovnih skokova ukupnoj varijaciji prinosa tržišnog indeksa CROBEX iznosi 45,04%, što znači da cjenovni skokovi u prosjeku određuju 45,04% varijance prinosa tržišnog indeksa CROBEX. Kako bi se ispitalo utjecaj identificiranih cjenovnih skokova u promatranom vremenskom intervalu na dnevni volumen trgovanja, provedena je regresijska analiza, čiji rezultati upućuju na negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. To znači da općepoznati šokovi više doprinose komponenti cjenovnog skoka nego neslaganja među investitorima, odnosno da se cjenovni skokovi primarno sastoje od novih informacija koji su na sličan način interpretirane među većinom investitora. Relativna mjera cjenovnih skokova statistički je značajna varijabla za objašnjenje varijacije dnevnog volumena trgovanja, iako bi proširivanje modela dodatnim varijablama pridonjelo objašnjenju varijacije.

## Popis literature

- 1) Ait-Sahalia Y., Jacod J. (2009), Testing for jumps in a discretely observed process, *The Annals of Statistics*, Vol. 37, No. 1.
- 2) Amatyakul P. (2010), *The Relationship Between Trading Volume and Jump Processes in Financial Markets*, Duke University
- 3) Amaya D., Vasquez A. (2011), *Explaining Stock Returns with Intraday Jumps*
- 4) Arnerić, J., Matković, M., (2019), Challenges of integrated variance estimation in emerging stock markets, *Zbornik radova Ekonomskog fakulteta Rijeka*, vol. 37., no. 2.
- 5) Arnerić, J., Matković, M., Sorić, P. (2019): Comparison of range-based volatility estimators against integrated volatility in European emerging markets. *Finance Research Letters*, 28, 118-124.
- 6) Bahovec, V. et al. (2015), *Statistika*, Element
- 7) Bajgrowicz, P., Scaillet, O., Treccani, A. (2015), Jumps in high-frequency data: spurious detections, dynamics, and news
- 8) Baker S. R., Bloom N., Davis S. J., Sammon M. (2021), *What Triggers Stock Market Jumps?*, Becker Friedman Institute
- 9) Bandi, F. M., Russell, J. R. (2008), Microstructure noise, realized variance, and optimal sampling, *The Review of Economic Studies*, 75(2), 339-369.
- 10) Barndorff-Nielsen O. E., Shephard N. (2006), Econometrics of Testing for Jumps in Financial Economics Using „bi-power“ Variation, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 4, No. 1
- 11) Christensen K., Oomen R. C. A., Podolskij M. (2014), Fact or friction: Jumps at ultra high frequency, *Journal of Financial Economics*, Volume 114, Issue 3.
- 12) Dacorogna, M., Gençay, R., Muller, U. A., Pictet, O., & Olsen, R. (2001). *An introduction to high-frequency finance*, Elsevier
- 13) Degiannakis, S., Floros, C. (2015), *Modelling and forecasting high frequency financial data*
- 14) Ermogenous, A., (2006), *Brownian Motion and Its Applications In The Stock Market*, Undergraduate Mathematics Day, Electronic Proceedings. Paper 15.
- 15) Hanousek, J., Kočenda, E., Novotný, J. (2014), Price jumps on European stock markets, *Borsa Istanbul Review* 14 10-22

- 16) Huang X., Tauchen G. (2005), The relative Contribution of Jumps to Total Price Variance, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 3., No. 4.
- 17) Jiang G., Oomen R. C. A. (2008), Testing for jumps when asset prices are observed with noise – a “swap variance” approach, *Journal of Econometrics* 144
- 18) Joulin, A., Lefevre, A., Grunberg, D., Bouchaud, J.P. (2008). Stock price jumps: News and volume play a minor role. *Wilmott Magazine*
- 19) Kong A., Zhu H., Azencott R. (2020), Predicting intraday jumps in stock prices using liquidity measures and technical indicators, *Journal of Forecasting*. 2020;1–23.
- 20) Merton, C., (1975), Option pricing when underlying stock returns are discontinuous, *Massachusetts Institute of technology*
- 21) Scaillet, O., Treccani, A., Trevisan, C. (2017), High-Frequency Jump Analysis of the Bitcoin Market, *SSRN Electronic Journal*
- 22) Theodosiou M., Žikeš F. (2011), A Comprehensive Comparison of Nonparametric Tests for Jumps in Asset Prices

## Popis slika

Slika 1 Grafički prikaz intradnevniha cijena indeksa CROBEX .....	22
Slika 2 Grafički prikaz realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 minute.....	23
Slika 3 Zajednički grafički prikaz dnevne realizirane varijance pri frekvenciji uzorkovanja od 1 do 10 minuta .....	24
Slika 4 Uprosječene dnevne realizirane varijance za odabrane frekvencije uzorkovanja .....	25
Slika 5 Usporedba realizirane varijance i „bi-power“ varijance pri 7-minutnoj frekvenciji uzorkovanja .....	28
Slika 6 Prikaz RJ na 7-minutnoj frekvenciji .....	29
Slika 7 Grafički prikaz modela linearne regresije .....	37

## **Popis tablica**

Tablica 1 Primjer izračuna za dan 27.9.2021.....	27
Tablica 2 Primjer izračuna empirijskog z-omjera na dan 27.9.2021. ....	31
Tablica 3 Testiranje značajnosti cjenovnih skokova.....	33
Tablica 4 Rezultati regresijske analize.....	35

# ŽIVOTOPIS STUDENTICE



europass

## Marcela Stürmer

Datum rođenja: 08.10.1996. | Državljanstvo: hrvatsko | Spol: Žensko | [msturmer@net.efzg.hr](mailto:msturmer@net.efzg.hr) |  
10000, Zagreb, Hrvatska

### ● RADNO ISKUSTVO

2.2019. – 5.2019.

POSLOVI PROMOCIJE – DEKRA ZAPOŠLJAVANJE D.O.O.

Promocija novih i postojećih proizvoda na prodajnom mjestu, informiranje kupaca o proizvodima, cijenama i akcijama te provođenje anketa na prodajnom mjestu.

### ● OBRAZOVANJE I OSPOSOBLJAVANJE

01.10.2016. – TRENUTAČNO – Zagreb, Hrvatska

MAGISTAR EKONOMIJE – Ekonomski fakultet

2011 – 2015 – Zagreb, Hrvatska

OPĆA GIMNAZIJA – X. gimnazija "Ivan Supek"

### ● JEZIČNE VJEŠTINE

Materinski jezik/jezici: **HRVATSKI**

Drugi jezici:

	RAZUMIJEVANJE		GOVOR		PISANJE
	Slušanje	Čitanje	Govorna produkcija	Govorna interakcija	
<b>ENGLESKI</b>	B2	B2	B2	B2	B2
<b>NJEMAČKI</b>	A1	A1	A1	A1	A1

Razine: A1 i A2: temeljni korisnik; B1 i B2: samostalni korisnik; C1 i C2: iskusni korisnik

### ● DIGITALNE VJEŠTINE

Internet | MS Office (Word Excel PowerPoint) | Komunikacijski programi (Skype Zoom TeamViewer) |  
Rad na računalu | Windows | Informacije i komunikacije (pretraživanje Interneta) | R studio, početničko znanje

### ● KOMUNIKACIJSKE I MEĐULJDSKE VJEŠTINE

Vještine

Sklonost timskom radu i učenju, proaktivnost i prilagodljivost radnom okruženju, pristupačnost i otvorenost