Procjena efikasnih portfelja temeljem sastavnica odabranog CECE indeksa

Tušek, Marta

Sveučilište u Zagrebu

Ekonomski fakultet

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij

Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje

PROCJENA EFIKASNIH PORTFELJA TEMELJEM SASTAVNICA ODABRANOG CECE INDEKSA

Diplomski rad

Marta Tušek

Zagreb, lipanj 2022.

Sveučilište u Zagrebu

Ekonomski fakultet

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij

Poslovna ekonomija – smjer Analiza i poslovno planiranje

PROCJENA EFIKASNIH PORTFELJA TEMELJEM SASTAVNICA ODABRANOG CECE INDEKSA

EVALUATION OF EFFICIENT PORTFOLIOS USING COMPONENTS OF A CHOSEN CECE INDEX

Diplomski rad

Student: Marta Tušek

JMBAG studenta: 0067550851

Mentor: izv. prof. dr. sc. Davor Zoričić

Zagreb, lipanj 2022.

Sažetak

Rad je usmjeren na modernu teoriju portfelja i suvremene mogućnosti primjene navedene teorije u praksi. Svrha rada je usporedba profitno-rizičnih obilježja CECE indeksa (temeljenog na tržišnoj kapitalizaciji) i procijenjenih alternativnih portfelja temeljem dionica koje su u njegovom sastavu. Kao alternativa ponderiranju tržišnom kapitalizacijom, koristi se procjena portfelja s najmanjom varijancom, portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom te portfelj s jednakim udjelima. Svi analizirani portfelji ostvarili su bolje performanse od benchmark indeksa (CECE), a najbolje performanse ostvario je portfelj s najmanjom varijancom.

Ključne riječi: moderna teorija portfelja, indeks temeljen na tržišnoj kapitalizaciji, portfelj s jednakim udjelima, portfelj s najmanjom varijancom, portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom

Summary

This paper focuses on the modern portfolio theory and its contemporary application in practice. The objective of this paper is to compare the risk-reward characteristics of the CECE capitalization-weighted index and the estimated alternative portfolios based on the same constituents. As an alternative to capitalization-weighting, Global Minimum Variance (GMV) portfolio, Maximum Sharpe Ratio (MSR) portfolio and Equally-Weighted (EW) portfolio are used. All analyzed portfolios achieved a better performance than the CECE index. Furthermore, the best performance was achieved by the Global Minimum Variance (GMV) portfolio.

Key words: modern portfolio theory, capitalization-weighted index, Global Minimum Variance portfolio, Maximum Sharpe Ratio portfolio, Equally-Weighted portfolio

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog izvora te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

(vlastoručni potpis studenta)

Zagreb, 17.06.2022.
(mjesto i datum)

SADRŽAJ

1. UVOD

1.1. Predmet i cilj rada

Diplomski rad usmjeren je na područje upravljanja imovinom zbog čega je izravno povezan s modernom teorijom portfelja, odnosno Markowitzevim modelom optimizacije i iz njega izvedenim modelom procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM). Posebni naglasak stavljen je na suvremene mogućnosti, odnosno ograničenja, primjene navedene teorije u praksi. S obzirom na to da je sam tržišni portfelj iz moderne teorije portfelja neopaziv, a indeksi temeljeni na tržišnoj kapitalizaciji pokazali su se neefikasnima, brojna znanstvena istraživanja usmjerena su na alternativne pristupe procjeni optimalnog portfelja. U skladu s time, u okviru rada daje se njihov pregled te su testirane suvremene strategije ulaganja koje su danas na raspolaganju investitorima. Predmet istraživanja su sastavnice CECE indeksa (temeljenog na tržišnoj kapitalizaciji) koji je u sastavu Bečke burze, a odnosi se na srednjoistočnu Europu.

Cilja rada je ispitati profitno-rizična obilježja CECE indeksa te ispitati je li moguće suvremenim strategijama procijeniti alternativne, efikasnije portfelje temeljem dionica koje su u sastavu navedenog *benchmark* indeksa.

1.2. Izvori podataka i metode istraživanja

U izradi rada korištena je relevantna strana i domaća znanstvena i stručna literatura iz područja upravljanja imovinom. Povijesni podatci o cijenama dionica i vrijednostima CECE indeksa preuzeti su s Bečke burze i Bloomberg-a. Kao alternativa ponderiranju tržišnom kapitalizacijom, procijenjeni su portfelj s najmanjom varijancom i portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom te njihova kombinacija (50% portfelj s najmanjom varijancom + 50% portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom). Portfelj s jednakim udjelima korišten je kao dodatni *benchmark*. Za procjenu kovarijanci i varijanci sastavnica portfelja korištene su metode inferencijalne statistike, a za procjenu očekivanih prinosa korištena je aritmetička sredina i medijan. Za procjenu udjela sastavnica u navedenim portfeljima korištena je matematička metoda nelinearne optimizacije. Performanse procijenjenih portfelja uspoređuju se s performansama CECE indeksa u razdoblju od ožujka 2014. godine do rujna 2021. godine. Kako bi se utvrdile razlike između varijanci (rizičnosti) i aritmetičkih sredina (prinosa) navedenih portfelja i CECE indeksa, provedeni su statistički F-test i Welchov t-test.

1.3. Sadržaj i struktura rada

Rad je podijeljen na pet poglavlja. U prvom, uvodnom poglavlju, utvrđuju se cilj i struktura rada te se navode izvori podataka i metode istraživanja. Nakon uvodnog dijela, iznose se temeljene teorijske odrednice moderne teorije portfelja i iz njega izvedenog modela procjenjivanja kapitalne imovine te višeindeksnih modela ponašanja tržišta. Objašnjava se pojam efikasnog portfelja i izbor optimalnog portfelja. U okviru trećeg poglavlja predstavljeni su ključni problemi i ograničenja primjene moderne teorije portfelja u praksi te alternativni pristupi procjeni optimalnog portfelja. U četvrtom poglavlju objašnjeno je empirijsko istraživanje u kojem su procijenjeni portfelj s najmanjom varijancom, portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom te njihova kombinacija. Također, napravljena je usporedba performansi navedenih portfelja s performansama CECE indeksa i portfelja s jednakim udjelima. U posljednjem, petom, poglavlju iznesena su zaključna razmatranja.

2. MODERNA TEORIJA PORTFELJA

U poglavlju se iznose temeljne teorijske odrednice moderne teorije portfelja koju je 1952. godine utemeljio dobitnik Nobelove nagrade Harry Markowitz i iz nje izvedenog modela procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM) te višeindeksnih modela ponašanja tržišta. Objašnjen je pojam efikasnog portfelja te izbor optimalnog portfelja.

2.1. Temeljne teorijske odrednice moderne teorije portfelja

U okviru svoje analize Harry Markowitz postavio je temelje onome što nam je danas poznato pod nazivom moderna teorija portfelja, odnosno engleskom skraćenicom MPT. Prije njegovih istraživanja, u fokusu analize portfelja bio je dominantno prinos (Lee et al., 2013.). Njegov doprinos financijskoj analizi najviše se ogleda u svojevrsnom utemeljenju kvantitativne analize rizika. On je u analizu portfelja uveo statističku osnovicu na temelju koje je postalo moguće odvojiti efikasan od neefikasnog portfelja te razviti alate za donošenje odluka u uvjetima rizika (Orsag, 2015.).

Markowitzev model optimizacije portfelja počiva na sljedećim pretpostavkama (Lee et al., 2013.):

- Prinosi na investicije su normalno distribuirani, a distribucija vjerojatnosti mogućih prinosa za razdoblje držanja može biti procijenjena od strane investitora.
- Investitori su racionalni i usmjereni na jedno razdoblje držanja u kojem nastoje maksimizirati svoju korisnost u okviru padajuće granične korisnosti bogatstva.
- Za mjerenje rizika koristi se varijabilnost mogućih prinosa, odnosno njihova standardna devijacija.
- Investitori svoje investicijske odluke temelje isključivo na očekivanom prinosu i riziku.
- Prinos je poželjan, a rizik se nastoji izbjeći, iz čega slijedi da se investicija ili portfelj smatraju efikasnim ako ne postoji neka druga investicijska mogućnost koja bi rezultirala većim prinosom uz manju razinu rizika ili manjim rizikom uz danu razinu prinosa.

Dakle, Markowitzeva analiza portfelja zahtijeva sljedeće statističke inpute: očekivani prinosi pojedinačnih investicija u portfelju, njihove standardne devijacije te koeficijenti korelacije između svih parova investicija u portfelju (Francis i Kim, 2013.).

2.1.1. Očekivani prinos portfelja

Očekivani prinos portfelja može se definirati kao prinos za koji postoji najveća vjerojatnost ostvarivanja, a računa se kao vagana aritmetička sredina pojedinačnih prinosa investicija u portfelju. Ponderi su vrijednosni udjeli pojedinačnih investicija u ukupnoj vrijednosti portfelja. Činjenica da je očekivani prinos portfelja jednostavna funkcija vrijednosnog udjela investicija u ukupnoj vrijednosti portfelja pokazuje kako strategija portfelja nije usmjerena postizanju većih prinosa, već smanjenju rizika. Matematički se to može prikazati na sljedeći način (Orsag, 2015.) :

$$E(r_p) = \sum_{j=1}^{p} E(r_j)\, w_j$$

$E(r_p)$ - očekivana vrijednost portfelja

$E(r_j)$ - očekivana vrijednost jote investicije

w_j - vrijednosni udio jote investicije

j - pojedinačna investicija u portfelju

p - ukupan broj investicija u portfelju

2.1.2. Rizik portfelja

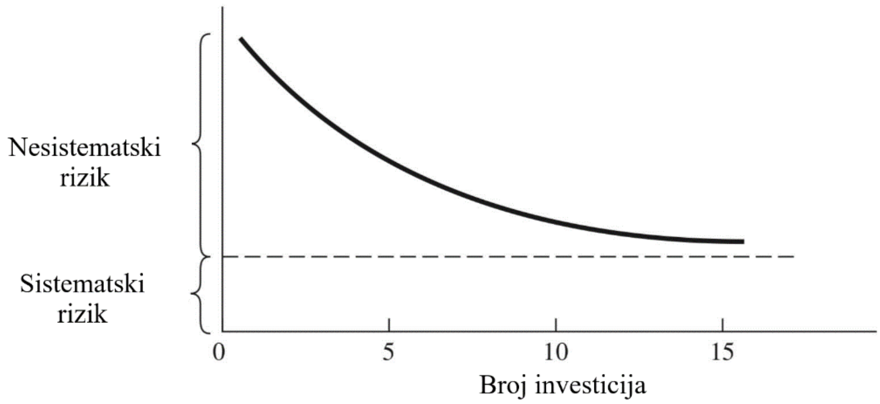
Rizik je u okviru tradicionalne financijske analize shvaćen kao nestalnost, odnosno volatilnost ili varijabilnost rezultata u odnosu na onaj koji se očekuje. Prema tome, rizik se promatra kao odstupanje od očekivanog rezultata, neovisno o tome je li riječ o odstupanju na gore ili na dolje (Bodie et al., 2018.).

Kad se rizik ulaganja u bilo koju investicijsku imovinu promatra u kontekstu portfelja, može se sagledavati kao individualni rizik, rizik portfelja i kao kontribucija rizika imovine riziku portfelja. Individualni rizik se promatra kao rizičnost investicijske imovine koja se drži neovisno od drugih investicija. Budući da investitori u pravilu ne drže investicijsku imovinu u izolaciji, treba analizirati rizik portfelja. Na kraju, investitora koji drži dobro diversificiran portfelj ne zanima ukupni rizik neke investicijske imovine, već samo njezin relevantan rizik, odnosno njena kontribucija ukupnoj rizičnosti portfelja (Orsag, 2015.).

Markowitz je bio prvi koji je objasnio kako je moguće smanjiti rizik na principu diversifikacije u slučaju kad investicije nisu savršeno pozitivno korelirane (Lee et al., 2013.). Ako se ukupni rizik podijeli na dvije komponente, specifični i sistematski, u okviru Markowitzeve analize za investitora koji drži dobro diversificiran portfelj relevantna je samo njegova sistematska komponenta jer je specifični rizik moguće eliminirati na principu diversifikacije, ulaganjem u različite imovinske oblike i povećavajući broj investicija u portfelju. Specifični rizik se još naziva i nesistematskim rizikom, rizikom tvrtke te diversificirajućim rizikom, dok se sistematski rizik naziva tržišnim i nediversificirajućim rizikom (Orsag, 2015.).

Na grafu 1. vidljivo je da se diversifikacijom, odnosno povećavanjem broja investicija u portfelju ne može u potpunosti ukloniti rizik. S jedne strane, sistematski rizik nije moguće eliminirati na principu diversifikacije. S druge strane, kako se povećava broj investicija u portfelju, tako se smanjuju rasponi koeficijenata korelacije između dodatne investicije i portfelja pa se rizik sve manje i manje smanjuje (Orsag, 2015.). Evans i Archer (1968.) pokazali su da se kod slučajno izabranog portfelja s jednakim udjelima učinak diversifikacije značajno smanjuje kad broj u njemu sadržanih investicija dosegne petnaest.

Graf 1. Učinak diversifikacije na rizik portfelja



Izvor: Lee, C. F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A. C., Wort, D. (2013.): Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives, str. 280

Varijanca (standardna devijacija) portfelja ovisi o vrijednosnim udjelima investicija u portfelju, varijancama pojedinačnih investicija te korelacijama među investicijama (Orsag, 2015.). Budući da varijanca portfelja nije linearna funkcija vrijednosnog udjela te se ne može računati korištenjem vagane aritmetičke sredine poput prinosa portfelja, kompleksnije je mjeriti rizik portfelja. Razlog tome je to što prinosi pojedinačnih investicija nisu neovisni te je za konstrukciju portfelja važno uzeti u obzir kreću li se usklađeno prinosi dviju investicija i kolika je njihova promjena, što pokazuju statističke mjere korelacije (Mayo, 2013.).

Dvije ključne mjere korelacije su kovarijanca i koeficijent korelacije. S jedne strane, kovarijanca je apsolutna mjera čija pozitivna vrijednost ukazuje na to da se prinosi dviju investicija kreću u istom smjeru, a negativna da se kreću u suprotnom smjeru. S druge strane, koeficijent korelacije je relativna mjera čije se vrijednosti uvijek kreću u rasponu od minus jedan do plus jedan. Ako je koeficijent korelacije pozitivan, znači da se prinosi kreću u istom smjeru, a ako je negativan, znači da se kreću u suprotnom smjeru. Pritom vrijednost + 1 sugerira da se prinosi mijenjaju istim intenzitetom u istom smjeru, a – 1 istim intenzitetom, ali u suprotnom smjeru (Berk i DeMarzo, 2019.).

Ukoliko su poznate varijance prinosa pojedinačnih investicija u portfelju i kovarijance između investicija, moguće je izračunati varijance i standardne devijacije portfelja kao funkcije vrijednosnog udjela investicija iz matrice kovarijanci (Orsag, 2015.). Rješenje matrice kovarijanci za portfelj sastavljen od dvije investicije je relativno jednostavno i glasi:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}$$

Pri čemu su malim slovom w označeni vrijednosni udjeli pojedinačnih investicija, mali slovom σ standardne devijacije pojedinačnih investicija, dok σ_{12} označava kovarijancu između dvije investicije koja je izračunata kao umnožak njihovih varijanci i koeficijenta korelacije. Rješenje matrice kovarijanci za portfelj sastavljen od n investicija je kompleksnije. Ona izgleda ovako (Francis i Kim, 2013.).:

$$\sigma_p^2 = \begin{array}{c} \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

Iz čega slijedi da formula za varijancu portfelja sastavljenog od n investicija glasi:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$

Na dijagonali matrice nalaze se varijance prinosa investicija jer je kovarijanca među istim investicijama jednaka varijanci (Francis i Kim, 2013.).

Na temeljima koje je postavio Harry Markowitz, razvijeni su modeli ponašanja tržišta kapitala u čijem fokusu je analiza zahtijevanih prinosa na tržištu kapitala prema razini tržišnog rizika investicija, a poznati su pod zajedničkim nazivom teorije tržišta kapitala (Orsag, 2015.). Markowitzev karakteristični regresijski pravac označava početak takvih analiza te podlogu za jedan od najvažnijih teorijskih modela u financijama, model procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM) koji je predstavio William F. Sharpe (Mayo, 2013.).

2.2. Efikasan portfelj

Portfelj se može sastaviti različitim kombinacijama vrijednosnih udjela pojedinačnih investicija u njemu. Sve te različite kombinacije čine moguće portfelje. Ipak, u kontekstu uspješnog upravljanja portfeljem, trebalo bi iz bezbroj mogućih portfelja izdvojiti određen broj najboljih, dakle onih koji svojim profitno-rizičnim obilježjima dominiraju u odnosu na druge (Orsag, 2015.).

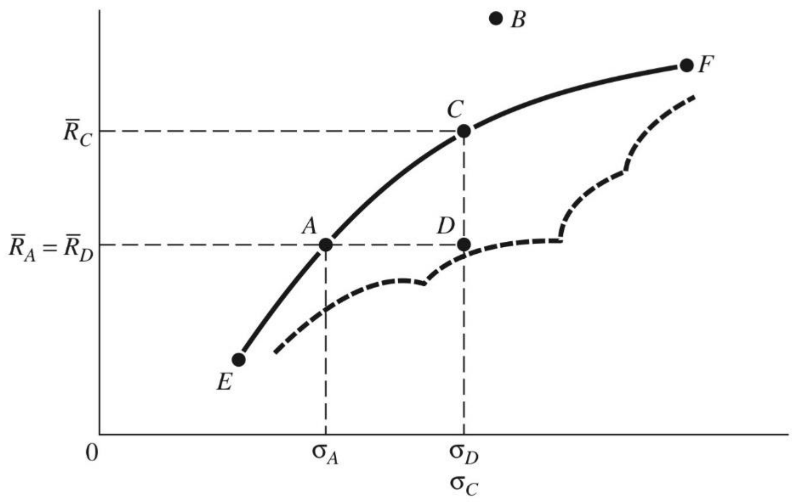
Dominantan portfelj dominira nad drugim kombinacijama dviju ili više investicija jer omogućava ostvarivanje najvećeg prinosa za danu razinu rizika, odnosno ostvarivanje najmanjeg rizika uz danu razinu prinosa. To je u skladu s osnovnim pravilima o odlučivanju u uvjetima rizika. Prvo takvo pravilo govori da se između investicija jednakog očekivanog prinosa bira ona koja ima manji rizik, dakle manju varijancu i standardnu devijaciju, a drugo pravilo da se između investicija jednakog rizika bira ona koja ima viši prinos (Orsag, 2015.).

Princip dominacije bitno smanjuje broj različitih kombinacija investicija koje je potrebno analizirati pri izboru optimalnog portfelja, a svaki takav dominantan portfelj može se nazvati i efikasnim portfeljem. Dakle, efikasni portfelj dominira nad drugim kombinacijama investicija s aspekta prinosa ili s aspekta rizika te će racionalni investitori birati samo između efikasnih portfelja (Francis i Kim, 2013.).

Na grafu 2. linija koja spaja točku *E* i *F* prikazuje efikasnu granicu. Sve točke ispod te krivulje prikazuju moguće portfelje pa tako točka *D* predstavlja portfelj koji ostvaruje prinos R_D uz σ_D razinu rizika. Sve točke iznad te krivulje prikazuju portfelje koji ne postoje, dakle točka *B* predstavlja kombinaciju prinosa i rizika koju nije moguće ostvariti nijednom kombinacijom investicija.

Krivulja *EF* naziva se efikasnom granicom jer su sve točke na njoj dominantne u odnosu na točke ispod nje. Točka C na krivulji *EF* predstavlja portfelj koji ima jednak rizik onome u točki *D*, ali veći prinos. Isto tako, točka *A* na krivulji *EF* predstavlja portfelj koji ima prinos jednak onome u točki *D*, ali manji rizik. Dakle, desno i dolje u odnosu na efikasnu granicu nalaze se inferiorne kombinacije investicija. Iz navedenog možemo zaključiti da točka *D* predstavlja neefikasan portfelj, dok su svi portfelji na efikasnoj granici efikasni i obećavaju najpovoljniji odnos rizika i nagrade za investitora. (Lee et al., 2013.).

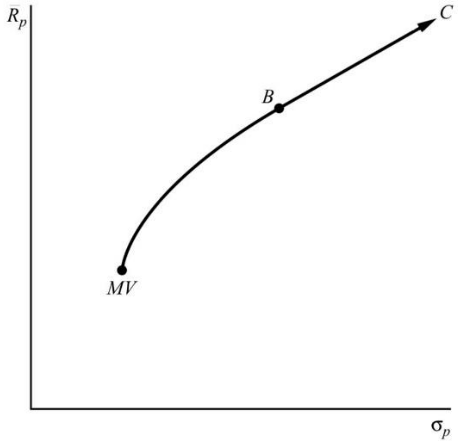
Graf 2. Efikasna granica



Izvor: Lee, C. F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A. C., Wort, D. (2013.): Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives, str. 245

Lijeva granica skupa mogućih portfelja može se odrediti uz različite pretpostavke mogućih zauzimanja pozicija prema investicijama. Jedna takva pretpostavka vezana je uz mogućnost kratke prodaje. Na grafu 3. prikazana je efikasna granica kad je dozvoljena kratka prodaja. Uz pretpostavku da ne postoje ograničenja kratkoj prodaji lijeva granica je šira u odnosu na onu bez mogućnosti kratke prodaje. Budući da se kratkom prodajom zauzimaju suprotne pozicije prema investicijskoj imovini od onih kad ju se kupuje, mogućnost zauzimanja kratke pozicije u imovini proširuje broj mogućih kombinacija u portfelju (Elton et al., 2014.).

Graf 3. Efikasna granica uz mogućnost kratke prodaje



Izvor: Elton, E.J., Gruber, M.J., Brown, S.J., Goetzmann W.N. (2014.): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 9. izdanje, str. 82

2.3. Izbor optimalnog portfelja

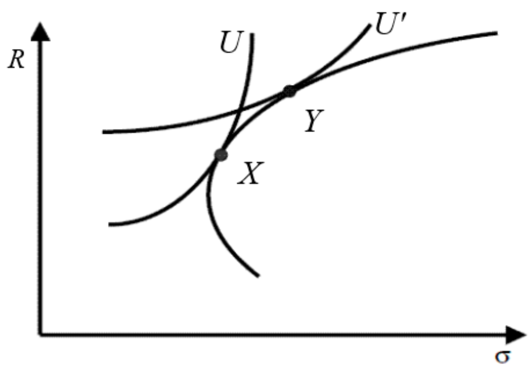
Postupak izgradnje optimalnog portfelja za nekog investitora može se prikazati kroz tri ključna koraka: određivanje efikasnih investicija, utvrđivanje optimalnog portfelja rizične imovine te uvođenje nerizične imovine (Orsag, 2015.).

Za početak, jasno je da će svaki racionalan investitor birati isključivo portfelje s efikasne granice, no postavlja se pitanje koji portfelj s efikasne granice je najbolji, odnosno optimalan za nekog investitora. Uz princip dominacije koji je ranije spomenut u kontekstu efikasne granice, za izbor optimalnog portfelja u obzir treba uzeti i teoriju korisnosti. Naime, svaki investitor je u određenoj mjeri nesklon riziku, odnosno ima određenu averziju prema riziku.

Krivulje indiferencije pokazuju vezu između averzije prema riziku jednog investitora i njemu prihvatljivog prinosa za određene razine rizika. Sve kombinacije investicija koje se nalaze na jednoj krivulji indiferencije za investitora znače identičnu korisnost, dakle on je indiferentan prema tome koju od njih će izabrati. Politika investiranja konzervativnog investitora vođena je principom sigurnosti, što znači da on ima veliku averziju prema riziku te će zahtijevati veću premiju rizika za investicije iste rizičnosti u odnosu na agresivnog investitora čija je politika investiranja vođena principom profitabilnosti. Agresivni investitor ima manju averziju prema riziku, odnosno skloniji je prihvaćati rizik kako bi ostvario viši prinos (Orsag, 2015.). Krivulja indiferencije konzervativnog investitora na grafu 4. označena je slovom U, a krivulja indiferencije agresivnog investirora označena je slovom U'. Krivulja U je strmija jer će konzervativni investitor zahtijevati veći prinos za danu razinu rizika.

Optimalni portfelj za pojedinog investitora bit će tangenta njegove krivulje indiferencije na efikasnu granicu (Orsag, 2015.). Dakle, optimalni portfelj za konzervativnog investitora ostvaruje se u točki *X* na grafu 4., dok se optimalni portfelj za agresivnog investitora ostvaruje u točki *Y*. Teoretski, moguće je prikazati čitavu mapu krivulja indiferencije, na način da se na graf 4. docrtaju krivulje indiferencije iznad i ispod postojećih. Viša krivulja indiferencije označavala bi veću razinu korisnosti, dok bi niža krivulja indiferencije označavala manju razinu korisnosti. Ipak, uz višu krivulju indiferencije ne bi bilo raspoloživih investicija, a niža krivulja indiferencije bi označavala manju korisnost za investitora (Orsag, 2015.).

Graf 4. Krivulje indiferencije i optimalan portfelj



Izvor: Lee, C. F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A. C., Wort, D. (2013.):
Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives, str. 279

2.3.1. Karakterističan regresijski pravac

Razmatranje relevantne rizičnosti pojedinačne investicije u investicijskom portfelju pomaklo je fokus analize rizike s ukupnog rizika na njegovu sistematsku komponentu. Prema tome, trebalo je pronaći odgovarajuću mjeru sistematskog rizika, a praksa je postavila zahtjev za jednostavnošću takve mjere s obzirom na kompleksnost izračuna rizika pomoću matrice kovarijanci. Sukladno tome, trebalo je pronaći sistematsku vezu između prinosa neke dionice i prinosa na cjelokupno tržište. Takvu analizu započeo je Harry Markowitz s karakterističnim regresijskim pravcem (Berk i DeMarzo, 2019.).

Naime, karakteristični regresijski pravac vrijednosnog papira rezultat je traženja, regresijskom analizom, linearne veze između kretanja prinosa na neku investiciju prema kretanju prinosa na ukupno tržište investicija, a smatra se jednoindeksnim modelom ponašanja tržišta. Njegov matematički izraz može se zapisati ovako (Orsag 2015.):

$$k_{jt} = A_j + \beta_j k_{Mt} + \varepsilon_{jt}$$

k_{jt} - prinos na j-tu dionicu u trenutku t

A_j - alfa-koeficijent

β_j - beta-koeficijent

k_{Mt} - prinos na tržište dionica

ε_{jt} - rezidual

Prinos na dionicu predstavlja ukupan, godišnji prinos tako da odražava primljeni tekući dohodak i promjenu cijene dionice. On bi se u nekom trenutku t trebao odrediti prema alfa-koeficijentu uvećanom za umnožak beta-koeficijenta dionice i tadašnjeg prinosa na cjelokupno tržište. Alfa-koeficijent pokazuje koliki bi prinos ostvarila neka dionica na tržištu koje ostvaruje nulti prinos. Pri tome se za prinos tržišta dionica uzima prinos koji ostvaruje neki tržišni indeks za koji se vjeruje da dobro reprezentira kretanje ukupnog tržišta. Beta-koeficijent mjeri intenzitet promjena prinosa na dionicu prema promjenama prinosa na ukupno tržište dionica (Orsag, 2015.). Matematički se izražava na način da se odnos standardnih devijacija prinosa na dionicu i prinosa na ukupno tržište pomnoži s koeficijentom korelacije između prinosa na dionicu i prinosa na ukupno tržište (Amenc i LeSourd, 2003.).

2.3.2. Model procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM)

Na temeljima Markowitzeve analize William F. Sharpe razvio je model procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM) koji uz ranije spomenute pretpostavke Markowitzevog modela optimizacije portfelja pretpostavlja i sljedeće (Orsag, 2015.):

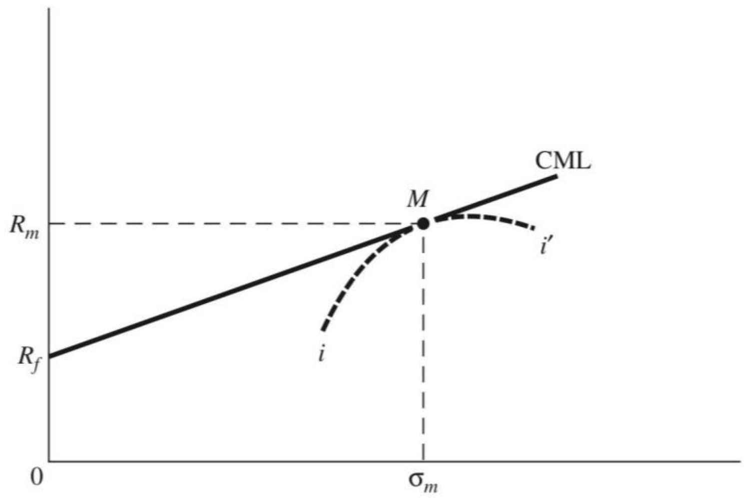
- Svi investitori mogu neograničeno uzimati i davati kredit uz danu nerizičnu kamatnu stopu.
- Nema restrikcija u kratkoj prodaji.
- Investicije su savršeno djeljive i savršeno likvidne.
- Svi investitori imaju homogena očekivanja, što znači da svi imaju iste procjene očekivanih prinosa, varijanci i kovarijanci između investicija.
- Svi investitori su „lovci na cijene“ što znači da njihove kupoprodajne aktivnosti ne mogu utjecati na cijenu imovine.
- Nema transakcijskih troškova ni poreza.
- Količine svih investicija su dane i fiksne.

U okviru CAPM-a razmatra se cjelokupno tržište investicija, dakle ne samo tržište vrijednosnih papira, već primjerice i nefinancijska imovina te ljudski kapital. Budući da pretpostavke modela traže uvjete savršenog tržišta, na takvom tržištu i tržišni portfelj mora biti na efikasnoj granici, odnosno predstavljati efikasni portfelj (Jordan i Miller, 2008.).

Tržišni portfelj je onaj portfelj koji je sastavljen od svih investicija na tržištu u onom udjelu u kojem njihova kapitalizacija sudjeluje u ukupnoj kapitalizaciji tržišta, odnosno portfelj ponderiran tržišnom vrijednošću svih rizičnih investicija na tržištu (Orsag, 2015.).

Uz pretpostavku postojanja nerizične imovine, investitor u svoj portfelj može ugraditi investiciju koja ima očekivani prinos u visini nerizične kamatne stope prikazane točkom R_f na grafu 5. te standardnu devijaciju jednaku nuli. Dakle, investitor može kombinirati rizični portfelj s tržišta i nerizičnu imovinu čime se mijenja investicijska odluka pojedinca. Graf 5. prikazuje vektor povučen iz točke u visini nerizične kamatne stope kao tangentu na efikasnu granicu u točki M koja predstavlja tržišni portfelj. Na pravcu CML, koji se naziva pravcem tržišta kapitala, nalaze se sve kombinacije ulaganja u nerizičnu imovinu i rizični portfelj M uz pretpostavku neograničenog uzimanja i davanja kredita (Jordan i Miller, 2008.).

Graf 5. Pravac tržišta kapitala



Izvor: Lee, C. F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A. C., Wort, D. (2013.): Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives, str. 321

Ulaganjem u kombinaciju nerizične imovine i rizičnog portfelja M i konzervativni i agresivni investitor ostvaruju veću razinu korisnosti.

Konzervativni investitor dijeli svoje ulaganje na nerizičnu imovinu i rizični portfelj, a agresivni investitor može uzajmiti dodatna sredstva kako bi više investirao u rizični portfelj. Naime, točka M na pravcu tržišta kapitala predstavlja prosječan portfelj. Svaki pomak na tom pravcu prema gore rezultira portfeljem veće agresivnosti, a svaki pomak prema dolje rezultira portfeljem veće konzervativnosti. Konzervativni investitor će sastaviti kreditni portfelj jer će kupnjom nerizične imovine dati kredit emitentu te imovine pa će biti u kreditnoj poziciji prema nerizičnoj imovini, a agresivni investitor će sastaviti debitni portfelj korištenjem financijske poluge. On će povećavati udio rizičnog portfelja M na način da će posuđivati za to potrebna sredstva uz nerizičnu kamatnu stopu (Orsag, 2015.).

Budući da se takva kombinacija ulaganja ostvaruje uz višu krivulju indiferencije, može se zaključiti da ona postaje bolje investicijsko rješenje od onog s efikasne granice u okviru Markowitzevog modela optimizacije portfelja te tako pravac tržišta kapitala postaje nova efikasna granica (Mayo, 2013.). Forma pravca tržišta kapitala matematički se zapisuje ovako (Lee et al., 2013.):

$$E\left(R_p\right) = R_f + \left[E(R_m) - R_f\right]\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$$

$E\left(R_p\right)$ - očekivani prinos portfelja na pravcu tržišta kapitala

$E(R_m)$ - očekivani prinos na tržišni portfelj

R_f - nerizična kamatna stopa

σ_p - standardna devijacija prinosa portfelja

σ_m- standardna devijacija prinosa na tržišni portfelj

Nerizična kamatna stopa odražava nagradu za odgađanje potrošnje pa se naziva cijenom vremena, a premija rizika je nagrada za rizik preuzet ulaganjem u određenu investiciju te se računa na način da se od očekivanog ukupnog prinosa oduzme nerizična kamatna stopa. Dakle, premiju rizika treba promatrati u odnosu s preuzetim rizikom. Takvu mjeru odnosa nagrade i rizika predstavio je Sharpe pa je poznata pod nazivom Sharpeov omjer. Ako se premija rizika označi s k_R, a standardna devijacija prinosa s σ_r, Sharpeov omjer (SR) matematički se može zapisati na sljedeći način (Orsag, 2015.):

$$SR = \frac{k_R}{\sigma_r}$$

Veća vrijednost Sharpeovog omjera rezultat je većeg prinosa ili manjeg rizika što implicira da veća vrijednost Sharpeovog omjera znači bolje performanse portfelja (Mayo, 2013.).

Rizični portfelj M u slučaju kad pravac tržišta kapitala predstavlja novu efikasnu granicu ima najveći Sharpeov omjer te postaje najtraženiji portfelj na tržištu. S obzirom na ranije navedene pretpostavke, u uvjetima savršenog tržišta koje se nalazi u ravnoteži, rizični portfelj M ne može biti nijedan drugi portfelj osim tržišnog portfelja. Budući da je tržišni portfelj rezultat maksimalne diversifikacije, u njemu su eliminirani svi specifični rizici (Orsag, 2015.).

S obzirom na to da je ukupan rizik bilo koje kombinacije investicija s pravca tržišta kapitala rezultat sistematskog rizika, bolja mjera rizika od standardne devijacije jest beta-koeficijent (Mayo, 2013.). Kad se očekivani prinos dovede u vezu s beta koeficijentom kao mjerom rizika, dobiva se pravac tržišta vrijednosnog papira prikazan na grafu 6. kao konačni rezultat modela procjenjivanja kapitalne imovine (Orsag, 2015.). Forma pravca tržišta vrijednosnog papira matematički se zapisuje ovako (Lee et al., 2013.):

$$E\ (R_i) = \ R_f + \beta_i\left[E(R_m) - R_f\right]$$

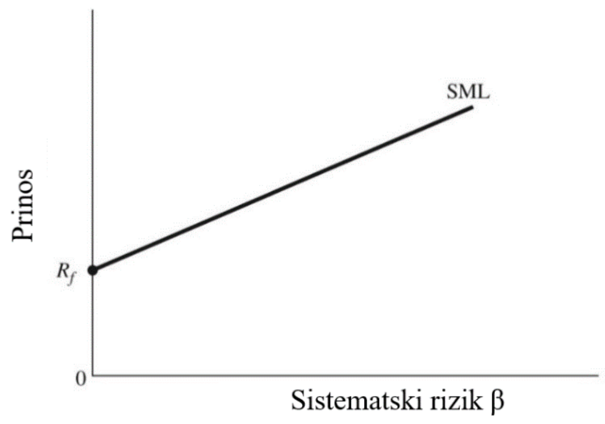
$E\ (R_i)$ - očekivani prinos na investiciju *i*

$E(R_m)$ - očekivani prinos na tržišni portfelj

R_f - nerizična kamatna stopa

β_i - mjera sistematskog rizika za investiciju *i*

Graf 6. Pravac tržišta vrijednosnog papira



Izvor: Lee, C. F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A. C., Wort, D. (2013.): Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives, str. 318

2.3.3. Višeindeksni modeli ponašanja tržišta

Budući da jednoindeksni modeli ponašanja tržišta poput modela procjenjivanja kapitalne imovine ne mogu u potpunosti objasniti kretanje prinosa na investicije, razvijeni su više indeksni modeli ponašanja tržišta. Oni nastoje ispraviti osnovno ograničenje jednoindeksnih modela ponašanja tržišta, a to je izražavanje svih izvora sistematskog rizika jednim jedinim faktorom, odnosno kretanjem ukupnog tržišta investicija (Mayo, 2013.).

U višeindeksne modele mogu se uključivati varijable koje odražavaju druge makro uvjete poput inflacije, nezaposlenosti, promjene kamatnih stopa i slično. Također, moguće je uključiti varijable koje utječu samo na određeni segment tržišta te odražavaju rizik industrije poput stopa rasta u industrijskoj grani. Takvi modeli mogu se kreirati temeljem varijabli koje predstavljaju određene fundamentalne faktore vrijednosti poduzeća poput profitabilnosti ukupne imovine, profitabilnosti glavnice, profitne marže i slično (Connor i Korajczyk, 2007.).

Fama i French (1992.) utvrdili su da se modelom procjenjivanja kapitalne imovine može objasniti samo otprilike 70% prinosa. Kako bi poboljšali procjenu zahtijevanog prinosa predložili su još dva faktora rizika, veličinu i vrijednost. Naime, istraživanja su pokazala da je stav investitora prema poduzećima male kapitalizacije različit u odnosu na poduzeća velike kapitalizacije. Manja društva imaju veći potencijal za rast profita te su rizičnija pa investitori za njih zahtijevaju dodatni prinos, odnosno premiju veličine. Također, poduzeća koja imaju veliki odnos knjigovodstvene i tržišne vrijednosti dionica imaju veći potencijal za rast vrijednosti budući da kod njih tržišna cijena nije značajno veća od knjigovodstvene tako da investitori i od njih zahtijevaju dodatni prinos, odnosno premiju vrijednosti (Fama i French, 1993.).

Arbitražna teorija procjenjivanja često se označava kao poseban slučaj višeindeksnog modela, a razvijena je uz pretpostavku postojanja ravnoteže na tržištu kao i model procjenjivanja kapitalne imovine. Ipak, polazi od realističnijih pretpostavki od modela procjenjivanja kapitalne imovine (Orsag, 2015.):

- Ljudi uglavnom preferiraju više bogatstva u odnosu na manje bogatstva.
- Većina ljudi ima averziju prema riziku pa prihvaćaju rizik samo ako ga kompenzira viši očekivani prinos.
- Investitori mogu procijeniti bilo koji faktor rizika i dodijeliti mu numeričku vrijednost, što pretpostavlja statistiku rizika kojom će rangirati investicije prema njihovom riziku.

Arbitražna teorija procjenjivanja moguća je za čitav niz faktora rizika od kojih Roll i Ross (1984.) razlikuju pet: industrijska proizvodnja, promjene stvarne nerizične kamatne stope, nepredviđena inflacija, promjene premije rizika nenamire i promjene vremenske strukture kamatnih stopa. Kako bi se koristio određeni faktor rizika u arbitražnome modelu procjenjivanja važno je samo procijeniti tržišne cijene određenog faktora rizika te statistički istražiti osjetljivost pojedine investicije na promjene tog faktora u ocjeni zahtijevanog prinosa na investiciju (Orsag, 2015.).

3. REAFIRMACIJA PRIMJENE MODERNE TEORIJE PORTFELJA

U ovom poglavlju navode se ključni problemi primjene moderne teorije portfelja te se daje pregled odabranih alternativnih pristupa optimizaciji portfelja koji su se u svjetskim istraživanjima pokazali efikasnijim u oponašanju optimalnog tržišnog portfelja od indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji.

3.1. Problem primjene moderne teorije portfelja

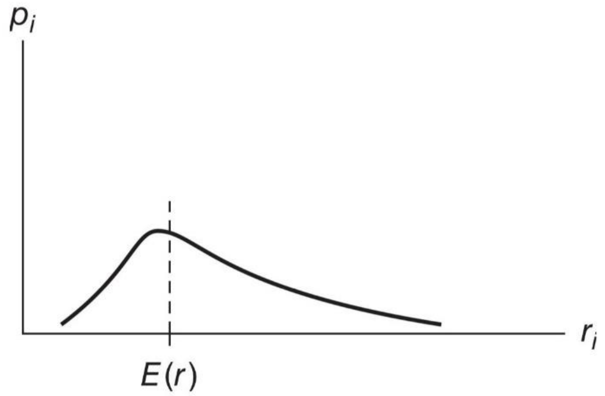
Značaj moderne teorije portfelja u okviru financijske analize i njezin doprinos financijskoj industriji nisu upitni. Naime, već 70 godina Markowitzeva analiza predstavlja temelj znanstvenih istraživanja investicijskih strategija u svijetu.

Ipak, u njezinoj praktičnoj primjeni javljaju se određeni problemi. Izvore tih problema treba tražiti u činjenici da Markowitzev model, i iz njega izveden CAPM, počivaju na brojnim pretpostavkama i pojednostavljenjima koji su predstavljeni u drugom poglavlju, a neodrživi su u stvarnom svijetu (Collether, 2014.).

Naime, već je pretpostavka da su svi investitori racionalni upitna. Tradicionalne financije u središte analize stavljaju psihološki profil čovjeka koji je pri donošenju ekonomskih odluka savršeno racionalan, samo-koristoljubiv i informiran, a naziva se *homo oeconomicus*. Racionalno ponašanje investitora znači da investitori imaju racionalna očekivanja, averziju prema riziku te da investicije integriraju u portfelj. Racionalna očekivanja pretpostavljaju da predviđanja investitora odražavaju sve raspoložive informacije, da su oni precizni, dosljedni i nepristrani te da ne ponavljaju greške iz prošlosti. Averzija prema riziku znači da je korisnost očekivanog prinosa određene investicije manja što je rizik njegova ostvarivanja veći, a rizik u tradicionalnim financijama znači volatilnost, dakle svako odstupanje od očekivanog prinosa, ono na dolje, ali i ono na gore. Integracija investicija u portfelj podrazumijeva da se prilikom izgradnje investicijskog portfelja profitno-rizična obilježja investicija promatraju integrirano na razini portfelja, a ne individualno na razini pojedine investicije. Dakle, promatra se samo relevantna rizičnost investicije koja će utjecati na ukupnu rizičnost portfelja. Biheviористički pravac u financijama suprotstavlja se hipotezi o *homo oeconomicusu* stavljajući u središte analize stvarnog čovjeka koji ima pristrana očekivanja, averziju prema gubitku i provodi segregaciju investicija. Naime, u stvarnosti investitori imaju ograničenu mogućnost spoznaje budućnosti (Orsag, 2015.). Kahneman i Tversky (1979.) ustanovili su da su pojedinci osjetljiviji na gubitke nego na dobitke. Naime, između sigurnog i nesigurnog dobitka, birat će sigurni makar on bio manji od nesigurnog. Između sigurnog i nesigurnog dobitka, birat će nesigurni makar on bio veći od sigurnog. Vezano uz segregaciju investicija, bihevioristi tvrde da se vrednovanje investicija temelji i na individualnim stavovima pa će ih investitori sukladno tome grupirati u različite skupine prema njihovim profitno-rizičnim obilježjima. Tako će obično najrizičnija skupina investicija imati najmanji udio u portfelju (Orsag, 2015.).

Nadalje, Markowitzev model pretpostavlja donošenje investicijskih odluka isključivo temeljem očekivanih prinosa i varijanci. Prema Tobinu (1958.) to je moguće samo ako je zadovoljen jedan od sljedeća dva uvjeta: distribucija vjerojatnosti je normalno uređena i funkcija korisnosti investitora je kvadratnog oblika. No, kao što je prikazano na grafu 7. stvarna distribucija vjerojatnosti prinosa je ograničena s desne strane i na nju je iskošena jer je maksimalni gubitak koji investitor može pretrpjeti jednak ukupnoj vrijednosti investicije (Orsag, 2015.).

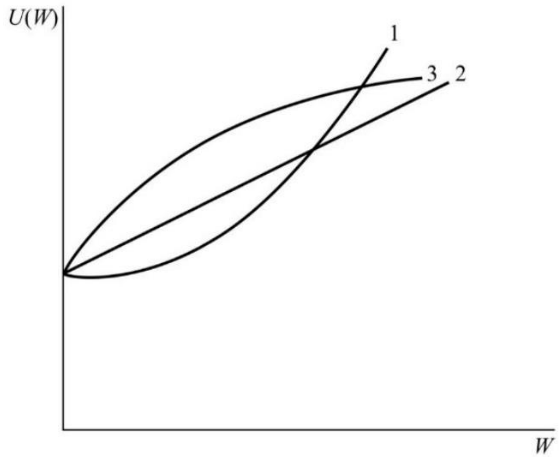
Graf 7. Iskošenost distirbucije vjerojatnosti prinosa



Izvor: Francis, J.C., Kim, D. (2013.): Modern Portfolio Theory Foundations, Analysis and New Developments, str. 31

Također, funkcija korisnosti može biti i konkavna i linearna, ovisno o odnosu investitora prema riziku. (Amenc i LeSourd, 2003.). Na grafu 8. krivulja indiferencije investitora koji je sklon riziku označena je brojem 1, krivulja investitora koji je neutralan prema riziku označena je brojem 2, a krivulja investitora nesklonog riziku označena je brojem 3 (Elton et al., 2014.).

Graf 8. Krivulje indiferencije prema odnosu investitora prema riziku



Izvor: Elton, E.J., Gruber, M.J., Brown, S.J., Goetzmann W.N. (2014.): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 9. izdanje, str. 248

Isto tako, u uvjetima stvarnog svijeta nije održiva pretpostavka o postojanu konsenzusa svih investitora o planiranom vremenskom horizontu jer bi to značilo da svi investitori djeluju na identičan način jer na temelju identičnih informacija nastoje maksimizirati svoju korisnost u istom vremenskom razdoblju. Vezano uz to, posebno je problematična pretpostavka djelovanja tržišta bez trenja jer u uvjetima stvarnog svijeta postoje prepreke i ograničenja slobodnom toku informacija i kapitala, odnosno nije moguće neograničeno zaduživanje uz nerizičnu kamatnu stopu, informacije su asimetrične, postoje transakcijski troškovi pa je upitna mogućnost stalnog postizanja optimalnog portfelja te postoje porezi na dohotke od kapitala i kapitalnu dobit (Orsag, 2015.). Ipak, u uvjetima nepostojanja nerizične imovine i ograničenja kratke prodaje rizične imovine, investitori i dalje biraju efikasne portfelje, samo što je neodrživa pretpostavka da su kombinacije efikasnih portfelja same po sebi efikasne zbog čega se ne može tvrditi da je tržišni portfelj (M) efikasan (Amenc et al., 2006.).

Maillard et al. (2010.) kao dva ključna problema Markowitzevog modela optimizacije portfelja ističu preveliku koncentraciju portfelja koji se smatraju optimalnim u manjem broju investicija te pretjeranu osjetljivost na parametre potrebne za njihovu procjenu budući da male promjene u procijenjenim parametrima, osobito kad je riječ o očekivanom prinosu, mogu imati veliki utjecaj na sastav optimalnog portfelja.

Korištenje indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji često se opravdava centralnim zaključkom moderne teorije portfelja predstavljenim u drugom poglavlju, a to je da će optimalna investicijska strategija za svakog racionalnog investitora biti držanje tržišnog portfelja (M) sastavljenog od svih investicija na tržištu u onom udjelu u kojem njihova kapitalizacija sudjeluje u ukupnoj kapitalizaciji tržišta. Naravno, držanje takvog portfelja sastavljenog od svih investicija na tržištu je nemoguće jer on nije opaziv pa se indeksi temeljeni na tržišnoj kapitalizaciji koriste kao njegova aproksimacija u procesu upravljanja portfeljem (Amenc et al., 2010.).

Također, indeksi temeljeni na tržišnoj kapitalizaciji smatraju se neutralnom investicijskom odlukom jer odražavaju kretanje ukupnog tržišta te se zbog toga koriste kao *benchmark* u usporedbi s performansama neke druge investicijske imovine ili strategije. No, empirijska istraživanja pokazala su da takvi indeksi često nisu efikasni te nisu nužno optimalna investicijska strategija za investitore (Amenc et al., 2006.). Već su Haugen i Baker (1991.) te Grinold (1992.) pokazali da indeksi temeljeni na tržišnoj kapitalizaciji nisu efikasni u pogledu odnosa rizika i nagrade, odnosno ne oponašaju dovoljno dobro optimalan portfelj koji ima najveći Sharpeov omjer u okviru moderne teorije portfelja.

Cilj investitora vezan uz ranije spomenut sistematski rizik, nije izbjeći ili minimizirati ga, što je i nemoguće na tradicionalno shvaćenom principu diversifikacije, već efikasno alocirati imovinu tako da se ostvari najveća moguća nagrada po jedinici rizika. Dakle, cilj je učinkovito diversificirati nagrađene faktore rizika (Amenc et al., 2014.).

U modelu procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM) kao jedini faktor sistematskog rizika ističe se kretanje ukupnog tržišta (Sharpe, 1964.). Zato se i naziva jednoindeksnim modelom ponašanja tržišta pa u okviru njega nije izražen izazov diversifikacije nagrađenih faktora rizika, već je fokus isključivo na držanju dobro diversificiranog portfelja kao aproksimacije za tržišni portfelj koji se u okviru modela smatra efikasnim (Amenc et al., 2014.). Ipak, u okviru višeindeksnih modela ponašanja tržišta koji su sličniji uvjetima stvarnog svijeta jer polaze od pretpostavke da kretanje tržišta nije jedini faktor sistematskog rizika, poput Fama - French trofaktorskog modela (1993.) ili arbitražne teorije procjenjivanja koja je moguća za veći broj faktora rizika, a prvi ju je predstavio Ross (1976.), naglašen je izazov uspješne diversifikacije među tim faktorima (Amenc et al., 2014.).

Amenc et al. (2006., 2010., 2014.) ističu nedostatke indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji u pogledu izlaganja investitora riziku. S jedne strane, takve indekse promatraju kao portfelje koji imaju tendenciju biti previše koncentrirani zbog čega investitora previše izlažu nenagrađenim faktorima rizika. S druge strane, smatraju da takvi indeksi neuspješno kontroliraju izloženost nagrađenim faktorima rizika, odnosno da nije izgledno da su oni nagrađeni faktori rizika kojima su investitori u takve indekse izloženi za njih ujedno i optimalni.

3.2. Alternativni pristupi optimizaciji portfelja

S obzirom na nedostatke indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji, u svjetskoj literaturi predstavljeni su alternativni pristupi optimizaciji portfelja koji uz određene uvjete bolje oponašaju optimalan tržišni portfelj iz moderne teorije portfelja.

Amenc et al. (2013.) dali su pregled jedanaest različitih strategija i uvjeta njihove optimalnosti te su predstavili rizik vezan uz njihovu primjenu. Ukupni rizik specifičan za određenu strategiju dijele na rizik procjene parametara i rizik optimalnosti. Rizik procjene parametara odnosi se na greške u procjeni očekivanog prinosa te parametara rizika i korelacije, dok se rizik optimalnosti odnosi na izostanak procjene određenih parametara, u okviru određenih strategija, koji su potrebni za procjenu optimalnog portfelja koji po definiciji u okviru moderne teorije portfelja ima najveći Sharpeov omjer. Treba istaknuti da se smanjenjem rizika procjene parametara istovremeno povećava rizik optimalnosti i obrnuto. S jedne strane, ignoriranje određenih parametara rezultira udaljavanjem od optimalnog portfelja jer njegova procjena u okviru moderne teorije portfelja zahtijeva procjenu tih parametara. S druge strane, procjenjuje li se manji broj parametara, smanjuju se i greške u njihovoj procjeni tako da je rizik procjene parametara manji.

U tablici 1. prikazane su strategije i uvjeti njihove optimalnosti koje su korištene u pokušaju procjene efikasnijih portfelja u odnosu na CECE indeks (temeljen na tržišnoj kapitalizaciji) u okviru četvrtog poglavlja.

Tablica 1. Pregled odabranih alternativnih strategija procjene portfelja

Strategija	**Metoda ponderiranja**	**Potrebni parametri**	**Uvjeti optimalnosti**
Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom (MSR)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}}$	$\mu_i, \sigma_i, \rho_{ij}$	Optimalan po konstrukciji
Portfelj s jednakim udjelima (EW)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{1}{N}\mathbf{1}$	Nema	$\mu_i = \mu$ $\sigma_i = \sigma$ $\rho_{ij} = \rho$
Portfelj s najmanjom varijancom (GMV)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{1}}$	σ_i, ρ_{ij}	$\mu_i = \mu$
Portfelj ponderiran fundamentalnim pokazateljima (FW)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\mathbf{s}\ ^{***}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{s}}$	Neopazive računovodstvene informacije	Nejasno
Maksimalna dekorelacija portfelja (MDC)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\Omega}^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\mathbf{1}}$	ρ_{ij}	$\mu_i = \mu$ $\sigma_i = \sigma$
Diversificirani portfelj s najmanjom varijancom (DMV)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\sigma}^{-2}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\sigma}^{-2}}$	σ_i	$\mu_i = \mu$ $\rho_{ij} = 0$
Paritet rizika (RP)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\beta}^{-1}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\beta}^{-1}}$	σ_i, ρ_{ij}	$\rho_{ij} = \rho$ $\lambda_i = \lambda$
Portfelj s najvećim omjerom diversifikacije (MDR)	$\boldsymbol{w} = \dfrac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\sigma}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\sigma}}$	σ_i, ρ_{ij}	$\lambda_i = \lambda$

Izvor: prilagođeno prema Amenc, N., Goltz, F. & Martellini, L. (2013). Smart Beta 2.0. Nice, France: EDHEC-Risk Institute

U tablici 1. $\boldsymbol{w}$ označava vektor optimalnih udjela, μ označava aritmetičku sredinu ili medijan ostvarenih prinosa dionica, $\mathbf{1}$ je jedinični vektor, $\boldsymbol{\Sigma}$ je matrica kovarijanci za očekivane prinose sastavnica, σ_i je standardna devijacija sastavnice *i*, N je broj sastavnica, ρ_{ij} je koeficijent korelacija između sastavnice *i* i ***j***, $\boldsymbol{\Omega}$ je matrica koeficijenata korelacije, **s** *** je vektor koji za svaku dionicu sadrži fundamentalnu računovodstvenu mjeru veličine poduzeća, β je vektor beta, dakle ponderi za portfelj pariteta rizika pojavljuju se na obje strane jednadžbe što je potrebno matematički riješiti, a λ je Sharpeov omjer (Amenc et al., 2013.).

3.2.1. Portfelj s jednakim udjelima

Najjednostavniji alternativni pristup procjeni portfelja s ciljem da se ostvare bolje performanse od indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji jest naivna metoda diversifikacije, odnosno procjena portfelja s jednakim udjelima (EW) (Amenc et al., 2010.). Riječ je o strategiji u okviru koje svaka sastavnica portfelja ima jednak udio u portfelju, odnosno slijedi se tzv. 1/N pravilo ako je N broj sastavnica u portfelju, čime se ostvaruje maksimalna dekoncentracija portfelja. Primjerice, kad bi poznati indeks S&P 500 bio sastavljen na ovom principu sadržavao bi istih 500 sastavnica, ali udio svake bi bio 0,2% (Amenc et al., 2013.).

DeMiguel et al. (2009.) ističu dominaciju portfelja s jednakim udjelima u odnosu na indeks temeljen na tržišnoj kapitalizaciji jer rješava problem pretjerane koncentracije i ostvaruje veći Sharpeov omjer. Istraživanja u svijetu pokazala su da portfelji s jednakim udjelima imaju značajno veći rizik u usporedbi s indeksima ponderiranim tržišnom kapitalizacijom i indeksima ponderiranim cijenama (Plyakha et al., 2014.).

Ovaj pristup se smatra jednostavnim jer ne zahtijeva procjenu nikakvih statističkih parametara. Vezano uz uvjete optimalnosti, portfelj s jednakim udjelima mogao bi se smatrati optimalnim odnosno ostvariti najveći Sharpeov omjer, kad bi očekivani prinosi i standardne devijacije bili identični za sve sastavnice u portfelju te kad bi koeficijenti korelacije između svih parova sastavnica u portfelju bili identični, što je prilično nerealna pretpostavka (Amenc et al., 2013.). Dakle, kod ove strategije nije prisutan rizik procjene parametara, ali je rizik optimalnosti značajan.

3.2.2. Portfelj s najmanjom varijancom

Portfelj s najmanjom varijancom ostvaruje najmanji mogući rizik od svih efikasnih portfelja. Parametri potrebni za njegovu procjenu su varijance, odnosno standardne devijacije prinosa i koeficijenti korelacije (Clarke et al., 2011.).

Budući da se procjena portfelja s najmanjom varijancom zasniva samo na procjeni parametara rizika, a ne i očekivanog prinosa, prisutan je rizik optimalnosti. U teoriji bi se portfelj s najmanjom varijancom mogao podudarati s optimalnim portfeljem pod pretpostavkom da su očekivani prinosi identični za sve investicije u portfelju, što je prilično nerealno za očekivati.

Ipak, u situaciji kada postoji značajan rizik procjene očekivanih prinosa, portfelj s najmanjom varijancom može biti bolji *proxy* za optimalan portfelj u odnosu na portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom kod kojeg nije izražen rizik optimalnosti te bi u teoriji trebao biti najbolji *proxy* za optimalni portfelj (Amenc et al., 2013.).

Istraživanja su pokazala da su portfelji s najmanjom varijancom često pretjerano koncentrirani u dionicama niske volatilnosti zbog čega ostvaruju nedovoljno visok prinos (Clarke et al., 2011.). Zbog toga treba razmotriti postavljanje ograničenje na minimalne i maksimalne udjele pojedinih sastavnica u takvom portfelju. Alternativni način postavljanja ograničenja predstavili su DeMiguel et al. (2009.) na način da se ograničenja postavljaju na sumu kvadrata udjela u portfelju umjesto na svaku dionicu posebno kako bi se dopustila veća sloboda optimizatoru dok se istovremeno izbjegava pretjerana koncentracija portfelja.

Kao alternativu postavljanju ograničenja, Christoffersen et al. (2010.) uvode pretpostavku da je rizičnost jednaka za sve sastavnice u portfelju. Dakle, jedina razlika koju optimizator treba uzeti u obzir je ona između koeficijenata korelacije pa portfelj s najmanjom varijancom neće biti koncentriran u dionicama niske volatilnosti. Takva strategija naziva se maksimalna dekorelacija portfelja.

Drugo pojednostavljenje portfelja s najmanjom varijancom pretpostavlja da su koeficijenti korelacije između svih parova sastavnica jednaki nuli, a udjeli dobiveni optimizacijom su obrnuto proporcionalni varijanci pojedine dionice. Takva strategija naziva se diversificiranim portfeljem s najmanjom varijancom (Amenc et al., 2013.).

3.2.3. Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom

Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom bi trebao najbolje oponašati optimalan tržišni portfelj (M) u okviru moderne teorije portfelja. Prema tome, taj portfelj se smatra optimalnim po konstrukciji i nema izražen rizik optimalnosti. No, procjena portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom je kompleksnija od procjene portfelja s jednakim udjelima i portfelja s najmanjom varijancom jer, osim procjene parametara rizika, zahtijeva i procjenu očekivanih prinosa (Amenc et al., 2013.).

S konceptualne strane, procjena portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom je intuitivna jer sugerira fokus na cilj investitora koji imaju averziju prema riziku, a to je da se ostvari najveća moguća nagrada po jedinici rizika. S pragmatične strane, portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom penalizira dionice niske volatilnosti temeljem pretpostavke da je očekivani prinos proporcionalan riziku, stoga se kriterij profitabilnosti javlja kao protuteža atraktivnosti dionica niske volatilnosti s aspekta rizika. Budući da je za njegovu procjenu potrebna procjena očekivanih prinosa, a postoji velika mogućnost grešaka u toj procjeni, značajan je rizik procjene parametara te je moguće da neka druga strategija pokaže bolje rezultate ukoliko se prinosi zaista ne mogu dovoljno dobro procijeniti (Amenc et al., 2013.).

Kako bi se pogreške u procjeni očekivanih prinosa potrebnih za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom svele na minimum, Amenc et al. (2011.) predlažu indirektnu procjenu očekivanih prinosa pretpostavljajući da su oni pozitivno korelirani s rizikom pada vrijednosti dionica te promatraju rizičnost po skupinama dionica umjesto rizičnost pojedinačnih dionica.

3.2.4. Ostali alternativni pristupi optimizaciji portfelja

Amenc et al. (2013.) dali su pregled i drugih strategija od kojih većina pretpostavlja vrlo striktne uvjete optimalnosti. Portfelji ponderirani fundamentalnim pokazateljima zadržavaju ključne karakteristike indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji, ali umjesto tržišne kapitalizacije koristi se neka druga varijabla kao mjera veličine poduzeća, npr. profit, knjigovodstvena vrijednost ili prihodi. Schwartz i Siracusano (2007). kao takvu mjeru predlažu zarade, a Arnott et al. (2005.) vrijednost prodaje, novčani tok, knjigovodstvenu vrijednost i dividende. Uvjeti optimalnosti takvog portfelja su jednakost standardnih devijacija svih sastavnica u portfelju, jednakost koeficijenata korelacije između svih parova sastavnica u portfelju te da su očekivani prinosi proporcionalni računovodstvenim mjerama koje su korištene kao ponderi (Amenc et al., 2013.).

Portfelj procijenjen na principu pariteta rizika bi se smatrao optimalnim portfeljem samo kad bi Sharpeovi omjeri bili identični za sve sastavnice u portfelju te kad bi koeficijenti korelacije između svih njihovih parova bili identični. Ideja te strategije jest procjena portfelja koji bi bili bolje diversificirani u odnosu na indekse temeljene na tržišnoj kapitalizaciji u pogledu doprinosa pojedinih sastavnica riziku portfelja (Qian, 2005.). Dakle, svaka investicija bi jednako doprinosila ukupnoj rizičnosti portfelja.

Treba spomenuti i strategiju usmjerenu na procjenu portfelja s najvećim omjerom diversifikacije koju su predstavili Choueifaty i Coignard (2008.). Takav maksimalno diversificiran portfelj za cilj ima maksimizirati odnos ponderirane prosječne volatilnosti sastavnica u portfelju prema volatilnosti portfelja (Clarke et al., 2014.). Budući da je cilj svih navedenih strategija procijeniti portfelj efikasniji od indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji, takve strategije bi trebale riješiti problem pretjerane koncentracije koji se javlja kod indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji kroz bolju diversifikaciju portfelja. Uvjet optimalnosti ove strategije odnosi se na jednakost Sharpeovih omjera svih dionica (Amenc et al., 2013.). Preciznije, maksimalno diversificiran portfelj može se smatrati optimalnim portfeljem iz moderne teorije portfelja uz uvjet da su očekivani prinosi sastavnica proporcionalni njihovom riziku. U slučaju da se prinosi sastavnica smanjuju s porastom rizika, maksimalno diversificiran portfelj nalazit će se na donjoj polovici efikasne granice te se ne može smatrati optimalnim (Choueifaty i Coignard, 2008.). Choueifaty i Coignard (2008.) pokazali su da maksimalno diversificiran portfelj dugoročno ostvaruje veći prinos uz manju razinu rizika u odnosu na indeks temeljen na tržišnoj kapitalizaciji, portfelj s jednakim udjelima te portfelj s najmanjom varijancom. Također, maksimalno diversificiran portfelj pokazuje tendenciju manje koncentracije u određenim dionicama u odnosu na portfelj s najmanjom varijancom. Navedeno proizlazi iz toga što su udjeli u njemu otprilike proporcionalni inverznoj standardnoj devijaciji prinosa sastavnica, dok su u portfelju s najmanjom varijancom oni otprilike proporcionalni inverznoj varijanci prinosa, a inverzna standardna devijacija sadrži manje ekstremnih vrijednosti (Clarke et al., 2013.).

Amenc et al. (2014.) primjećuju da oslanjanje na spomenute znanstvene metode diversifikacije (npr. procjena portfelja s najmanjom varijancom), ali i na naivne metode diversifikacije (npr. portfelj s jednakim udjelima), može biti uspješno u rješavanju pretjerane koncentracije indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji koja vodi prevelikoj izloženosti nenagrađenim faktorima rizika. Ipak, drugi značajan nedostatak takvih indeksa je to što nisu efikasni u izlaganju investitora nagrađenim faktorima rizika, a znanstvene i naivne metode diversifikacije ne rješavaju uspješno taj problem jer investitora izlažu proizvoljnom skupu faktora rizika koji ne mora nužno biti u skladu s preferencijama pojedinog investitore te posljedično optimalni za njega.

Kao alternativu koja simultano rješava oba spomenuta nedostatka indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji, Amenc et al. (2014.) predlažu kombinaciju strategija ulaganja koje uspješno diversificiraju portfelj smanjujući izloženost nenagrađenim faktorima rizika poput onih koje su rezultat znanstvenih metoda diversifikacije i učinkovite kontrole izloženosti nagrađenim faktorima rizika, poput faktora vrijednosti ili veličine, što nazivaju „smart-factor" indeksima. Dakle, takvi indeksi su rezultat odvajanja procesa odabira pojedinačnih investicija od procesa sastavljanja portfelja. Odabirom pojedinačnih investicija koje će ući u sastav portfelja rješava se problem izloženosti nagrađenim faktorima rizika što rezultira većim prinosom, dok se sastavljanjem portfelja na principu diversifikacije izbjegava izloženost nenagrađenim faktorima rizika što rezultira manjim rizikom pa bi i Sharpeovi omjeri takvih indeksa sastavljenih kombinacijom navedenih strategija trebali biti veći u odnosu na portfelje procijenjene pojedinačnim strategijama.

4. ANALIZA MOGUĆNOSTI OPTIMIZACIJE PORTFELJA DIONICA CEE REGIJE

U ovom poglavlju objašnjeno je empirijsko istraživanje koje je provedeno u svrhu ispitivanja uspješnosti alternativnih pristupa optimizaciji portfelja u odnosu na performanse CECE indeksa (temeljenog na tržišnoj kapitalizaciji). Temeljem dionica u sastavu CECE indeksa procijenjeni su portfelj s najmanjom varijancom (GMV) i portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom (MSR). Portfelj s jednakim udjelima (EW) korišten je kao dodatni *benchmar*k. Također, procijenjen je portfelj s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja.

4.1. Značajke dioničkih indeksa CEE regije

U okviru ovog rada za usporedbu performansi testiranih strategija kao *benchmark* indeks korišten je CECE *Composite Index* (CECE) koji se nalazi u sastavu Bečke burze. Riječ je o indeksu temeljenom na tržišnoj kapitalizaciji, što znači da udio pojedine dionice odgovara njezinom udjelu u ukupnoj tržišnoj kapitalizaciji svih dionica u indeksu. Uz to, budući da je riječ o „free-float" indeksu, za izračun vrijednosti tržišne kapitalizacije koristi se vrijednost likvidnih dionica, dakle onih s kojima se aktivno trguje na tržištu kapitala, a isključuje se vrijednost trezorskih dionica (Amenc et al., 2006.). Tako se u sastavu CECE indeksa nalaze najlikvidnije dionice kojima se trguje na burzama u srednjoistočnoj Europi, preciznije u Budimpešti, Pragu i Varšavi. Prema tome, sastav CECE indeksa odgovara sastavima CTX (*Czech Traded Index*), HTX (*Hungarian Traded Index*) i PTX (*Polish Traded Index*) koji su također konstruirani na principu „free-float" tržišne kapitalizacije.

Budući da se radi o cjenovnom indeksu, dividende nisu uključene. Indeks se iskazuje u eurima (EUR) i dolarima (USD), a u okviru ovog rada korišten je CECE EUR indeks, dakle iskazan u eurima. CTX, HTX i PTX se, osim u eurima i dolarima, iskazuju i u nacionalnim valutama. Svi navedeni indeksi su prvi puta uvedeni na tržite 1996. godine. U okviru CTX, HTX i PTX postavljena su ograničenja maksimalnih udjela pojedinačnih dionica na 25%, a u okviru CECE indeksa na 20%. Ne postoje ograničenja vezana uz sektorsku ili nacionalnu izloženost CECE indeksa. Cijene CECE indeksa prikazuju se u realnom vremenu na web-stranicama Bečke burze, a ostalih navedenih indeksa na web-stranicama nacionalnih burzi. Revizije CECE indeksa provode se dva puta godišnje, u ožujku i rujnu.

U okviru ovog rada obuhvaćeno je 15 revizija, od ožujka 2014. do rujna 2021. godine. Trenutno je u sastavu indeksa 27 dionica, a u promatranom razdoblju broj sastavnica kretao se između 24 i 33 dionice (Bečka burza, 2022.).

4.2. Procjena portfelja s najmanjom varijancom

Portfelj s najmanjom varijancom ostvaruje najmanji mogući rizik od svih portfelja s efikasne granice. Parametri potrebni za njegovu procjenu su varijance, odnosno standardne devijacije prinosa i koeficijenti korelacije (Clarke et al., 2011.). U tablici 1. navedeni su uvjeti uz koje se portfelj s najmanjom varijancom može smatrati optimalnim.

U okviru ovog rada procjena portfelja s najmanjom varijancom napravljena je svaki put za aktualni sastav CECE indeksa koji je revidiran dva puta godišnje, u ožujku i rujnu, što znači da je za svaku novu reviziju trebalo procijeniti kovarijance na temelju razdoblja koje prethodi toj reviziji te procijeniti performanse portfelja s najmanjom varijancom izvan uzorka. Opaženi su mjesečni prinosi iznad nerizične kamatne stope za razdoblje od tri godine prije svake revizije CECE indeksa kako bi se procijenila *ex-post* matrica kovarijanci. Za nerizičnu kamatnu stopu uzeti su tromjesečni prinosi na tržištu novca u eurozoni preuzeti s Eurostata. Matrica kovarijanci korištena je u procesu optimizacije s ciljem utvrđivanja optimalnih udjela sastavnica u portfelju s najmanjom varijancom. Rješenjem sljedećeg problema dobiveni su optimalni udjeli:

$$\boldsymbol{w}^* = arg\,\min_{w} \frac{\boldsymbol{\Sigma^{-1}1}}{\boldsymbol{1'\Sigma^{-1}1}}$$

Pri čemu je $\boldsymbol{w}^*$vektor optimalnih udjela, ***1*** jedinični vektor, a $\boldsymbol{\Sigma}$ matrica kovarijanci za očekivane prinose sastavnica (Zoričić et al., 2018.).

Prilikom procjene performansi portfelja s najmanjom varijancom izvan uzorka, promatrani su njihovi mjesečni prinosi. U okviru ovog rada obuhvaćeno je 15 revizija CECE indeksa (ožujak 2014. – rujan 2021.), stoga je vremenski okvir procjena uzorka i izvan uzorka 10 godina i 6 mjeseci. Portfelj s najmanjom varijancom procijenjen je 90 puta, a svaka procjena temeljena je na posebno procijenjenoj matrici kovarijanci, odnosno za svaki portfelj s najmanjom varijancom dobivena je vremenska serija od 90 mjesečnih prinosa.

Kako bi se ostvarila dekoncentracija portfelja s najmanjom varijancom, u procesu optimizacije postavljena su ograničenja na minimalne udjele sastavnica u portfelju što je prikazano izrazom:

$$\frac{1}{\lambda N} \leq w_i^*$$

Pri čemu w_i^* predstavlja optimalni udio dionice *i* u portfelju s najmanjom varijancom, *N* predstavlja broj sastavnica u pojedinoj reviziji, a λ parametar fleksibilnosti. Veća lambda označava manje ograničenje koje vodi većoj koncentraciji portfelja s najmanjom varijancom (Amenc et al., 2011.). U ovom radu ograničenja su postavljena na λ = 4 i λ = 1,5, pri čemu treba istaknuti da bi λ = 1 svela portfelj s najmanjom varijancom na portfelj s jednakim udjelima. Postavljanje ograničenja kod procjene portfelja s najmanjom varijancom potrebno je razmotriti jer su istraživanja pokazala da portfelji s najmanjom varijancom pokazuju tendenciju pretjerane koncentracije u investicijama niske volatilnosti (Amenc et al., 2013.).

4.3. Procjena portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom

Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom trebao bi najbolje oponašati optimalan tržišni portfelj (M) iz moderne teorije portfelja. Kao što je navedeno u trećem poglavlju, takav portfelj se smatra optimalnim po konstrukciji.

U okviru ovog rada parametri rizika procijenjeni su na isti način kao i kod procjene portfelja s najmanjom varijancom. Očekivani prinosi izračunati su u jednom slučaju korištenjem aritmetičke sredine:

$$E(r_p) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} r_j$$

Pri čemu je n broj razdoblja, a r_j ostvareni mjesečni prinosi dionica. U drugom slučaju za procjenu očekivanih prinosa korišten je medijan. Performanse portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom u slučaju kad su očekivani prinosi potrebni za njegovu procjenu izračunati korištenjem medijana su se pokazale boljima nego li u slučaju korištenja aritmetičke sredine, što je prikazano u tablicama 2. i 3. u nastavku rada.

Optimalni udjeli investicija u portfelju s najvećim Sharpeovim omjerom dobiveni su rješenjem sljedećeg problema:

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}}$$

Pri čemu je $\boldsymbol{w}$ vektor optimalnih udjela, $\boldsymbol{\mu}$ označava aritmetičku sredinu ili medijan ostvarenih prinosa dionica, $\mathbf{1}$ je jedinični vektor, a $\boldsymbol{\Sigma}$ matrica kovarijanci za očekivane prinose sastavnica (Amenc et al., 2013.).

Kao i kod portfelja s najmanjom varijancom, u procesu optimizacije postavljena su ograničenja na minimalne udjele sastavnica u portfelju (λ = 1,5 i λ = 4).

Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom procijenjen je 90 puta, odnosno za svaki portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom dobivena je vremenska serija od 90 mjesečnih prinosa koja je korištena u svrhu usporedbe s *benchmark* indeksom.

4.4. Usporedba performansi različitih portfelja dionica CEE regije i referentnog indeksa u podlozi

Performanse CECE indeksa koji u ovom istraživanju predstavlja *benchmark* indeks (temeljen na tržišnoj kapitalizaciji) te portfelja s najmanjom varijancom (GMV) i portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom (MSR) koji su procijenjeni temeljem dionica u sastavu odabranog *benchmark* indeksa prikazane su u tablici 2. Također, tablica 2. prikazuje performanse portfelja s jednakim udjelima (EW) koji je korišten kao dodatni *benchmark* u usporedbi performansi svih analiziranih portfelja jer predstavlja naivnu strategiju diversifikacije (tzv. pravilo stalnih odnosa). Prosječni prinosi računati su na mjesečnoj razini korištenjem geometrijske sredine, a rizik se odnosi na njihove standardne devijacije. Sharpeov omjer kao odnos rizika i nagrade korišten je kao mjera performansi navedenih portfelja. Očekivani prinosi sastavnica potrebni za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom u ovom slučaju izračunati su korištenjem aritmetičke sredine, a u tablici 3. prikazan je slučaj u kojem je umjesto aritmetičke sredine korišten medijan.

Tablica 2. Performanse procijenjenih portfelja i CECE indeksa uz procjenu prinosa korištenjem aritmetičke sredine

	CECE	GMV (λ = 4)	GMV (λ = 1,5)	MSR (λ = 4)	MSR (λ = 1,5)	EW
Prinos	0,00%[1]	0,67%	0,68%	0,64%	0,70%	0,56%
Rizik	5,88%	3,21%	3,61%	4,46%	4,34%	4,48%
Sharpeov omjer	0,001	0,209	0,187	0,144	0,161	0,125

Izvor: izrada autora

Iz tablice 2. je vidljivo da su svi portfelji ostvarili bolje performanse od *benchmark* indeksa, uključujući i portfelj s jednakim udjelima koji je rezultat naivne metode diversifikacije. U skladu s očekivanjima, vrijednosti u tablici sugeriraju da je portfelj s jednakim udjelima ostvario veći prinos od *benchmark* indeksa, ali uz manji rizik što nije u skladu s očekivanjima. Naime, budući da su istraživanja u svijetu pokazala da portfelji s jednakim udjelima imaju značajno veći rizik u usporedbi s indeksima ponderiranim tržišnom kapitalizacijom i indeksima ponderiranim cijenama, te da su veći Sharpeovi omjeri kod portfelja s jednakim udjelima rezultat većeg porasta prinosa zbog veće izloženosti nagrađenim faktorima rizika nego li samog porasta rizika u odnosu na indekse ponderirane tržišnom kapitalizacijom i indekse ponderirane cijenama (Plyakha et al., 2014.).

Rezultati iz tablice 2. sugeriraju da je moguće procijeniti portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom (MSR) budući da je prinos MSR portfelja veći od prinosa portfelja s jednakim udjelima i prinosa CECE indeksa. Također, iz tablice 2. je vidljivo da je rizik MSR portfelja manji od rizika CECE indeksa te približno jednak riziku portfelja s jednakim udjelima što je vjerojatno rezultat bolje diversifikacije nenagrađenih faktora rizika budući da Amenc et al. (2014.) tumače kako znanstvene metode diversifikacije daju bolje rezultate od indeksa temeljenih na tržišnoj kapitalizaciji jer rješavaju problem prevelike izloženosti nenagrađenim faktorima rizika.

Treba istaknuti da dobiveni rezultati pokazuju veći prinos, a manji rizik te posljedično veći Sharpeov omjer za MSR portfelj procijenjen uz manju lambdu (λ = 1,5), dakle uz veće ograničenje u usporedbi s MSR portfeljem procijenjenim uz veću lambdu (λ = 4), odnosno

[1] Prinos CECE indeksa jednak je 0,00332%. U tablicama koje prikazuju njegove performanse rezultat je zaokružen na dvije decimale.

manje ograničenje stavljeno na minimalne udjele u portfelju. Rezultati iz tablice 2. sugeriraju da je rizik portfelja s najmanjom varijancom (GMV) manji u odnosu na *benchmark* indeks i portfelj s jednakim udjelima. Dodatno, GMV portfelj je ostvario i veći prinos u odnosu na *benchmark* indeks i portfelj s jednakim udjelima. U skladu s očekivanjima, GMV portfelj ima manji rizik u usporedi s MSR portfeljem, ali i neznatno veći prinos ako ga uspoređujemo s MSR portfeljem procijenjenim uz manje ograničenje ($\lambda = 4$). Suprotno MSR portfelju, GMV portfelj pokazuje bolje performanse uz veću lambdu ($\lambda = 4$), odnosno uz manje ograničenje. Sharpeov omjer je u tom slučaju veći zbog manjeg rizika budući da je prinos GMV portfelja približno jednak uz oba postavljena ograničenja. Dakle, GMV portfelj pokazuje bolje performanse od MSR portfelja, pogotovo u uvjetima kada je postavljeno ograničenje manje. Amenc et al. (2013.) objašnjavaju dominaciju GMV portfelja u odnosu na MSR portfelj koji bi trebao biti najbolja aproksimacija (engl. *proxy*) za optimalan tržišni portfelj iz moderne teorije portfelja u uvjetima kada postoji značajan rizik procjene parametara.

Tablica 3. Performanse procijenjenih portfelja i CECE indeksa uz procjenu prinosa korištenjem medijana

	CECE	GMV ($\lambda = 4$)	GMV ($\lambda = 1{,}5$)	MSR ($\lambda = 4$)	MSR ($\lambda = 1{,}5$)	EW
Prinos	0,00%	0,67%	0,68%	0,86%	0,93%	0,56%
Rizik	5,88%	3,21%	3,61%	4,63%	4,48%	4,48%
Sharpeov omjer	0,001	0,209	0,187	0,186	0,207	0,125

Izvor: izrada autora

Tablica 3. prikazuje geometrijskom sredinom mjerene performanse procijenjenih portfelja, portfelja s jednakim udjelima i *benchmark* indeksa u slučaju kad su očekivani prinosi sastavnica potrebni za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom izračunati pomoću medijana. Budući da portfelj s jednakim udjelima ne zahtijeva procjenu nikakvih parametara te da portfelj s najmanjom varijancom ne zahtjeva procjenu očekivanih prinosa, za EW i GMV portfelje nema razlike u prinosima, rizicima i Sharpeovim omjerima u odnosu na slučaj u kojem su očekivani prinosi izračunati pomoću aritmetičke sredine. Kada je riječ o MSR portfelju, u ovom slučaju je prosječni prinos veći nego li u slučaju izračuna očekivanih prinosa pomoću aritmetičke sredine. Rizik MSR portfelja je također veći te se uz $\lambda = 1{,}5$ izjednačio s rizikom portfelja s jednakim udjelima. Ipak, prinos je porastao više nego rizik zbog čega je i Sharpeov omjer veći u ovom slučaju. Iz navedenog se može zaključiti da se prilikom procjene MSR portfelja medijan pokazao kao bolja mjera za aproksimaciju očekivanog prinosa.

Kako bi se potvrdile navedene razlike u opažanjima rizičnosti procijenjenih portfelja i *benchmark* indeksa te portfelja s jednakim udjelima, proveden je F-test. Uz razinu signifikantnosti 1%, može se prihvatiti hipoteza da su ranije navedene razlike između varijanci (rizičnosti) svih testiranih strategija i CECE indeksa statistički značajne. Također, uz razinu signifikantnosti 1%, može se prihvatiti hipoteza da su razlike između varijanci (rizičnosti) GMV i MSR portfelja, te GMV i EW portfelja statistički značajne. Uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da razlika između varijanci (rizičnosti) MSR portfelja i portfelja s jednakim udjelima nije statistički značajna.

U svrhu potvrđivanja navedenih razlika u opažanjima prinosa procijenjenih portfelja i *benchmark* indeksa te portfelja s jednakim udjelima, proveden je Welchov t-test. Uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da razlike između aritmetičkih sredina (prinosa) svih testiranih strategija i CECE indeksa nisu statistički značajne. Također, uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da razlike između aritmetičkih sredina (prinosa) GMV i MSR portfelja, GMV i EW portfelja te MSR i EW portfelja nisu statistički značajne.

Tablica 4. Performanse procijenjenih portfelja i njihovih kombinacija uz procjenu prinosa korištenjem aritmetičke sredine

	GMV (λ = 4)	**MSR** (λ = 4)	**50% GMV + 50% MSR** (λ = 4)	**GMV** (λ = 1,5)	**MSR** (λ = 1,5)	**50% GMV + 50% MSR** (λ = 1,5)
Prinos	0,67%	0,64%	0,67%	0,68%	0,70%	0,69%
Rizik	3,21%	4,46%	3,58%	3,61%	4,34%	3,89%
Sharpeov omjer	0,209	0,144	0,186	0,187	0,161	0,177

Izvor: izrada autora

Tablica 4. prikazuje performanse procijenjenih GMV i MSR portfelja te performanse portfelja procijenjenog kombinacijom optimizacijskih tehnika GMV i MSR u slučaju kad su očekivani prinosi sastavnica potrebni za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom izračunati pomoću aritmetičke sredine. Rezultati iz tablice 4. sugeriraju da portfelj s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja dominira nad MSR portfeljem u pogledu rizika zbog čega ostvaruje veći Sharpeov omjer u odnosu na MSR portfelj. Ipak, njegove performanse nisu superiorne GMV portfelju jer ostvaruje približno jednak prinos uz veći rizik. Može se zaključiti da su, neovisno o ograničenju postavljenom na minimalne udjele sastavnica u portfelju, performanse portfelja s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja između onih koje GMV i MSR ostvaruju zasebno.

Tablica 5. Performanse procijenjenih portfelja i njihovih kombinacija uz procjenu prinosa korištenjem medijana

	GMV (λ = 4)	**MSR** (λ = 4)	**50% GMV + 50% MSR** (λ = 4)	**GMV** (λ = 1,5)	**MSR** (λ = 1,5)	**50% GMV + 50% MSR** (λ = 1,5)
Prinos	0,67%	0,86%	0,77%	0,68%	0,93%	0,81%
Rizik	3,21%	4,63%	3,71%	3,61%	4,48%	3,95%
Sharpeov omjer	0,209	0,186	0,209	0,187	0,207	0,204

Izvor: izrada autora

Tablica 5. prikazuje performanse procijenjenih GMV i MSR portfelja te performanse portfelja procijenjenog kombinacijom optimizacijskih tehnika GMV i MSR u slučaju kad su očekivani prinosi sastavnica potrebni za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom izračunati pomoću medijana. Rezultati iz tablice 5. sugeriraju da portfelj s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja uz λ = 4 dominira nad MSR portfeljem u pogledu rizika zbog čega ostvaruje veći Sharpeov omjer. U usporedbi s GMV portfeljem, portfelj 50% GMV + 50% MSR ostvaruje veći prinos uz neznatno veći rizik zbog čega su Sharpeovi omjeri tih portfelja usporedivi. Uz veće ograničenje MSR portfelj ostvaruje veći prinos i manji rizik nego li uz λ = 4 pa i portfelj 50% GMV + 50% MSR ostvaruje bolje performanse te Sharpeov omjer usporediv sa Sharpeovim omjerom MSR portfelja.

Kombinacijom optimizacijskih tehnika nije dobiven portfelj čije bi performanse bile superiorne u odnosu na GMV ili MSR portfelj. Kad su očekivani prinosi sastavnica potrebni za procjenu portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom izračunati pomoću medijana, portfelj s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja ostvaruje veći prinos uz približno jednak rizik zbog čega su Sharpeovi omjeri veći nego li u slučaju izračuna očekivanih prinosa pomoću aritmetičke sredine. Izgledno je da to proizlazi iz bolje procjene MSR portfelja. Sukladno tome, može se zaključiti da bi performanse portfelja 50% GMV + 50% MSR bile bolje kad bi se koristile naprednije tehnike za procjenu matrice kovarijanci i očekivanih prinosa potrebne za bolju procjenu MSR portfelja.

Kako bi se potvrdile navedene razlike u opažanjima rizičnosti procijenjenih GMV i MSR portfelja te portfelja s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja, proveden je F-test. Uz razinu signifikantnosti 5%, može se prihvatiti hipoteza da postoji statistički značajna razlika između varijanci (rizičnosti) MSR portfelja i portfelja 50% GMV + 50% MSR uz λ = 4. No, uz razinu signifikantnosti 1% ta razlika nije statistički značajna. Također, uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da postoji statistički značajna razlika između varijanci (rizičnosti) GMV portfelja i portfelja 50% GMV + 50% MSR uz λ = 4 kad su očekivani prinosi potrebni za procjenu MSR portfelja izračunati pomoću medijana, ali uz razinu signifikantnosti 5% ta razlika nije statistički značajna. U ostalim slučajevima, uz razinu signifikantnosti 10%, razlike između varijanci (rizičnosti) nisu statistički značajne.

U svrhu potvrđivanja navedenih razlika u opažanjima prinosa procijenjenih GMV i MSR portfelja i portfelja s jednakim udjelima GMV i MSR portfelja, proveden je Welchov t-test. Uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da razlike između aritmetičkih sredina (prinosa) navedenih strategija nisu statistički značajne.

5. ZAKLJUČAK

Harry Markowitz je kroz svoj model optimizacije portfelja postavio temelje onome što je danas poznato pod nazivom moderna teorija portfelja. Polazeći od principa dominacije portfelja u pogledu prinosa ili rizika i teorije korisnosti, taj standardni financijski koncept bavi se izborom optimalnog portfelja za investitora. Značajan doprinos moderne teorije portfelja financijskoj teoriji i području upravljanja imovinom je neupitan. Ipak, budući da počiva na brojim pretpostavkama i pojednostavljenjima koji nisu održivi u uvjetima stvarnog svijeta, suvremene mogućnosti njezine primjene u praksi su ograničene. Također, budući da su pretpostavke na kojima se temelji model procjenjivanja kapitalne imovine (CAPM) još striktnije, indeksi temeljeni na tržišnoj kapitalizaciji pokazali su se neefikasnima u praksi pa su brojna znanstvena istraživanja usmjerena na alternativne pristupe optimizaciji portfelja koji bi trebali rezultirati efikasnim portfeljima iz moderne teorije portfelja.

U okviru ovog rada testirane su suvremene strategije koje su na raspolaganju investitorima s ciljem da se utvrdi je li moguće procijeniti efikasnije portfelje temeljem dionica koje su u sastavu odabranog *benchmark* indeksa temeljenog na tržišnoj kapitalizaciji. Za usporedbu performansi testiranih strategija kao *benchmark* indeks korišten je CECE *Composite Index* (CECE) koji se nalazi u sastavu Bečke burze, a revidiran je dva puta godišnje. Obuhvaćeno je 15 revizija CECE indeksa (ožujak 2014. – rujan 2021.).

Kao alternativa ponderiranju tržišnom kapitalizacijom, korištene su tzv. znanstvene metode diversifikacije i naivna metoda diversifikacije. Naime, procijenjeni su portfelj s najmanjom varijancom i portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom svaki put za aktualni sastav CECE indeksa te dodatno portfelj s jednakim udjelima. Također, testirane su i performanse portfelja koji je sastavljen kombinacijom portfelja s najmanjom varijancom (50%) i portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom (50%). Prilikom procjene navedenih portfelja kovarijance i varijance sastavnica portfelja procijenjene su na temelju uzoraka, a za potrebe procjene portfelja s najvećim Sharpeovim omjerom, procijenjeni su i očekivani prinosi sastavnica pomoću aritmetičke sredine i medijana. U procesu optimizacije postavljeno je manje ograničenje (λ = 4) i veće ograničenje (λ = 1,5) na minimalne udjele sastavnica u portfelju. Budući da portfelj s jednakim udjelima ne zahtijeva procjenu nikakvih parametara, isti je korišten kao dodatni *benchmark* pri usporedbi performansi svih analiziranih portfelja.

Svi analizirani portfelji ostvarili su bolje performanse od *benchmark* indeksa (CECE), uključujući i portfelj s jednakim udjelima koji je rezultat naivne metode diversifikacije. U skladu s očekivanjima, portfelj s jednakim udjelima ostvario je veći prinos od *benchmark* indeksa, ali uz manji rizik što nije u skladu s očekivanjima jer su istraživanja u svijetu pokazala da portfelji s jednakim udjelima imaju značajno veći rizik u usporedbi s indeksima temeljenim na tržišnoj kapitalizaciji. Portfelj s najmanjom varijancom ostvario je bolje performanse u usporedbi s portfeljem s najvećim Sharpeovim omjerom koji bi u teoriji trebao najbolje oponašati optimalan tržišni portfelj iz moderne teorije portfelja. Dominacija portfelja s najmanjom varijancom posebno je izražena kad je postavljeno ograničenje na minimalne udjele sastavnica u portfelju manje ($\lambda = 4$). Portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom ostvario je bolje performanse uz veće ograničenje te kad su očekivani prinosi procijenjeni pomoću medijana. Kombinacijom portfelja (50% portfelj s najmanjom varijancom + 50% portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom) nije dobiven portfelj čije bi performanse bile superiorne u odnosu na portfelj s najmanjom varijancom ili portfelj s najvećim Sharpeovim omjerom zasebno.

Kako bi se potvrdile razlike u opažanjima rizičnosti procijenjenih portfelja i *benchmark* indeksa, proveden je F-test, a u svrhu potvrđivanja razlika u opažanjima prinosa, proveden je Welchov t-test. Uz razinu signifikantnosti 1%, može se prihvatiti hipoteza da su razlike između rizičnosti svih testiranih strategija i CECE indeksa statistički značajne. Međutim, uz razinu signifikantnosti 10%, može se prihvatiti hipoteza da razlike između prinosa navedenih strategija i *benchmark* indeksa nisu statistički značajne.

Na temelju provedenog istraživanja, može se zaključiti da su investitorima u dionice srednjoistočne Europe (CEE regija) na raspolaganju alternativne strategije kojima je moguće procijeniti efikasnije portfelje temeljem sastavnica dioničkog indeksa temeljenog na tržišnoj kapitalizaciji u odnosu na isti.

POPIS LITERATURE

1. Amenc, N, Goltz, F., Martinelli, L. (2013.) Smart Beta 2.0, EDHEC Risk Institute
2. Amenc, N, Goltz, F., Martinelli, L.(2010.) Efficient Indexation: An Alternative to Cap-Weighted Indices
3. Amenc, N., Goltz, F., Le Sourd, V. (2006.) Assessing the Quality of Stock Market Indices: Requirements for Asset Allocation and Performance Measurement, EDHEC Risk Institute
4. Amenc, N., Goltz, F., Martellini, L., Ye, S. (2011.) Improved beta? A Comparison of Index Weightning Schemes, EDHEC Risk Institute
5. Amenc, N., Goltz, F., Lodh, A., Martellini, L. (2014.) Towards Smart Equity Factor Indices: Harvesting Risk Premia without Taking Unrewarded Risks
6. Amenc, N., Le Sourd,V. (2003.): Portfolio Theory and Performance Analysis, Paris, Wiley
7. DeMarzo, P., Berk, J., (2020.): Corporate Finance, 5. izdanje, London, Pearson
8. Bečka burza (2022.): CECE *Composite Index*, https://www.wienerborse.at
9. Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. (2019.): Essential of Investments, 11. izdanje, New York, McGraw-Hill
10. Choueifaty, Y., Coignard, Y.(2008.) Toward Maximum Diversification, The Journal of Portfolio management 35(1.), 40-51, https://doi.org/10.3905/JPM.2008.35.1.40
11. Christoffersen, P., Errunza, V., Jacobs K., Xisong. J. (2010.) Is the Potential for International Diversification Disappearing? The Rotman School, Working Paper
12. Clarke, R., DeSilva H., Thorley, S. (2011.) Minimum Variance Portfolio Composition, Journal of Portfolio Management 37(2): 31-45
13. Clarke, R., DeSilva H., Thorley, S. (2013.) Risk Parity, Maximum Diversification, and Minimum Variance: An Analytic Perspective, Journal of Portfolio Management
14. Clarke, R., DeSilva H., Thorley, S. (2014.) Pracital Applications of Risk Parity, Maximum Diversification, and Minimum Variance: An Analytic Perspective, Journal of Portfolio Management
15. Collether J. (2014.), Portfolio Optimization by Heuristic Algorithms, doktorski rad, Sveučiliste Essex
16. Connor, G., Korajczyk, R.(2007.) Factor Models of Asset Returns, Encyclopedia of quantitative finance, https://doi.org/10.1007/978-0-387-32348-0_15

17. De Miguel, V., Garlappi, L., Uppal R. (2009.) Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? Review of Financial Studies 22(5): 1915-1953
18. DeMiguel, V., Garlappi, L., Nogales F., Uppal, R. (2009.)A Generalized Approach to Portfolio Optimization: Improving Performance by Constraining Portfolio Norms., Management Science 55(5): 798-812
19. Elton, E.J., Gruber, M.J., Brown, S.J., Goetzmann W.N. (2014.): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 9. izdanje, New Jersey, Wiley
20. Evans, J. L., Archer, S. H. (1968.) Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis, Journal of Finance, 761–767
21. Fama, E. F., French, K. (1992.) The Cross-Section of Expected Stock Return, Journal of Finance 47(2.), 427-465, https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04398.x
22. Fama, E. F., French, K. (1993.) Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, Journal of Financial Economics 33(1): 3-56
23. Francis, J.C. Kim, D. (2013.): Modern Portfolio Theory Foundations, Analysis and New Developments, New Jersey, Wiley
24. Grinold, R. C. (1992.) Are Benchmark Portfolios Efficient? Journal of Portfolio Management 19(1): 34-40.
25. Haugen, R. A., Baker, N. L. (1991.) The Efficient Market Inefficiency of Capitalization-Weighted Stock Portfolios, Journal of Portfolio Management 17(1): 35-40
26. Jordan,B.D., Miller, T.W. (2008.) Fundamentals of Investments: Valuation and Management, 4. izdanje, New York, McGraw Hill
27. Kahneman, D., Tversky, A. (1979.): Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, Econometrica: Journal of the Econometric Society
28. Lee, C.F., Finnerty, J., Lee, J., Lee, A.C. , Wort, D.(2013.): Security Analysis, Portfolio Management and Financial Derivatives; Singapur, World Scientific Publishing
29. Maillard, S., Roncalli, T., Teiletche, J. (2010.) On the Properties of Equally-Weighted risk Contributions Portfolio, Journal of Portfolio Management 36, 60 -70, https://doi.org/10.3905/jpm.2010.36.4.060
30. Markowitz, H. (1952.) Portfolio Selection, Journal of Finance 7(1.) 77-91, https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

31. Mayo, H.B.(2013.): Investments: An Introduction, 11. izadnje, Boston, South Western Cengage Learning
32. Orsag, S. (2015.): Investicijska analiza, Zagreb, Avantis HUFA
33. Orsag, S. (2015.): Poslovne financije, Zagreb, Avantis HUFA
34. Plyakha, Y., Uppal, R., Vilkov, G. (2012.) Why Does an Equal-Weighted Portfolio Outperform Value- and Price-Weighted Portfolios?, SSRN Electronic Journal
35. Qian, E. (2005.) Risk Parity Portfolios: Efficient Portfolios through True Diversification, Working paper, Panagora Asset Management
36. Ross, S.A. (1976.) The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Economic Theory 13, 341-360, https://doi.org/10.1016/0022-0531(76)90046-6
37. Roll R., Ross S., (1984.) The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning, Financial Analysts Journal
38. Schwartz, J. D., Siracusano, L. (2007.) WisdomTree Earnings-Weighted Indexes – The Market at a Reasonable Price, WisdomTree White Papers
39. Sharpe W.F.(1964.) Capital Asset Prices: A Theroy of market equilibrium under conditions of risk, The Journal of Finance 19(3.) 425-442 https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x
40. Tobin, J. (1958.) Liquidity Preference as Behavior towards Risk. Review of Economic Studies 25(2): 65-85
41. Zoričić, D., Dolinar, D., Lovretin Golubić, Z,. (2018.) A test of Global Minimum Variance portfolio in the Croatian Capital Market, 7th International Scientific Symposium Economy of Eastern Croatia – Vision and Growth

POPIS GRAFOVA

POPIS TABLICA

ŽIVOTOPIS STUDENTA

MARTA TUŠEK (21.12.1997.)

Obrazovanje:

- Ekonomski fakultet Zagreb – Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij Poslovna ekonomija; Smjer: Analiza i poslovno planiranje (2016. – 2022.)
- WU (Vienna University of Economics and Business) – ERASMUS+ program (2021.)

Radno iskustvo:

- Demonstrator na katedri za Ekonomiku poduzeća (2018. – 2021.)

Jezici:

- Hrvatski (materinji)
- Engleski C1
- Njemački B1

Aktivnosti:

- Ekonomska klinika – član tima Financije (2018. – 2021.)
- CFA Institute Research Challenge (2021.)
- EY Summer Tax Academy (2020.)